

UNIVERZITET "VELJKO VLAHOVIĆ" TITOGRAD
MAŠINSKI FAKULTET

MR MILORAD A. BURIĆ

"ELASTODINAMIKA ZAVARENIH PROSTORNIH REŠETKASTIH
KONSTRUKCIJA MOSTNIH KRANOVA"

- DOKTORSKA DISERTACIJA -

TITOGRAD, 1986. GOD.

621.844-2.16.6:539.3/.7(093.3)



№ 10 IV 311

Инв. бр. 7772

Ovaj rad posvećujem ćerki Saši

S A D R Ž A J

Strana

P R E D G O V O R	1
1. UVODNA RAZMATRANJA	3
1.1. TIPOVI METALNIH KONSTRUKCIJA MOSTNIH KRAVOVA I NJIHOVI OSNOVNI PARAMETRI	3
1.2. METODA FIKTIVNOG NOSAČA	13
1.3. KRATAK OSVRT NA DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA NAPONSKOG STANJA U ZAVARENIM SPOJEVIMA ČVORNOG LIMA REŠETKA- STIH KONSTRUKCIJA	22
1.4. POSTAVKA PROBLEMA	31
2. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKA- STOG NOSAČA MOSTNOG KRANA I NJEGOVO SVODJENJE NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTIM KRUTOSNIM KARAKTERISTIKAMA....		34
2.1. GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE NOSAČA	34
2.2. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA OPTEREĆENOG MOMENTOM SAVIJANJA M_y		37
2.3. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA U SLUČAJU KADA DJELUJE MOMENT UVIJANJA M_x OKO NJEGOVE PODUŽNE OSE	39
2.4. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA U SLUČAJU KADA DJELUJE TRANSVER- ZALNA SILA F_z U NJEGOVOJ PODUŽNOJ VERTIKALNOJ TEŽIŠNOJ RAVNI	40
2.5. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA U SLUČAJU KADA DJELUJE KONCENTRI- SANO POKRETNOST OPTEREĆENJE U RAVNI NJEGOVE GLAVNE VE- RTIKALNE REŠETKE	41
2.6. SVODJENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTOM KRUTOŠĆU U ODNOSU NA SAVI- JANJE MOMENTOM U VERTIKALNOJ RAVNI	43

2.7.	SVODJENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTOM KRUTOŠĆU U ODNOSU NA UVI- JANJE	45
2.8.	SVODJENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTOM KRUTOŠĆU U ODNOSU NA SAVI- JANJE SILOM U NJEGOVOJ PODUŽNOJ VERTIKALNOJ TEŽIŠNOJ RAVNI	47
2.9.	DEFINISANJE METODOLOGIJE ZA ANALIZU DEFORMABILNOSTI I TEŽINE PROSTORNE REŠETKASTE KONSTRUKCIJE MOSTNOG KRANA NA BAZI MODELA FIKTIVNOG NOSAČA	48
2.10.	SVODJENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTIM DINAMIČKIM KARAKTERISTIKAMA PRI NJEGOVOM SLOBODNOM OSCILOVANJU U VERTIKALNOJ RAVNI	50
2.11.	ANALIZA IZRAZA ZA FIKTIVNE KRUTOSNE KARAK- TERISTIKE REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA	56
2.12.	UPOREĐJENJE REZULTATA DOBIJENIH NA OSNOVU DVIJU VARIJANTI METODA FIKTIVNOG NOSAČA	70
3.	ANALIZA NAPONSKOG STANJA U ZAVARENIM SPOJE- VIMA ČVORNOG LIMA REŠETKASTE KONSTRUKCIJE	74
3.1.	ANALITIČKI METOD - TEORIJA KLINA	74
3.2.	NUMERIČKI METOD - METOD KONAČNIH ELEMENATA	81
3.3.	EKSPERIMENTALNI METOD	104
3.4.	UPOREDNA ANALIZA I ZAKLJUČCI	110
	ZAKLJUČAK	122
	LITERATURA	125
	PRILOZI (1 - 13)	

P R E D G O V O R

U posljednje vrijeme sve se jače ističe kriterijum ekonomičnosti upotrebe metala prilikom izrade metalnih konstrukcija transportnih uređaja. Poznato je da pri izradi kranova do 80% upotrijebljenog metala otpada na noseću metalnu konstrukciju. Iako se mostni kranovi sa sandučastim poprečnim presjekom odlikuju poznatim prednostima u odnosu na rešetkaste konstrukcije, ipak se ove posljednje još uvijek koriste i dobijaju sve više na značaju upravo zbog njihove osnovne prednosti, koja se sastoji u tome da pri istoj nosećoj sposobnosti i krutosti imaju znatno manju težinu. Ova prednost se može iskoristiti za smanjenje troškova prilikom izrade metalnih konstrukcija mostnih kranova.

Zato usavršavanje metoda analize i odabiranja najpovoljnijih parametara rešetkastih konstrukcija predstavlja aktuelan zadatak istraživanja.

U prvom dijelu ovog rada prikazani su tipovi metalnih konstrukcija mostnih kranova i šeme formiranja prostornih rešetkastih konstrukcija sa pravougaonim poprečnim presjekom. Izložene su osnovne postavke metoda fiktivnog nosača i dat kratak osvrt na dosadašnja istraživanja naponskog stanja u zavarenim spojevima čvornog lima rešetkastih konstrukcija. Zatim je definisana postavka problema.

U drugom dijelu rada data je analiza opterećenja u štapovima prostornog rešetkastog nosača najčešće primjenjivanog kod mostnih kranova. Metodom fiktivnog nosača nadjene su fiktivne krutosne karakteristike ovog nosača. Na osnovu njih dobijen je izraz za najnižu sopstvenu frekvenciju prostornog rešetkastog nosača pri njegovom oscilovanju u vertikalnoj ravni i definisana metodologija za analizu deformabilnosti i težine prostorne rešetkaste konstrukcije mostnog kрана na bazi modela fiktivnog nosača. Takodje je izvršena analiza izraza za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača

mostnog krana. Izvedeni su opštiji izrazi za fiktivne kruptosne karakteristike rešetkastog nosača u odnosu na one date u radu [1]. Dokazano je da, pri opterećivanju prostornog rešetkastog nosača mostnog krana momentom savijanja deformisanje štapova "ispune" (štapovi kosnika i poprečnih ramova) utiče na povećanje fiktivnog momenta inercije rešetkastog nosača a ne na njegovo smanjivanje, kako se to tvrdi u udžbeničkoj literaturi [25, 26, 27].

U trećem dijelu rada data je analiza naponskog stanja u zavarenim spojevima čvornog lima rešetkaste konstrukcije mostnog krana. Kao analitički metod korišćena je teorija klina tj. pretpostavljeno je da se u čvornom limu, prilikom rada konstrukcije, javlja ravno naponsko stanje. Na osnovu ovog metoda nadjeni su naponi u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima rešetke. Od numeričkih metoda korišćen je metod konačnih elemenata. Postavljeni su određeni granični uslovi i takodje nadjeni naponi u navedenom presjeku čvornog lima. Ovi rezultati su upoređjeni sa eksperimentalnim rezultatima dobijenim tenzometrijskim mjerenjima na modelu čvora rešetke.

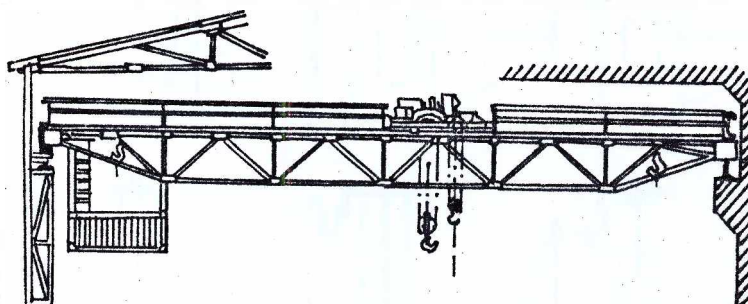
Na osnovu kompletnih rezultata predložen je, za upotrebu dovoljno kratak i za praksu dovoljno tačan izraz za maksimalni uporedni napon u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima. Takodje je dat kritički osvrt na rezultate dobijene u radovima [16, 17].

Na osnovu tenzometrijskih mjerenja izračunati su naponi na krajevima šavova koji vezuju kosnik sa čvornim limom i na osnovu njih nadjen uporedni napon po hipotezi Huber-Henkmizes. U istim tim tačkama izračunat je uporedni napon pomoću izraza koji je kod nas prihvaćen na osnovu preporuka Međunarodnog instituta za zavarivanje (MIZ). Na osnovu dobijenih rezultata došlo se do zaključka o racionalnosti primjene ovog izraza pri proračunu naponskog stanja ovakvih podužnih zavarenih šavova.

1. UVODNA RAZMATRANJA

1.1. TIPOVI METALNIH KONSTRUKCIJA MOSTNIH KRAVOVA I NJIHOVI OSNOVNI PARAMETRI

Mostnim kranom (sl.1.1) nazivamo transportni uređaj koji se kreće po šinama na nekom rastojanju od zemlje (poda) i na taj način omogućava premještanje tereta u prostoru.



Slika 1.1.

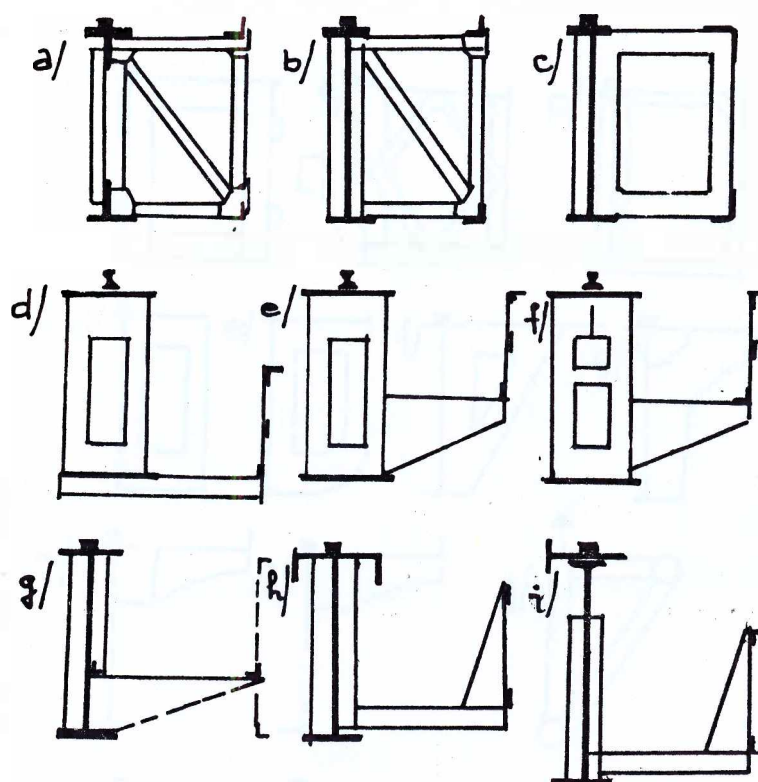
Krećući se po putanjama postavljenim nad zemljom oni ne zauzimaju korisnu površinu pogona ili skladišta a u isto vrijeme obezbeđuju opsluživanje u svakoj tački tog prostora.

Zato mostni kranovi predstavljaju sredstva mehanizacije koja se veoma često upotrebljavaju u raznim oblastima industrije.

Metalne konstrukcije mostnih kranova opšte namjene (kranski mostovi) veoma su raznovrsni po svojim konstruktivnim formama. Šeme poprečnih presjeka kranskih mostova opšte namjene koji su najšee u upotrebi dati su na slici 1.2.

Rešetkaste konstrukcije (sl.1.2 a, b) se odlikuju najmanjom težinom, najmanjom visinom od šina za kretanje mosta do šina na mostu i dobrom krutošću u horizontalnoj ravni. Nedos-

taci ovih konstrukcija su teška izrada i sklonost ka zamoru materijala. U konstrukciji na slici 1.2 a, glavni verti-

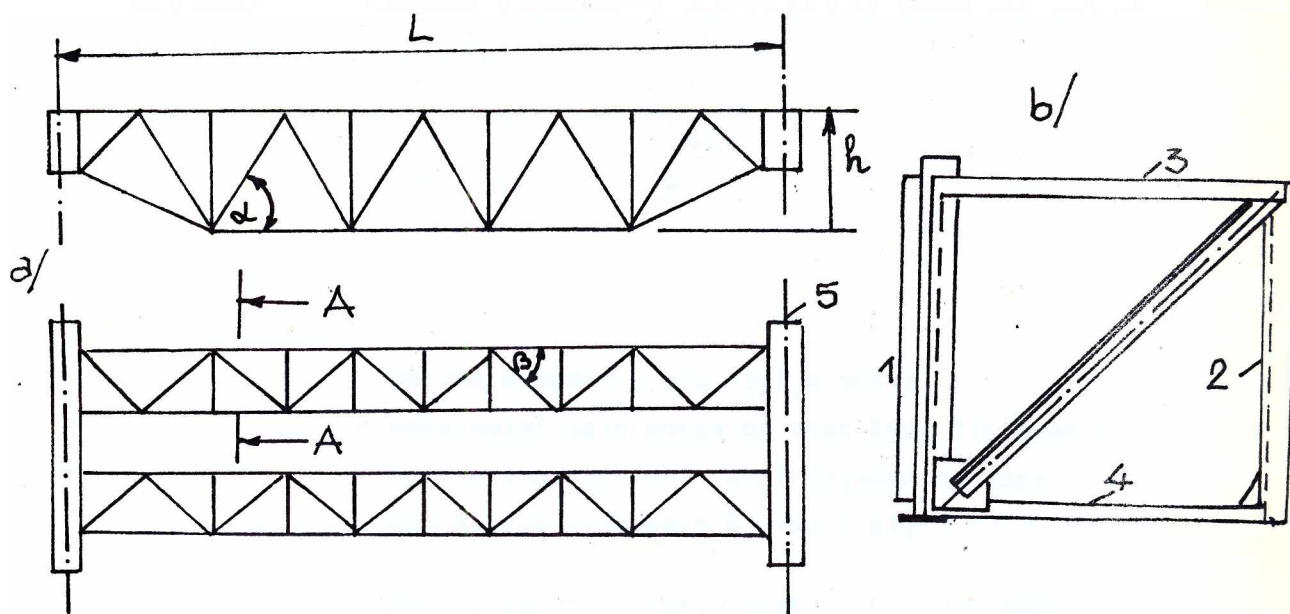


Slika 1.2.

kalni ravanski nosač je rešetka a u konstrukciji na slici 1.2 b, je od tankozidog lima. Moguće je ovu konstrukciju u potpunosti pretvoriti u limenu (sl.1.2 c).

Sandučaste konstrukcije (sl.1.2. d, e, f) se odlikuju lakom izradom, visokom otpornošću na zamor i malom ukupnom visinom mosta. Nedostaci ovih konstrukcija su veća težina i nedovoljna krutost u horizontalnoj ravni za kranove sa velikim rasponima i pri velikim brzinama njihovog kretanja. Ramne konstrukcije (sl.1.2. g, h, i) su po teškoći izrade i sopstvenoj težini slične sandučastim; odlikuju se dobrom krutošću i primjenjuju se kako za male tako i za velike nosivosti.

Podužni rešetkasti nosač je sastavljen iz glavne (1) i pomoćne (2) vertikalne rešetke kao i dviju horizontalnih rešetaka (3) i (4). Glavna vertikalna rešetka je najopterećenija od svih koje ulaze u sastav podužnog nosača.



Slika 1.4.

Iskustvo u eksploataciji kranskih mostova daje preporuku [25] da se njihova visina h u odnosu na raspon L za rešetkaste mostove nalaze u sljedećim granicama

$$\frac{h}{L} = \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{12} \right) \quad (1.1.1)$$

i redje

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{10} \quad \text{ili}$$

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{16}$$

Broj elementarnih ćelija je uvijek paran i ugao nagiba kosnika u glavnim i pomoćnim rešetkama se preporučuje (sl.1.4)

$$\alpha = \beta \approx 45^\circ \quad (1.1.2)$$

Najveća visina rešetke se ograničava uslovima dobijanja konstrukcije sa najmanjom težinom, a najmanja visina - ugibom ili vremenom umirivanja oscilacija mosta, koje se javljaju pri radu mehanizama za dizanje tereta.

Vrijeme umirivanja slobodnih oscilacija može se odrediti iz sljedećeg izraza

$$t = \frac{\tau^3}{5,5 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{y_{st}}{y_{min}} \quad (1.1.3)$$

gdje je:

τ - period slobodnih oscilacija mosta;

y_{st} - maksimalni ugib mosta od statičkog djelovanja pokretnog tereta (korisni teret zajedno sa sopstvenom težinom kolica i zahvatnih uređaja);

y_{min} - amplituda oscilovanja mosta poslije vremena umirivanja t .

Isto kao što se ograničavanje napona vrši zbog predostrožnosti od loma konstrukcije tako se i deformacije metalnih konstrukcija ograničavaju iz eksploatacionih i konstrukcijskih razloga. Za mostne električne kranove se ograničava vrijednost relativnog ugiba

$$\frac{f}{L} \quad (1.1.4)$$

Računski ugib f rešetkastog nosača određuje se [25, 26 i 27] od statičkog djelovanja pokretnog tereta P koji djeluje na njega a na osnovu izraza:

$$f = \frac{P \cdot L^3}{48EI'} \quad (1.1.5)$$

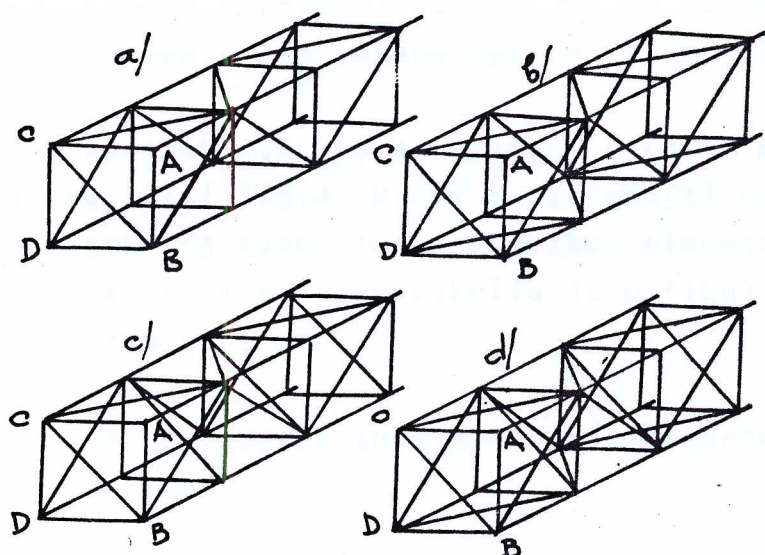
gdje je:

$$I' = \frac{I_p}{\mu} = \frac{1}{\mu} \frac{A_{pg} \cdot A_{pd}}{A_{pg} + A_{pd}} \cdot h^2 \quad (1.1.6)$$

U ovom izrazu oznake imaju sljedeće značenje:

- I' - moment inercije rešetkastog nosača uveden po analogiji sa grednim nosačem;
- I_p - moment inercije izračunat pod uslovom da se uzima u obzir samo deformacija pojasnih štapova;
- A_{pg}, A_{pd} - površine poprečnih presjeka gornjih i donjih pojasnih štapova;
- μ - koeficijent koji uzima u obzir deformaciju ostalih štapova rešetkastog nosača*.

Na slici 1.5, prikazane su [26] šeme prostornih rešetkastih sistema pravougaonog poprečnog presjeka.



Slika 1.5.

* U drugom dijelu ovog rada biće analizirana greška u ovom prilazu.

Pravougaoni poprečni presjek prostornih sistema za rešetke mostnog tipa najviše je u upotrebi.

Prostorna konstrukcija (sl.1.5.a) se sastoji iz tri ravanske rešetke AB, AC i CD jedne rešetke bez kosnika BD i dvije ramne veze na čelnim površinama. Ovakva konstrukcija ne može biti primijenjena kao nosač mostnog kрана zbog njene očigledno nedovoljne krutosti.

Ako u rešetku BD postavimo kosnike dobijamo konstrukciju prikazanu na slici 1.5.b. Ako je ovakva prostorna rešetka pokretna a kolica se kreću po njenom donjem dijelu, usljed nepostojanja poprečnih ramnih veza neće biti obezbijedjena dovoljna prostorna krutost sistema. Zato se ni ovaj tip konstrukcije ne primjenjuje kod mostnih kranova.

Postavljanjem poprečnih, ramnih veza možemo rešetku BD ostaviti bez kosnika (sl.1.5.c). Praksa pokazuje uspješnu eksploataciju takvih kranskih mostova. To se objašnjava uticajem krutosti čvorova u tim, slabo opterećenim, rešetkama BD.

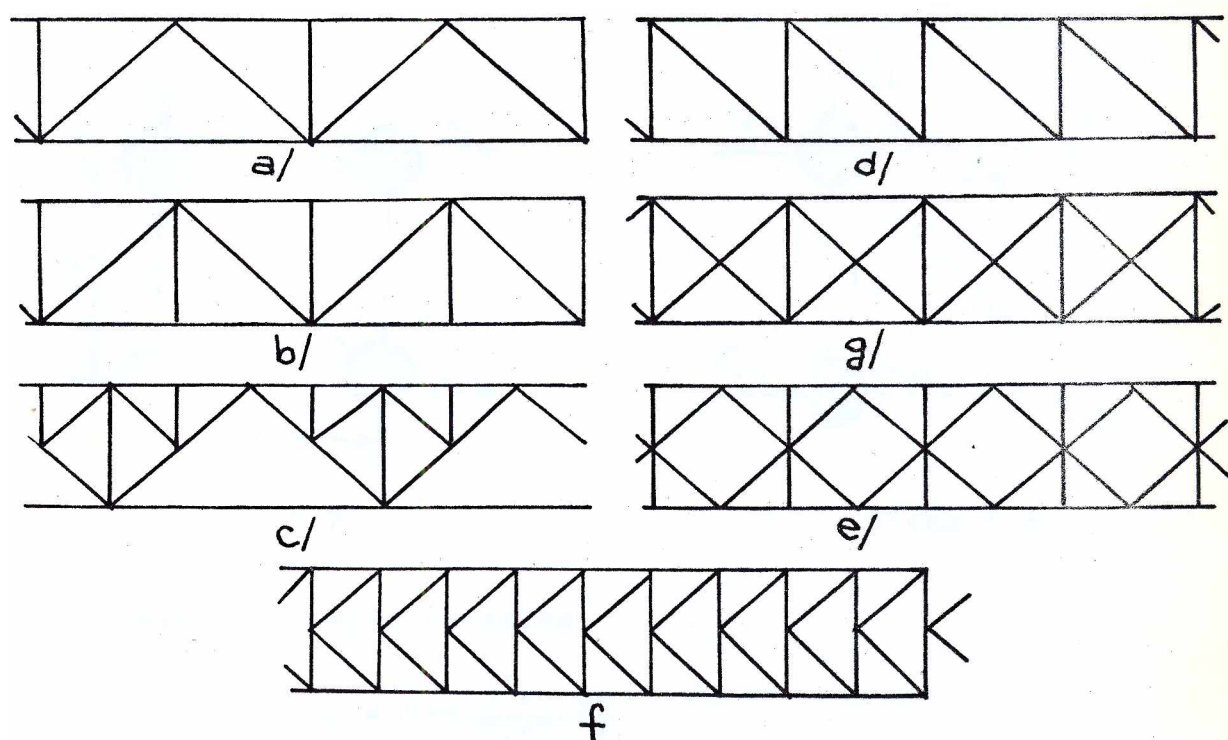
Najviše u upotrebi je tip prostornih rešetki mostnih kranova prikazan na slici 1.5.d. U toj konstrukciji su sve četiri ravanske rešetke sa kosnicima i u svakoj elementarnoj ćeliji postoji ramni kosnik. Konstrukcija se odlikuje visokom prostornom krutošću.

Na slici 1.6. prikazani su tipovi najviše primjenjivanih ravanskih rešetaka.

Sistemi prikazani na sl.1.6.a - d, primjenjuju se za vertikalne a na slici 1.6.a,b,g - f, za horizontalne rešetke.

Prije pojave približnog, analitičkog metoda H.A.Vinokurskog, prostorne rešetkaste konstrukcije mostnih kranova su se najčešće proračunavale njihovim razčlanjivanjem na ravanske rešetke. [25,26,27,31]. Na taj način se svaka ravanska rešetka

izdvojena iz cjelokupne konstrukcije opterećivala spoljašnjim opterećenjem koje djeluje u njenoj ravni i unutrašnjim



Slika 1.6.

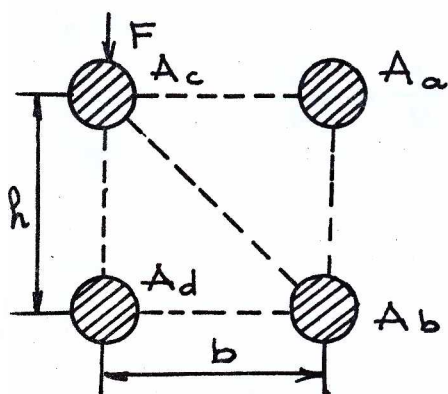
silama koje predstavljaju uticaj ostalog dijela prostorne konstrukcije a koje takodje djeluju u ravni posmatrane rešetke.

Metod H.A.Vinokurskog predstavlja dalji korak u iznalaženju tačnijih inženjerskih formula za proračun prostornih rešetkastih nosača mostnih kranova.

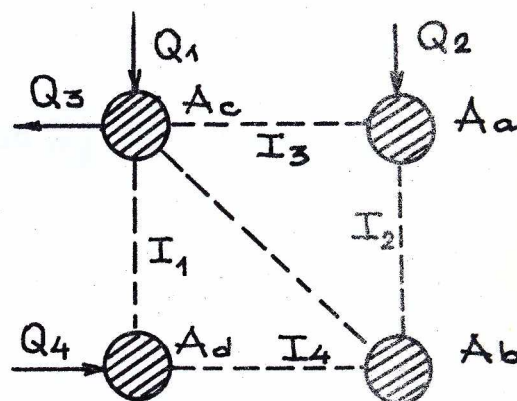
U narednom dijelu biće, u glavnim crtama, prikazane osnovne postavke ovog metoda.

Na slici 1.7. prikazan je poprečni presjek rešetkastog nosača mostnog kрана opterećenog koncentrisanom silom F .

Ovo koncentrisano opterećenje H.A.Vinokurski zamjenjuje sa opterećenjem prikazanim na slici 1.8., a čije vrijednosti



Slika 1.7.



Slika 1.8.

su date sljedećim izrazima*

$$\begin{aligned} Q_1 &= \left(1 + \frac{I_1}{I_1 + I_2}\right) \frac{F}{2} \\ Q_2 &= \frac{I_2}{I_1 + I_2} \frac{F}{2} \\ Q_3 &= -Q_4 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \lambda \frac{F}{2} \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

gdje je:

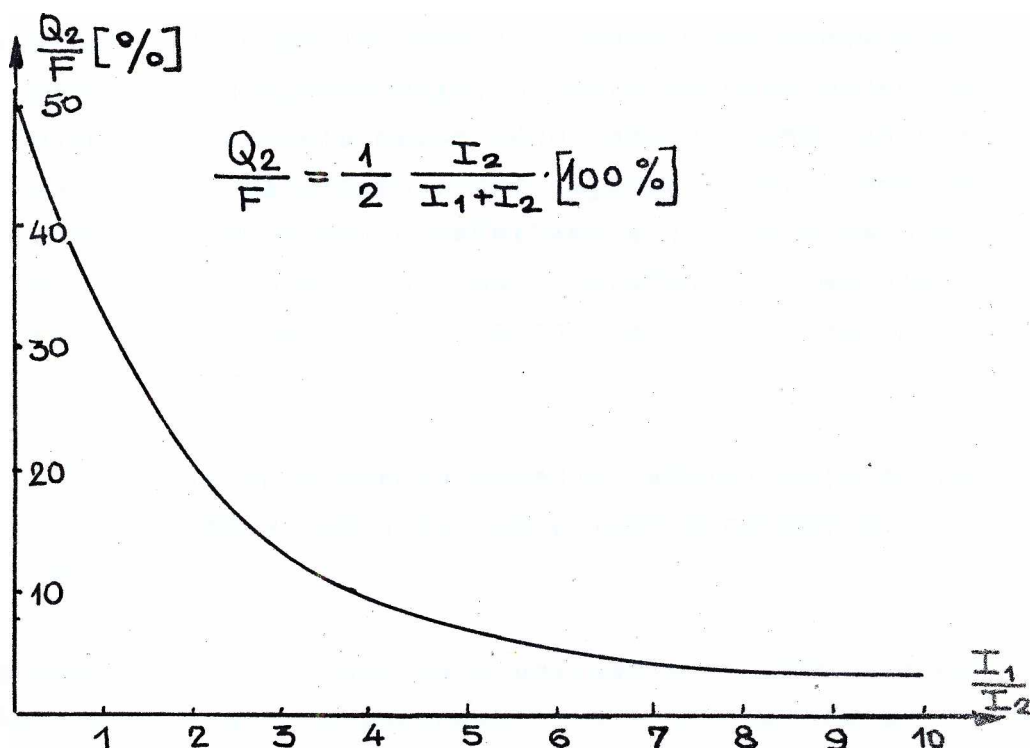
$$\lambda = \frac{b}{h}$$

Dok su I_1, I_2, I_3, I_4 - momenti inercije ravanskih rešetaka.

H.A.Vinokurski daje, između ostalih [26, 27, 31] i dijagram relativnog opterećenja pomoćne vertikalne rešetke u procen-

* Izrazi su izvedeni pod pretpostavkom da se koncentrisano opterećenje (polovina težine kolica mostne dizalice i korisnog tereta) kreće [26 i 31]

tima a u funkciji odnosa momenata inercije glavne i pomoćne vertikalne rešetke. Ovaj dijagram je prikazan na slici 1.9.



Slika 1.9.

Sa dijagrama se vidi, da za odnos

$$\frac{I_1}{I_2} = 4$$

imamo

$$Q_2 = 0,1 F,$$

što znači da pomoćna vertikalna rešetka, u ovom slučaju prima 10% ukupnog opterećenja.

Iz izraza (1.1.7) može se zaključiti sljedeće:

1. Rešetke (ravanske) koje stoje paralelno u odnosu na ravan djelovanja opterećenja, opterećene su na takav način što se polovina opterećenja prima neposredno tom rešetkom u čijoj ravni djeluje opterećenje. Druga polovina optereće-

nja se raspoređuje među tim rešetkama proporcionalno njihovim momentima inercije.

2. Rešetke koje stoje okomito u odnosu na ravan djelovanja spoljšanjeg opterećenja, primaju na sebe opterećenje, jednako opterećenju neposredno neopterećene rešetke (ona koja stoji paralelno ravni dejstva sile), pomnoženo odnosom rastojanja među rešetkama koje stoje paralelno ravni djelovanja spoljašnjeg opterećenja i rastojanja među rešetkama koje stoje okomito u odnosu na ravan djelovanja opterećenja.
3. Raspodjela opterećenja između rešetki koje su paralelne ravni dejstva spoljnjeg opterećenja ne zavisi od koeficijenta λ .

Metoda H.A.Vinokurskog se u poslednje vrijeme sve manje koristi zbog sve veće upotrebe numeričkih metoda za proračun prostornih rešetkastih konstrukcija na računarima. Ove metode se odlikuju velikom tačnošću i brzinom dobijanja rezultata. Medjutim, analitičke metode (kakva je i metoda H.A.Vinokurskog) omogućavaju veoma efikasnu sintezu geometrijskog oblika rešetkastih konstrukcija dok se numeričkim metodama, uz pomoć računara, ova sinteza veoma teško postiže.

1.2. METODA FIKTIVNOG NOSAČA

Često puta je dosta komplikovano odredjivati neku od deformacija (ugib, ugao nagiba, ugao uvijanja itd.) nosača koji nemaju jednostavnu strukturu. Takvi su, na primjer, rešetkasti nosači. Da bi se jednostavnije izračunavale ove neformacije, ovakvi nosači se svode na pune tj. fiktivne nosače sa punim poprečnim presjekom. Za neki nosač kažemo da je fiktivni u odnosu na dati rešetkasti nosač ako on za isto opterećenje i granične uslove ima iste deformacije kao i rešetkasti nosač.

Izjednačavajući analogne deformacije ovih nosača, rešetkastog i fiktivnog dobijamo, fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača. Na osnovu ovih karakteristika možemo izračunati deformacije nosača sa komplikovanom strukturom na način na koji se proračunavaju jednostavni nosači tj. po formulama koje se mogu naći u tablicama otpornosti materijala. Ideja za ovakav postupak je odavno poznata [48] ali tek u novije vrijeme ona ima značajniju primjenu [1,3,4,7,8,9,20] pri određivanju deformacija rešetkastih nosača.

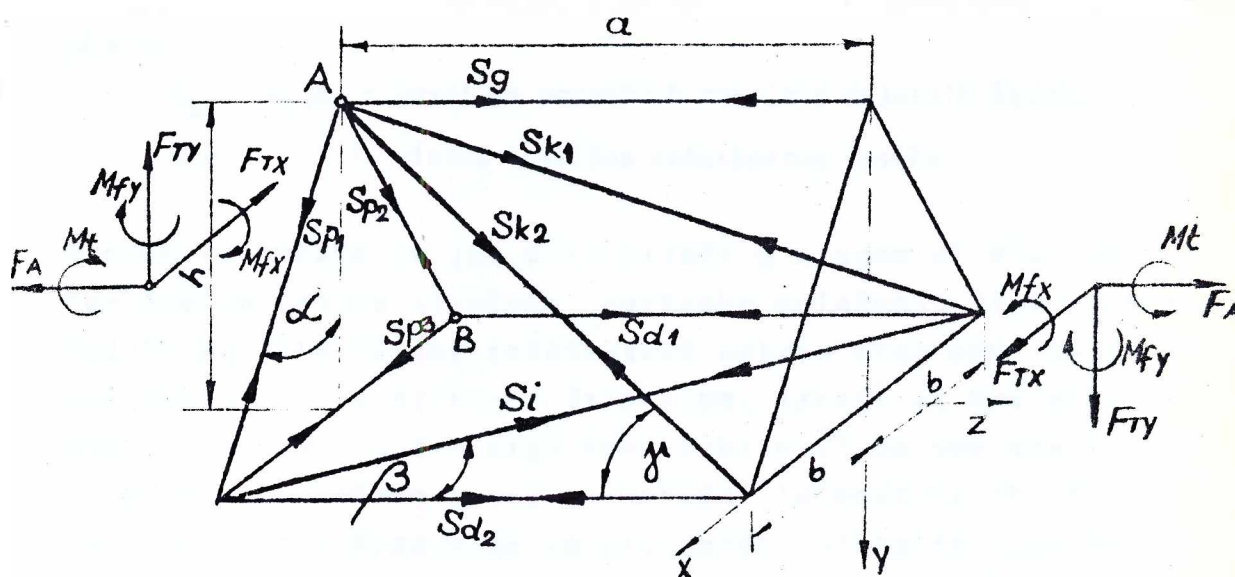
Na Mašinskom fakultetu u Titogradu, u okviru naučno-istraživačke teme "Oscilacije zavojskih tijela i rešetkastih nosača" naučno-istraživačkog projekta "Metodi proračuna i njihova primjena na konstruktivne elemente građevinskih mašina" vršena su, izmedju ostalih, i istraživanja koja su imala za cilj nalaženje fiktivnih krutosnih karakteristika ravanskih i prostornih rešetkastih konstrukcija metodom fiktivnog nosača [3, 4, 20].

U ovim radovima se pošlo od pretpostavke da su štapovi u rešetkama zgloбно vezani i na taj način opterećeni samo na aksijalnu silu. Jedna od posledica ovakve pretpostavke je izjednačavanje dužine izvijanja štapova sa njihovom geometrijskom dužinom što ide u korist sigurnosti protiv izvijanja štapova. Ova aproksimacija je procijenjena u radu [2]. U ovom radu se našla zavisnost redukovane dužine štapa od konstruktivnih karakteristika rešetke kojoj taj štap pripada. Za specijalne vrijednosti konstruktivnih parametara rešetke, dobijena su dva granična slučaja izvijanja štapa rešetke. To su slučaj izvijanja štapa zgloбно vezanog na oba kraja i slučaj izvijanja štapa kruto vezanog na oba kraja. Stvarno stanje izvijanja štapa rešetke, za konkretne konstruktivne parametre, nalazi se izmedju ova dva granična slučaja a može se odrediti iz prigodnog izraza tj. dijagrama [2].

Metoda fiktivnog nosača je formulisana u radovima [3, 4, 20] na taj način što su izjednačene analogne deformacije rešet-

kastih i fiktivnih nosača. Naime, za određeno opterećenje i granične uslove metodama presjeka, isijecanja čvorova i minimuma deformacionog rada (ako se radi o statički neodređenoj rešetki) određene su sile u štapovima rešetkastog nosača u funkciji opterećenja u posmatranom poprečnom presjeku i njegovih geometrijskih karakteristika. Zatim su metodom minimuma deformisanog rada određene deformacije rešetkastog nosača. Ove deformacije su uporedjene sa analognim deformacijama fiktivnog nosača koji ima isto opterećenje i granične uslove kao i rešetkasti nosač. Fiktivni nosači se odabiraju kao puni sa konstantnim poprečnim presjecima. Za ovakve nosače se krutosne karakteristike mogu naći u tablicama otpornosti materijala. Dakle, na ovaj način su dobijene* fiktivne krutosne karakteristike rešetkastih nosača u funkciji njihovih konstruktivnih parametara.

Prvi rad u kojemu je primijenjena metoda fiktivnog nosača, na ovaj način, je rad [3]. U njemu su dobijene fiktivne krutosne karakteristike za tropojasnu rešetkastu konstrukciju čija je elementarna ćelija prikazana na slici 1.10.



Slika 1.10.

* Ovaj način nalaženja fiktivnih krutosnih karakteristika detaljnije je objašnjen u radovima [3,4].

Primjena metode fiktivnog nosača na ravanske rešetke prostornih konstrukcija mostnih kranova data je u radu [4]. U njemu je, takodje, izvršena analiza uticaja konstruktivnih parametara ovih rešetki na njihovu deformabilnost. Slična analiza je izvedena u radovima [20] za tropojasnu rešetku (sl.1.10). U ovim radovima je, takodje, napravljen pokušaj nalaženja fiktivnih krutostnih karakteristika nosača prikazanih na slici 1.5.a i 1.5.b kao i nosača koji se dobija od onog sa slike 1.5.d, ako se iz njega potpuno ukloni svaki drugi poprečni ram. Ove tri konstrukcije nosača se ne primjenjuju^{kod} mostnih kranova zbog njihove nedovoljne krutosti. Za nosače prikazane na slici 1.5a i 1.5b izračunati su [20] fiktivni momenti inercije:

$$\begin{aligned} I_y^* &= \frac{A_c (A_b + A_d)}{A_c + A_d} h^2 = \frac{A_a (A_a + A_c)}{A_a + A_b} h^2 \\ I_z^* &= \frac{A_c (A_a + A_b)}{A_c + A_a} b^2 = \frac{A_d (A_a + A_b)}{A_d + A_d} = b^2 \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

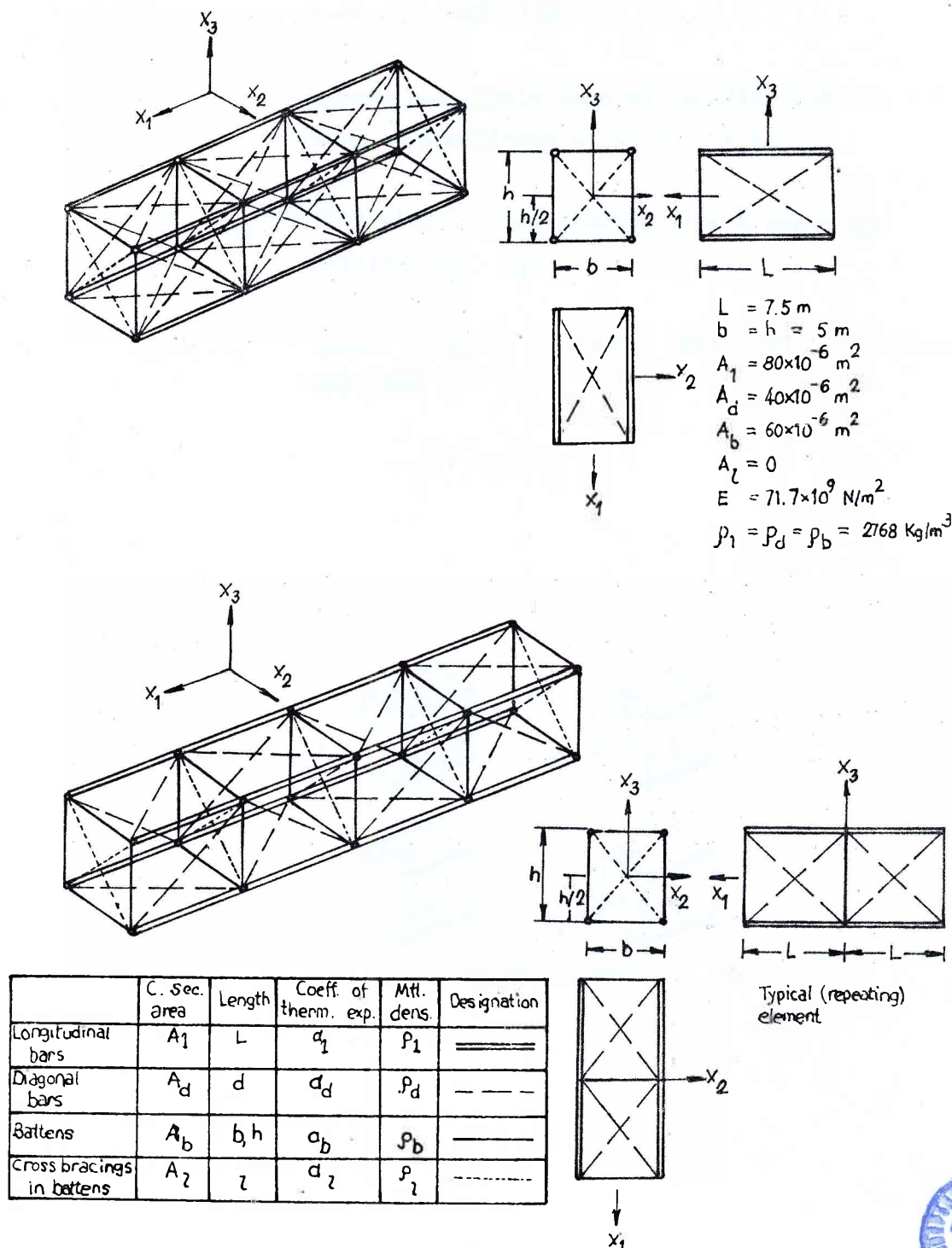
gdje su:

A_a, A_b, A_c, A_d - površine poprečnih presjeka pojasnih štapova (sl.2.2)

h, b - visina i širina rešetkastog nosača.

O ovom rezultatu će još biti riječi u drugom dijelu rada. Kao što je ranije izloženo, postupku nalaženja fiktivnih krutostnih karakteristika rešetkastih nosača prethodni postupak nalaženja sila u njihovim štapovima. Izrazi za ove sile su dati [3, 4, 20] u funkciji konstruktivnih parametara i opterećenja u poprečnom presjeku nosača. Tačnost nekih od ovih izraza za sile u štapovima je provjerena njihovim upoređivanjem sa rezultatima dobijenih numeričkom metodom STRESS na računaru. Pokazalo se [20] da je tačnost zadovoljavajuća. Prednost ovih izraza je u tome što se na osnovu njih može analizirati zavisnost vrijednosti sila od konstruktivnih parametara rešetkastog nosača. Međutim, najčešće su ovi izrazi za sile dosta glomazni i iz tog razloga nepristupačni za primjenu.

Uvodjenjem sličnih pretpostavki a koristeći se metodom fiktivnog nosača u radovima [1,7,8,9] su takodje određene fiktivne krutosne karakteristike nekih prostornih i ravanskih rešetkastih konstrukcija. Od ovih radova najzapaženiji je rad [1] čiji su autori A.K.Noor i C.M.Anderson. U radu su metodom fiktivnog nosača nadjene krutosne karakteristike rešetkastih konstrukcija (prikazane na sl.11.a,b) koje su upotrebljavaju u solarnim centralama i u postrojenjima za kosmička istraživanja. Ovaj rad je financiran programom Nacional Aeronautics and Space Administration-NASA (Američka nacionalna uprava za aeronautička i kosmička istraživanja).



Slike 1.11-a i b.



Ovdje će se prikazati kraći izvod iz onog dijela rada koji je povezan sa problematikom obradjenom u ovoj disertaciji.

Na slici 1.11.c, prikazani su presjeci fiktivne grede a navedene oznake imaju sljedeće značenje:

u^0, v^0, w^0 - komponente pomjeranja koje su funkcije samo od koordinate x_1 ($x_2 = x_3 = 0$);

ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 - ugaone komponente koje su takodje funkcije samo od koordinate x_1 ($x_2 = x_3 = 0$);

N, Q_{12}, Q_{13} - aksijalna i transverzalne sile u poprečnom presjeku $x_2 - x_3$;

M_t, M_2, M_3 - moment uvijanja i momenti savijanja u poprečnom presjeku $x_2 - x_3$.

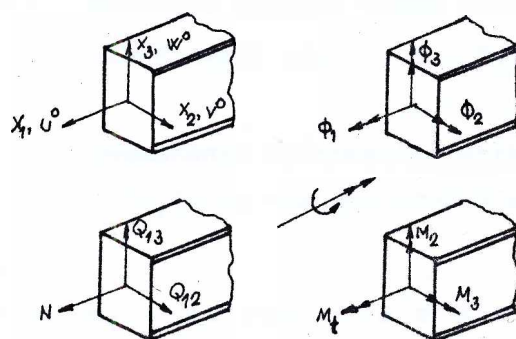


Fig. 2. Beam element and sign convention.

Slika 1.11.c.

izotermalna deformaciona energija elementarne ćelije rešetkastog nosača (sl.1.11-a,b) data je izrazom:

$$U = \frac{1}{2} \sum (k) E^{(k)} A^{(k)} L^{(k)} |\epsilon^{(k)}|^2 \quad (1.2.2)$$

gdje je:

- $E^{(k)}$ - modul elastičnosti materijala od kojeg je k-ti štap elementarne ćelije nosača napravljen;
- $A^{(k)}$ - površina poprečnog presjeka k-tog štapa elementarne ćelije rešetkastog nosača;
- $L^{(k)}$ - dužina k-tog štapa elementarne ćelije rešetkastog nosača;
- $\epsilon^{(k)}$ - aksijalna deformacija k-tog štapa elementarne ćelije rešetkastog nosača određena izrazom

$$\epsilon^{(k)} = \sum \sum \epsilon_{ij}^{(k)} l_i^{(k)} l_j^{(k)} \quad (1.2.3)$$

U izrazu (1.2.3) uvedene oznake imaju sljedeće značenje:

- $l_i^{(k)}, l_j^{(k)}$ - kosinusi pravaca k-tog štapa u odnosu na koordinatne ose x_1, x_2, x_3 ;
- $\epsilon_{ij}^{(k)}$ - komponente deformacija k-tog štapa razvijene u Tejlorov red oko središta tog štapa.

Izotermalna deformaciona energija elementarne ćelije rešetkastog nosača (sl.1.11.a,b) može se prikazati i u sljedećem obliku:

$$U = \frac{1}{2} \bar{L} \epsilon^T C \epsilon \quad (1.2.4)$$

gdje je:

\bar{L} - dužina elementarne ćelije rešetkastog nosača,

C - matrica krutosti,

$$\epsilon = \{\epsilon_1^0 \quad k_2^0 \quad k_3^0 \quad 2\epsilon_{12}^0 \quad 2\epsilon_{13}^0 \quad k_t^0 \quad \psi^0 \quad \bar{k} \quad 2\epsilon_{23}^0\}$$

$$\epsilon_1^0 = \frac{\partial u}{\partial x_1}; \quad k_2^0 = \frac{\partial \phi_3}{\partial x_1}; \quad k_3^0 = \frac{\partial \phi_2}{\partial x_1}; \quad 2\epsilon_{12}^0 = \frac{\partial v^0}{\partial x_1} - \phi_3 \quad (1.2.5)$$

$$2\epsilon_{13}^0 = \frac{\partial w^0}{\partial x_1} + \phi_2; \quad k_t^0 = \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1}; \quad \psi^0 = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_1}; \quad \bar{k} = \frac{1}{2} \frac{\partial (2\epsilon_{23}^0)}{\partial x_1} + \bar{u}$$

Ovdje je sa \bar{u} označena komponenta uvijanja ukrštenih štapova (ravan x_2 - x_3 , slika 1.11.c).

Izjednačavanjem izraza (1.2.2) i (1.2.4) dobijena je matrica krutosti C . Ovdje ćemo izdvojiti fiktivne krutosne karakteristike C_{11} , C_{22} , C_{33} , koje su definisane na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} M_3 \\ Q_{13} \\ M_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & & \\ & C_{22} & \\ & & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_3^0 \\ 2\epsilon_{13}^0 \\ k_t^0 \end{bmatrix} \quad (1.2.6)$$

Za rešetkasti nosač prikazan na slici 1.11.a je:

$$\begin{aligned} C_{11} &= b^2 \left(E_1 A_1 + \frac{1}{\mu_1} \frac{L^3}{d^3} E_d \cdot A_d \right) \\ C_{22} &= 4 \frac{b^2 L}{d^3} E_d \cdot A_d \\ C_{33} &= 2 \frac{b^4 L}{d^3} E_d \cdot A_d \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

a za rešetkasti nosač prikazan na slici 1.11.b.

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= b^2 E_1 A_1 \\
 c_{22} &= \frac{4}{2(1+\frac{\lambda}{2})} \frac{b^2 L}{d^3} E_d \cdot A_d \\
 c_{33} &= \frac{1}{1+\lambda} \frac{b^4 L}{d^3} E_d A_d
 \end{aligned}
 \tag{1.2.8}$$

U ovim izrazima μ_1 i λ su definisani na sljedeći način

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= 1 + 2 \frac{b^3}{d^3} \frac{E_d A_d}{E_b A_b} \\
 \lambda &= \frac{L^3}{d^3} \frac{E_d A_d}{E_1 A_1}
 \end{aligned}
 \tag{1.2.9}$$

A ostale oznake su definisane na slici 1.11.a,b.

Na ovaj način su dobijene, u radu [1] fiktivne krutosne karakteristike rešetkastih nosača (sl.1.11.a,b) izloženih savijanju smicanju i uvijanju. O ovim rezultatima će biti još riječi u trećem dijelu ovog rada.

Na osnovu svega ovog što je rečeno o metodi fiktivnog nosača može se zaključiti da se osnovna prednost primjene ove metode za proračun rešetkastih nosača u odnosu na primjenu numeričkih metoda na računarima (koje su danas najviše u upotrebi) sastoji u tome što se, preko dovoljno tačnih i relativno kratkih izraza za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastih nosača mogu:

- a) dovoljno tačno i brzo izračunati deformacije ovih nosača;
- b) dovoljno jednostavno vršiti analiza uticaja konstruktivnih parametara rešetkastih nosača na njihovu krutost.

Ove prednosti naročito dolaze do izražaja kod rešetkastih nosača koji imaju veliki broj štapova i čvorova jer je za takve nosače proračun krutosti numeričkim metodama na računarima dugotrajan i skup.

1.3. KRATAK OSVRT NA DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA NAPONSKOG STANJA U ZAVARENIM SPOJEVIMA ČVORNOG LIMA REŠETKASTIH KONSTRUKCIJA

Ispitivanjem naponskog stanja u zavarenim čvorovima rešetkastih konstrukcija bavilo se više autora [5,6,10,11,12,13,14,15,16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24]. Radovi [5, 6, 10, 14, 15, 19] se odnose na proračun čvorova u kojima se ne upotrebljava čvorni lim nego se štapovi rešetke na drugačiji način vezuju jedan za drugi. Na proračun naponskog stanja u čvornim limovima zavarenih rešetkastih konstrukcija odnose se radovi [11, 12, 13, 16, 17, 18, 21, 22, 23, 24].

Ova oblast je nedovoljno istražena i u inženjerskoj praksi se za proračun napona u odredjenim presjecima čvornog lima koriste veoma uprošćene formule otpornosti materijala [16, 17]. Tako se za presjek po osnovi čvornog lima često koriste [17] sljedeći izrazi za normalne i tangencijalne napone izazvane silama u kosnicima F_1 i F_2 (sl.1.12)

$$\sigma_y = \frac{12(F_3 - F_4)d}{b(2R)^3} \cdot x \quad (1.3.1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{F_3 - F_4}{2b \cdot R} \quad (1.3.2)$$

gdje je:

σ_y - normalni napon u nekoj tački presjeka CD (sl.1.12) na rastojanju x od tačke 0;

τ_{xy} - tangencijalni napon u presjeku CD;

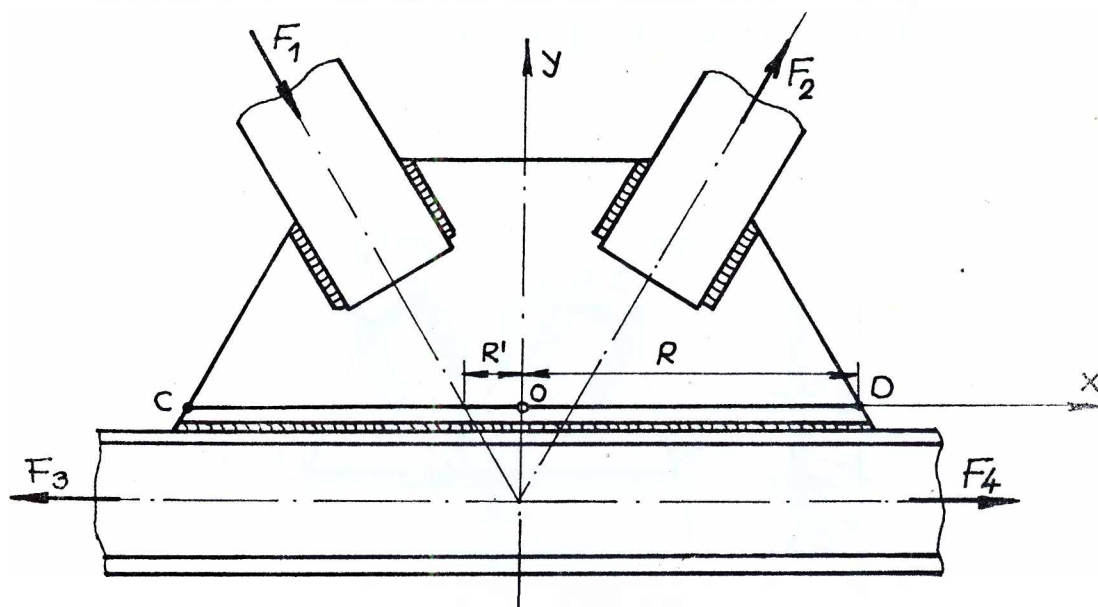
F_3, F_4 - sile u pojasnim štapovima čvora;

R - polovina dužine presjeka CD;

b - debljina čvornog lima (širina presjeka CD);

d - rastojanje od pravca dejstva sila F_3 i F_4 i presjeka CD.

Stvarni raspored napona u čvornom limu (pa i u presjeku CD) je drugačiji i veoma složen a na njega najviše utiče geometrija čvornog lima, način "uvodjenja" sila sa štapova rešetke



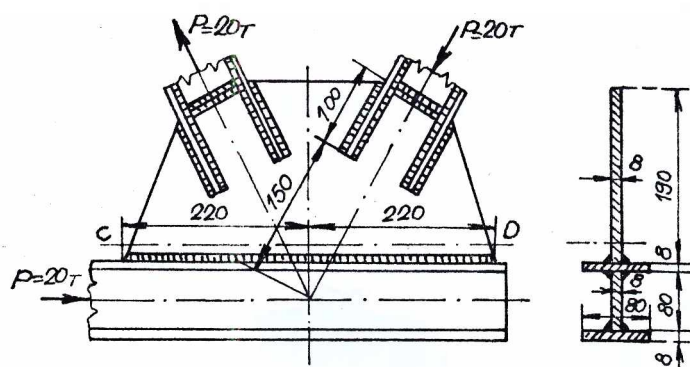
Slika 1.12.

u čvorni lim i geometrija samih štapova. Na to ukazuju i najranija istraživanja K.V.Samsonova [24] koji je metodom fotoelastičnosti dobio slike trajektorija glavnih napona za određene slučajeve opterećenja i geometrije čvornih limova.

Iz rezultata ovih istraživanja [24] može se steći predstava o složenosti rasporeda napona u čvornim limovima rešetkastih zavarenih konstrukcija.

Radovi [12, 13, 18] predstavljaju novije radove iz oblasti proračuna naponskih stanja u čvornim limovima zavarenih rešetkastih konstrukcija. Međutim, u ovim radovima čvorovi su drukčijeg tipa od onog koji je predmet istraživanja u ovoj disertaciji (sl.1.12).

Za naponsko stanje u presjeku CD (sl.1.12) može se reći da je izazvano silama u kosnicama (F_1, F_2) i deformacijom pojasa [16, 17, 23]. Radovi 21, 22, 23 se odnose na proračun napona od deformacije pojasa. Naponska stanja izazvana silama F_1 i F_2 u poprečnom presjeku CD (sl.1.12) predmet su istraživanja u radovima [16, 17]. Ovdje će se dati kraći izvod iz ovih radova i to onaj koji je vezan za problematiku ove disertacije.

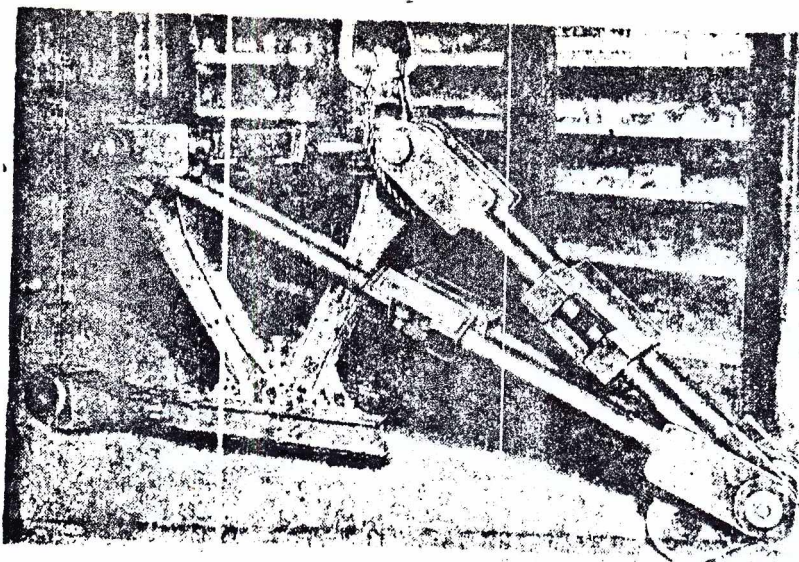


Slika 1.13.

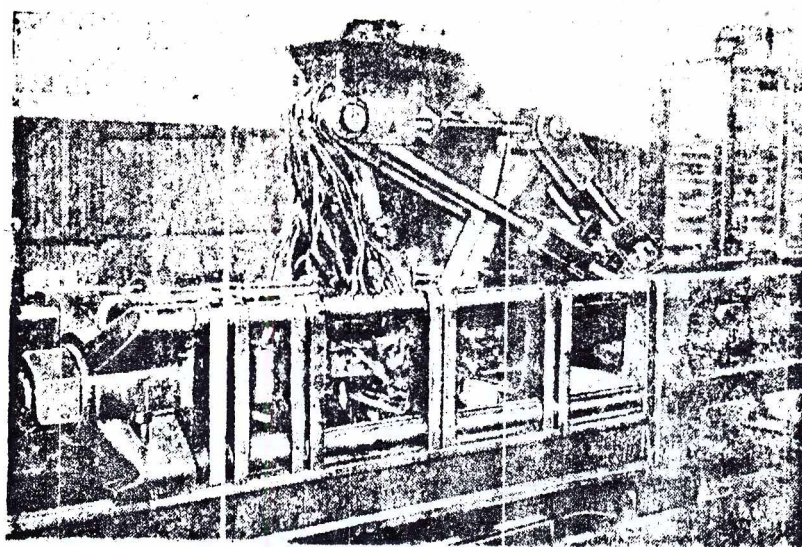
Na slici 1.13. prikazan je čvor rešetke koji je istraživao u radovima [16, 17].

Za potrebe navedenih istraživanja napravljen je uređaj za nanošenje sila u štapovima. Ovdje se nijesu mogli u zadovoljavajućoj mjeri izbjeći momenti savijanja u štapovima pa je u njima dolazilo do neravnomjernog rasporeda napona (sl.1.14 i 1.15). Na sl.1.16 prikazan je raspored deformacija u štapu (kosniku) čvora (sl.1.13) koji je opterećen na pritisak. Deformacije su mjerene mjernim trakama.

Uvodeći pretpostavku da se naponsko stanje u presjeku CD može izračunati pomoću teorije klina [17] dobijeni su normalni i tangencijalni naponi u ovom presjeku (sl.1.17) od uticaja sile u kosnicama (P).

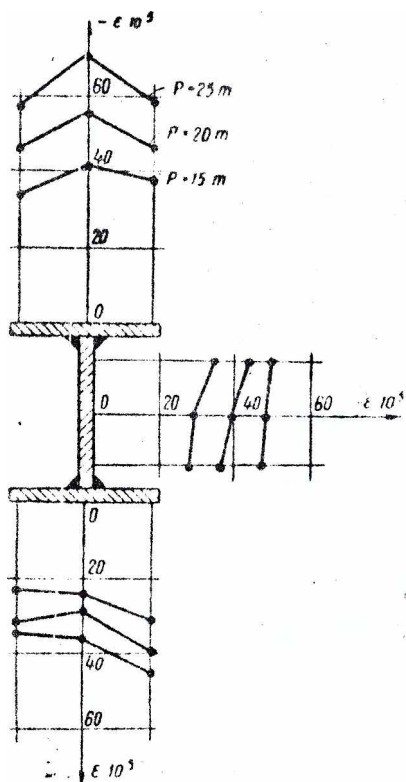


Slika 1.14.

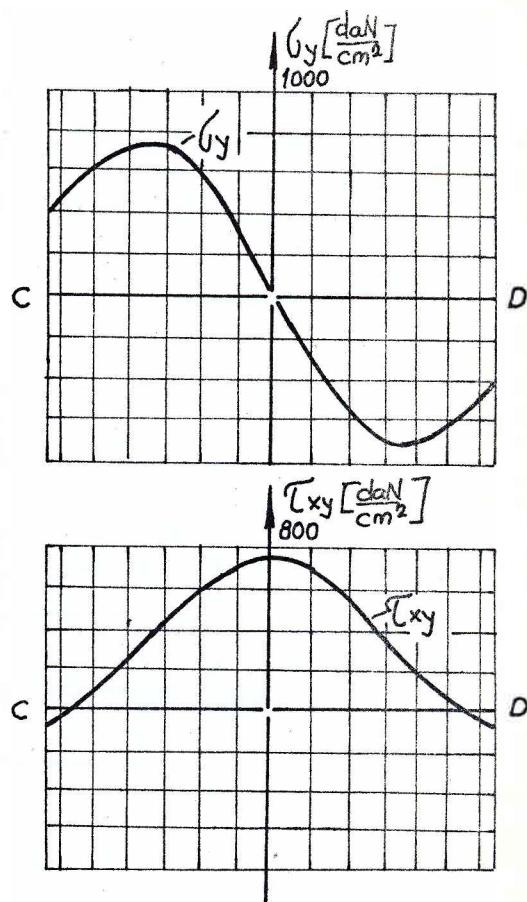


Slika 1.15.

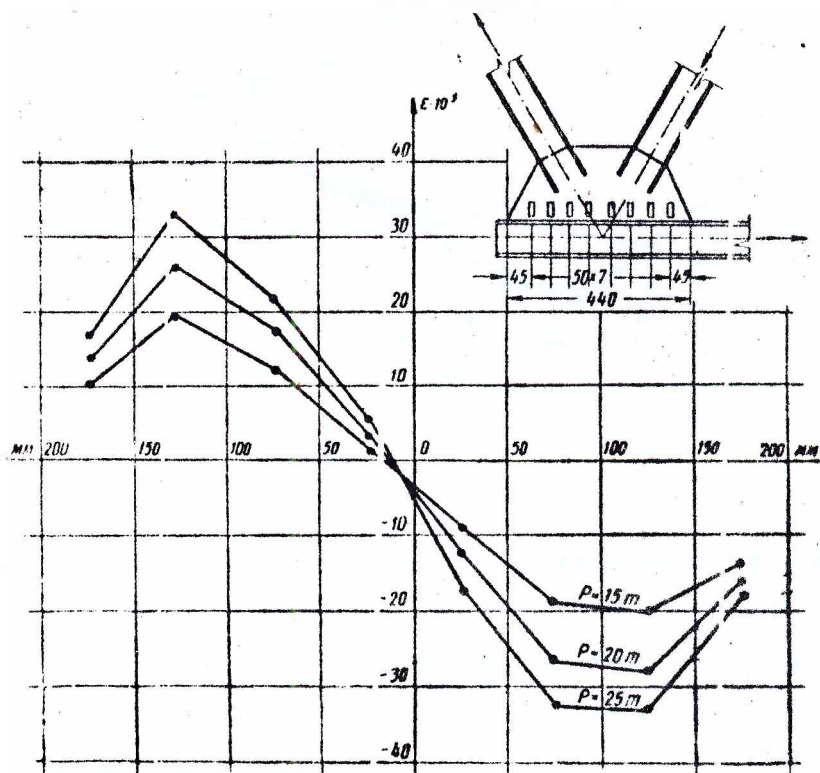
Rezultati eksperimenta dati su na sl. 1.18 i 1.19. Na njima su prikazani dijagrami podužnih (u pravcu ose-x) i poprečnih (u pravcu ose-y) deformacija.



Slika 1.16.



Slika 1.17.



Slika 1.18.

$$\sigma_{y\max} = \frac{6P \cdot d}{b(2R)^2} \frac{2R}{R+3R'} \quad (1.3.3)$$

gdje su R i R' prikazani na slici 1.12. Očigledno da izraz (1.3.3) predstavlja maksimum (po x) od izraza (1.3.1) pomnožen koeficijentom

$$r = \frac{2R}{R+3R'} \quad (1.3.4)$$

Može se takodje zaključiti ako je

$$R' = \frac{1}{3} R \quad (1.3.5)$$

Dobijamo da je

$$r = 1 \quad (1.3.6)$$

i u tom slučaju izraz (1.3.3) predstavlja maksimum izraza (1.3.1). Izraz (1.3.1) je prikazan na slici 1.20 (linija 1). Što se tiče oblika dijagrama tangencijalnog napona (τ_{xy}) dobijenog na osnovu rezultata eksperimenta u radu [17] se tvrdi da on ne odgovara* onom koji je dobijen metodom klina (sl.1.17). Zato se u radu [16] preporučuje sljedeći izraz za tangencijalne napone u presjeku CD (sl.1.13).

$$\tau_{xy} = \frac{P^{**}}{2b \cdot R} \quad (1.3.7)$$

a u radu [17] izraz:

$$\tau_{xy} = \frac{P}{2bR} \left\{ \frac{2aR}{4aR_1} e^{ax} + e^{a(4R-x)} \left[\frac{A\check{1}}{Ap+A\check{1}} + \frac{Ap}{Ap+A\check{1}} \right] \right\} \quad (1.3.8)$$

* Ovaj rezultat nije tačan. O ovome će biti još govora u trećem dijelu ovog rada.

** Ovdje se kao i u izrazu (1.3.3) pod silom P smatra uopšte razlika između sila koje djeluju u pojasu tj. $P=F_3-F_4$ (sl.1.12).

Gdje je:

$$a = \left(\alpha \frac{A_p + A_{\check{c}l}}{A_p \cdot A_{\check{c}l}} \right)^{0,5} \quad (1.3.9)$$

$A_p, A_{\check{c}l}$ - površine poprečnih presjeka pojasa i čvornog lima

$$\alpha = \frac{1,8 \cdot b_p \cdot b}{h_p \cdot b + h_{\check{c}l} \cdot b_p} \quad (1.3.10)$$

$h_p, h_{\check{c}l}$ - visina pojasa i visina čvornog lima,

b_p - "debljina" pojasa koja se definiše kao

$$b_p = \frac{A_p}{h_p} \quad (1.3.11)$$

Izraz (1.3.7) je u stvari izraz (1.3.2) i on se preporučuje čak i u novijoj literaturi [21] uprkos tome što on ustvari daje srednji tangencijalni napon koji se pojavljuje u presjeku CD i predstavlja njegovu veoma grubu aproksimaciju (predstavljen je na slici 1.21 isprekidanom linijom).

Izraz (1.3.8) je očigledno glomazan i kao takav dosta nepodesan za primjenu. Pored toga ovaj izraz je izveden za drugi slučaj opterećenja [17] a primijenjen je ovdje zbog pogrešne analize eksperimentalnih rezultata (sl.1.18 i sl.1.19). Predstavljen je na slici 1.21 punom linijom.

Na kraju ovog izlaganja, zbog daljeg istraživanja, reći će se nekoliko riječi o načinu proračuna podužnim ugaonih zavarenih šavova koji se susrijeću kod čvorova rešetkastih konstrukcija (sl.1.12).

Eksperimenti izvedeni u cilju rešavanja ovog problema pokazuju veliku složenost naponskih stanja u ugaonim šavovima. Ovo se pojavljuje iz više razloga a osnovni su [35]:

- u ugaonim šavovima vladaju višeosna naponska stanja,
- naponi u njima su neravnomjerno raspoređeni po presjeku i dužini šava.
- u raznim stadijumima opterećenja vrši se pregrupisavanje naponskih stanja.

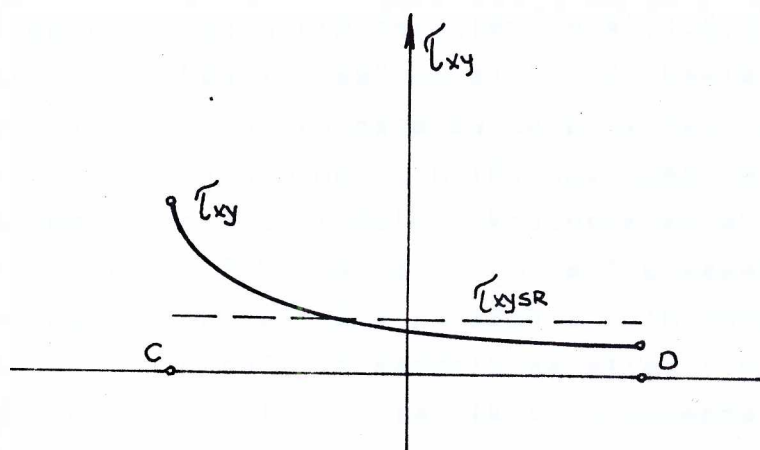
Tačniji proračun napona u ugaonim šavovima je dosta težak i zato postoji dosta veliko rasipanje rezultata istraživanja u ovoj oblasti.

Na osnovu rezultata istraživanja na Univerzitetu u Delftu u Holandiji došlo se do predloga da se uporedni napon u zavarenom ugaonom šavu izračunava na osnovu sljedećeg izraza:

$$\sigma_u = |\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2 - \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} + 1,8(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)|^{0,5} \quad (1.3.12)$$

gdje je:

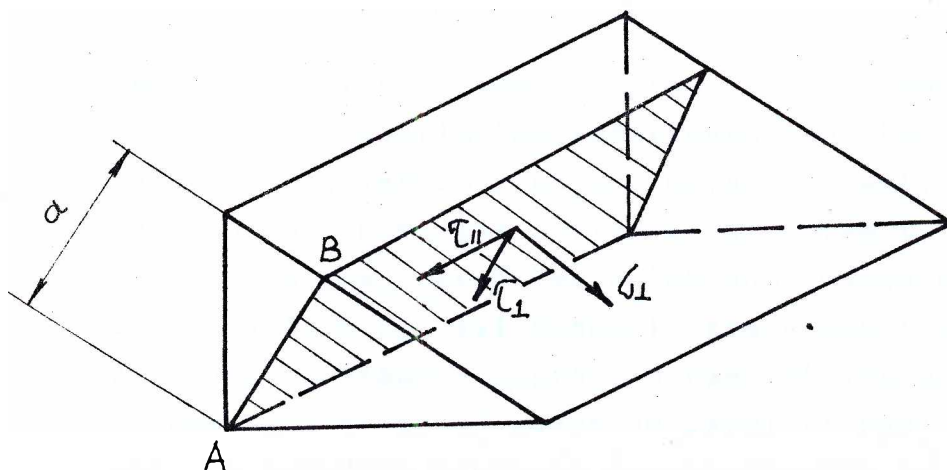
- σ_{\perp} - zatežući ili pritiskujući napon koji djeluje upravno na mjerodavni presjek šava (ravan AB sl.1.22);
- σ_{\parallel} - normalni napon koji djeluje u pravcu dužine šava;
- τ_{\perp} - smičući napon koji djeluje upravno na dužinu šava u mjerodavnoj ravni;
- τ_{\parallel} - smičući napon koji djeluje u pravcu dužine šava u mjerodavnoj ravni.



Slika 1.21.

Izraz (1.3.12) je sličan izrazu koji se dobija na osnovu hipoteze Huber-Henki-Mizes. Razlika je u tome što se ispred zbira kvadrata tangencijalnih napona nalazi koeficijent 1,8 a ne 3.

Ovaj izraz je prihvaćen od Međunarodnog instituta za zavarivanje (MIZ) a upotrebljava se i kod nas.*



Slika 1.22.

1.4. POSTAVKA PROBLEMA

- a) U paragrafu 1.1 je istaknuto da se dodavanjem određenih štapova rešetkastim nosačima sa sl.1.5.a i b može se dobiti rešetkasti nosač sa sl.1.5.d. Dakle, ako nadujemo izraze za fiktivne krutosne karakteristike nosača sa sl.1.5.d. u mogućnosti smo da iz njih, kao specijalne slučajeve, dobijemo izraze za fiktivne krutosne karakteristike nosača sa sl.1.5.a i b. Kao što smo ranije kazali u radovima [20] je napravljen pokušaj nalaženja ovih izraza za specijalne slučajeve nosača prikazanih na slici 1.5.a i b. Uspjeli su se naći tačni izrazi za fiktivne momente inercije tj. izrazi (1.2.9). U ovom radu će se, metodom fiktivnog nosača, naći izrazi za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača prikazanog na sl.1.5.d. koji je u poprečnom presjeku opterećen momentom savijanja, momentom uvijanja i transverzalom silom. Zatim će se iz ovih opštih izraza izvesti posebni izrazi za fiktivne karakteristike rešetkastih nosača prikazanih na sl.1.5.a i b. Na osnovu ovih re-

* Propisi za zavarane čelične konstrukcije, Sl.list SFRJ br. 41/64.

zultata naći će se izraz za najnižu sopstvenu frekvenciju slobodnih transversalnih oscilacija rešetkastog nosača sa sl.1.5.d. Tačnost izraza za navedene karakteristike nosača (sl.1.5.d) provjeriće se numeričkom metodom STRESS na računaru.

- b) Kao što smo ranije kazali izraz (1.2.7) definiše fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača (sl.1.11.a) opterećenog u poprečnom presjeku momentom savijanja, transverzalom silom i momentom uvijanja. Sa slike 1.11.a se može vidjeti da ovaj nosač ima relativno jednostavne geometrijske parametre tj. svi štapovi iste vrste (pojasni štapovi, dijagonale, štapovi poprečnih ramova) imaju istu površinu. U ovom radu će se te površine usvojiti različite i naći izraz za navedene krutosne karakteristike na drugačiji način u odnosu na onaj dat u radu [1] tj. varijantom metode fiktivnog nosača koja je razradjena u radovima [3] i [4]. Na taj način će se dobiti opštiji izrazi u odnosu na izraze (1.2.6) i ovi poslednji će biti njihov specijalan slučaj.
- c) U udžbeničkoj literaturi [25, 26, 27] uvodi se za rešetkaste nosače "fiktivni" moment inercije po analogiji sa punim nosačima (izrazi 1.1.5. i 1.1.6). Medjutim, ovo uvođenje nije korektno jer se pri savijanju nosača zanemaruje ugib od transverzalne sile u njegovom poprečnom presjeku. Ovo će se dokazati na osnovu rezultata pod a i b.
- d) Analitičkom metodom tj. teorijom klina naći će se izrazi i dijagrami komponenti ukupnih napona u tačkama presjeka CD od uticaja sila $F_1 = F_2$ (sl.1.12). Zatim će se numeričkom metodom tj. metodom konačnih elemenata takodje naći ovi dijagrami i to za slučaj koncentrisanog djelovanja ovih sila na čvorni lim i za slučaj njihovog "kontinualnog" prenošenja na čvorni lim preko zavarenih šavova. U navedenim slučajevima će se uvesti pretpostavka krute veze između čvornog lima i pojasa (sl.1.12). Na kraju će se izvesti eksperiment. Napraviće se čelični model čvora rešetke u prirodnoj veli-

čini sličan onom na sl.1.14. Opterećenje će biti (osim u intezitetu) isto, jer je potrebno odrediti naponska stanja u presjeku CD od uticaja sila koje djeluju u kosnicama. Mjerenje deformacija u pomenutom presjeku vršiće se pomoću mjernih traka. Na osnovu njih će se napraviti dijagrami komponenti ukupnog napona u tačkama presjeka CD (sl.1.12). Dijagrami dobijeni analitičkom, numeričkom i eksperimentalnom metodom će se uporediti i izvući određeni zaključci.

- e) Na osnovu dobijenih rezultata primjene navedenih metoda naći će se za upotrebu dovoljno kratak i za praksu dovoljno tačan izraz za maksimalni uporedni napon u tačkama presjeka CD (sl.1.12). Takodje će se dati kritički osvrt na navedene rezultate dobijene u radovima [16] i [17].
- f) U mnogim radovima (kao što su [18, 32, 35]) pokazano je da se tangencijalni naponi u podužnim ugaonim šavovima raspoređuju duž njihovog pravca na taj način da su im maksimalne vrijednosti na krajevima. Ako tražimo uporedne napone u ovim šavovima po hipotezi Huber-Henki-Mises* opet ćemo dobiti maksimalne napone na njihovim krajevima (zbog izrazito velikim tangencijalnih napona). Zato će se, pomoću mjernih traka, izmjeriti naponi na krajevima šavova koji vezuju kosnik sa čvornim limom (sl.1.12) i u tim tačkama naći uporedni naponi po navedenoj hipotezi. Zatim će se oni uporediti sa naponima na istim tim mjestima dobijenim na osnovu izraza (1.3.12).

Na osnovu rezultata ovog uporedjivanja doći će se do zaključka o racionalnosti primjene izraza (1.3.12) pri proračunu naponskog stanja ovakvih podužnih zavarenim šavovima (sl. 1.12).

Na kraju treba istaći da se u ovom radu došlo i do još nekih rezultata koji su manjeg značaja od gore navedenih.

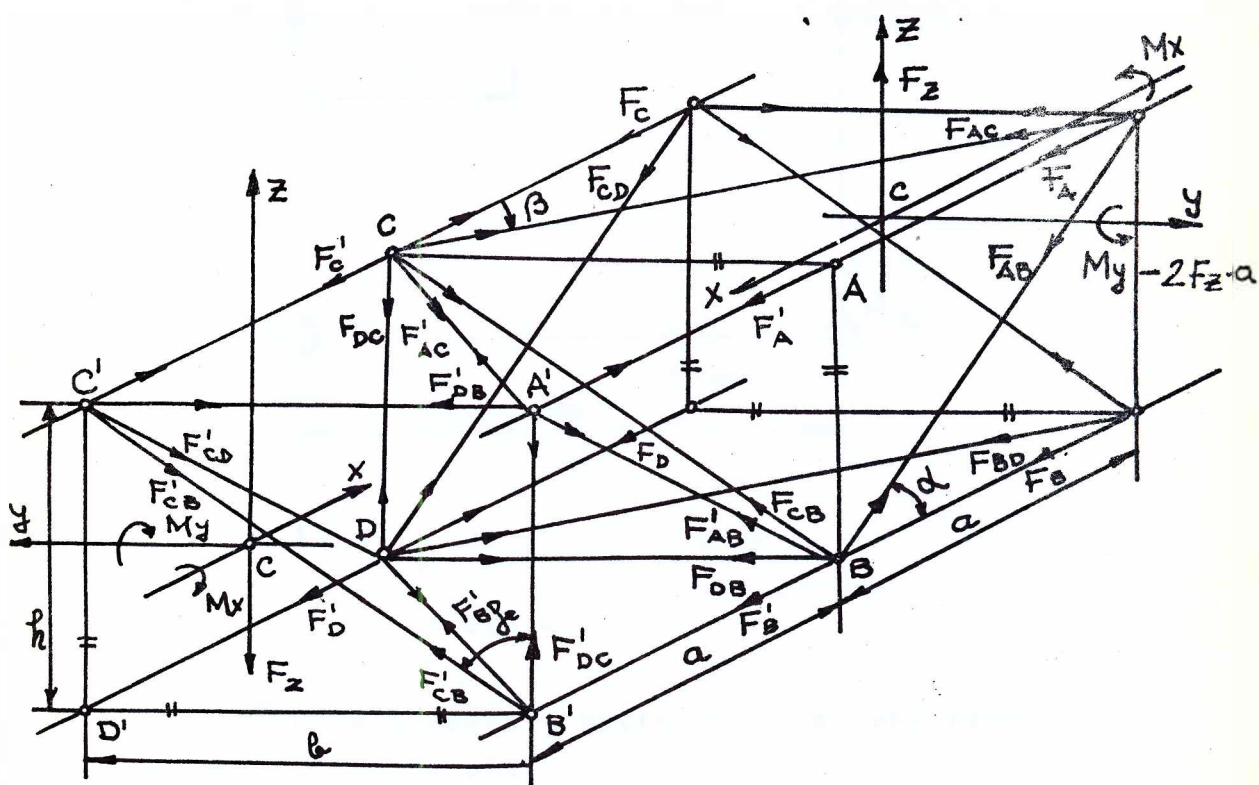
*Po ovoj hipotezi uporedni napon je dat izrazom:

$$\sigma_u = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] \right\}^{0,5} \quad (1.4.1)$$

2. ANALIZA OPTERECENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA I NJEGOVO SVODJENJE NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTIM KRUTOSNIM KARAKTERISTIKAMA

2.1. GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE NOSAČA

Na slici 2.1. prikazan je tip rešetkastog nosača najčešće primjenjivanog kod mostnih kranova.

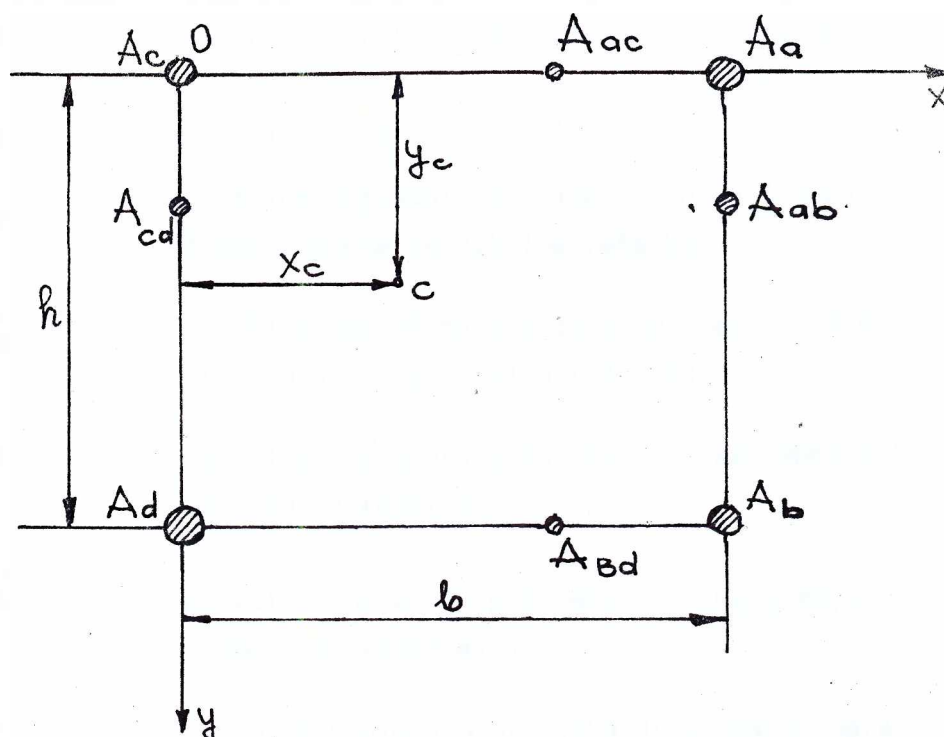


Slika 2.1.

Kao što se na slici vidi izdvojen je par elementarnih ćelija opterećen momentom savijanja M_y , momentom uvijanja M_x i transverzalom silom F_z . Koordinatni sistemi su postavljeni u težištima presjeka pojasnih štapova.

Na slici 2.2. prikazan je poprečni presjek rešetkastog nosača. Presjek je napravljen na proizvoljnom odstojanju od početka

rešetke (čvorova rešetke). Pri nalaženju težišta presjeka postavljene je uslov da se pojedinačna težišta parova površina (A_a, A_c), (A_{ab}, A_{cd}) i (A_b, A_d) nalaze na istom rastojanju od ose Oz . Takodje, težišta parova površina (A_a, A_b), (A_{ac}, A_{bd}) i (A_c, A_d) nalaze se na istom odstojanju od ose Oy . Pod navedenim



Slika 2.2.

uslovima koordinate težišta poprečnog presjeka rešetkastog nosača mostnog kрана će biti:

$$y_c = \frac{A_a}{A_a + A_c} b = \frac{A_b}{A_b + A_d} b = \frac{A_{ab}}{A_{ab} + A_{cd}} b \quad (2.1.1)$$

$$z_c = \frac{A_b}{A_a + A_b} h = \frac{A_d}{A_c + A_d} h = \frac{A_{bd}}{A_{ac} + A_{bd}} h \quad (2.1.2)$$

U prethodne izraze možemo uvesti odnose:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{A_a}{A_b} = \frac{A_c}{A_d} = \frac{A_{ac}}{A_{bd}} \\ k_2 &= \frac{A_d}{A_b} = \frac{A_c}{A_a} = \frac{A_{cd}}{A_{ab}} \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Pa će biti:

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{b}{k_2+1} \\ z_c &= \frac{h}{k_1+1} \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Na taj način su, pod navedenim uslovima, nadjene koordinate težišta poprečnog presjeka rešetkastog nosača mostnog kрана.

Upotrijebljene oznake na sl.2.1 i slici 2.2, su:

$A_a=A'_a, A_b=A'_b$ - površine poprečnih presjeka gornjeg i donjeg pojasnog štapa pomoćne vertikalne rešetke;

$A_c=A'_c, A_d=A'_d$ - površine poprečnog presjeka gornjeg i donjeg pojasnog štapa glavne vertikalne rešetke;

$A_{ab}=A'_{ab}, A_{cd}=A'_{cd}$ - površine poprečnih presjeka kosnika pomoćne i glavne vertikalne rešetke;

$A_{ac}=A'_{ac}, A_{bd}=A'_{bd}$ - površine poprečnih presjeka kosnika gornje i donje horizontalne rešetke;

$A_{cb} = A'_{cb}$ - površine poprečnih presjeka dijagonala poprečnog ukręćenja prostornog rešetkastog nosača;

$A_{db} = A'_{db}$ - površine poprečnih presjeka vertikalna gornje i donje horizontalne rešetke;

$A_{dc} = A'_{dc}$ - površine poprečnih presjeka vertikalna glavne i pomoćne vertikalne rešetke;

$F_A, F'_A, F_B, F'_B, F_C, F'_C, F_D, F'_D$ - unutrašnje sile u štapovima gornjeg i donjeg pojasa pomoćne i glavne vertikalne rešetke;

$F_{AB}, F'_{AB}, F_{CD}, F'_{CD}, F_{AC}, F'_{AC}, F_{BD}, F'_{BD}$ - unutrašnje sile u štapovima kosnika pomoćne vertikalne, glavne vertikalne, gornje horizontalne i donje horizontalne rešetke;

- F_{CB}, F'_{CB} - unutrašnje sile u štapovima dijagonala poprečnog ukrućenja prostornog rešetkastog nosača;
- $F_{DB}, F'_{DB}, F_{DC}, F'_{DC}$ - unutrašnje sile u štapovima vertikalna donje horizontalne, gornje horizontalne, glavne vertikalne i pomoćne vertikalne rešetke;
- a, b, h - dužina, širina i visina elementarne ćelije rešetke;
- $\alpha, \beta,$ - uglovi nagiba kosnika vertikalnih i horizontal. rešetki;
- γ - ugao nagiba dijagonale poprečnog ukrućenja prostornog rešetkastog nosača;
- x_c, y_c - koordinate težišta poprečnih presjeka prostorne rešetke;
- M_x, M_y, F_z - moment uvijanja, moment savijanja i transverzalna sila koji napadaju elementarnu rešetku

2.2. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA OPTEREĆENOG MOMENTOM SAVIJANJA M_y

Ovdje ćemo naći unutrašnje sile u elementarnim ćelijama rešetkastog nosača mostnog krana od momenta savijanja M_y .

Rešetkasti nosač (sl.2.1) je dva puta statički neodredjen pa ćemo pored jednačina ravnoteže, koje dobijamo metodom presjeka, koristiti i dvije jednačine dobijene metodom deformacionog rada.

Ako desni dio ćelije presječemo jednom ravni normalnom na pojasne štapove rešetke, postavimo statičke jednačine ravnoteže i primijenimo princip minimuma deformacionog rada dobićemo izraze za unutrašnje sile u rešetkastom nosaču od momenta savijanja M_y^* .

* Ovdje su takodje iskorišćene i jednačine ravnoteže sila u čvorovima.

$$F_A = F'_A = \frac{1}{k_2+1} C_{ya} \frac{M_y}{h} = - \frac{1}{k_2+1} \left| 1 - \frac{k_2(k_1+1)(2k_1+k_1k_2+1)}{D_y} \right| \frac{M_y}{h}$$

$$F_B = F'_B = \frac{1}{k_2+1} C_{yb} \frac{M_y}{h} = \frac{1}{k_2+1} \left| 1 + \frac{k_2(k_1+1)(k_2-k_1)}{D_y} \right| \frac{M_y}{h}$$

$$F_C = F'_C = \frac{1}{k_2+1} C_{yc} \frac{M_y}{h} = - \frac{k_2}{k_2+1} \left| 1 - \frac{(k_1+1)(k_2-k_1)}{D_y} \right| \frac{M_y}{h}$$

$$F_D = F'_D = \frac{1}{k_2+1} C_{yd} \frac{M_y}{h} = \frac{k_2}{k_2+1} \left| 1 - \frac{(k_1+1)(k_1k_2+2k_2+1)}{D_y} \right| \frac{M_y}{h}$$

$$F_{AB} = F'_{AB} = - F_{CD} = - F'_{CD} = \frac{1}{k_2+1} C_{yAB} \frac{M_y}{h} = - \frac{1}{k_2+1} \frac{k_2(k_2+1)(k_1+1)^2}{D_y} \frac{1}{\cos \alpha} \frac{M_y}{h}$$

$$F_{AC} = F'_{AC} = - F_{BD} = - F'_{BD} = \frac{1}{k_2+1} C_{yAC} \frac{M_y}{h} = - \frac{1}{k_2+1} \frac{k_2(k_2+1)(k_1+1)^2}{D_y} \frac{1}{\cos \beta} \frac{M_y}{h}$$

$$F_{CB} = - F'_{CB} = \frac{1}{k_2+1} C_{yCB} \frac{M_y}{h} = \frac{1}{k_2+1} \frac{2k_2(k_2+1)(k_1+1)^2}{D_y} \frac{1}{\cos \beta} \frac{M_y}{h} \quad (2.2.1)$$

$$F_{DB} = - F'_{DB} = \frac{1}{k_2+1} C_{yDB} \frac{M_y}{h} = - \frac{1}{k_2+1} \frac{2k_2(k_2+1)(k_1+1)^2}{D_y} \operatorname{tg} \beta \frac{M_y}{h}$$

$$F_{DC} = - F'_{DC} = \frac{1}{k_2+1} C_{yDC} \frac{M_y}{h} = - \frac{1}{k_2+1} \frac{2k_2(k_2+1)(k_1+1)^2}{D_y} \operatorname{tg} \alpha \frac{M_y}{h}$$

gdje su:

$$k_3 = \frac{A_d}{A_{cd}}$$

$$k_4 = \frac{A_d}{A_{bd}}$$

$$k_5 = \frac{A_d}{A_{cb}}$$

(2.2.2)

$$D_y = (k_1+1)(k_2+1) \frac{4k_1+k_1k_2+1}{\cos^3 \alpha} + \frac{k_1(k_2+1)k_3}{\cos^3 \alpha} + \frac{k_1+1}{\cos^3 \beta} k_4 + 8k_1k_5 \frac{\operatorname{tg}^3 \beta}{\sin^3 \alpha} - (2k_1+k_1k_2+1)^2 \quad (2.2.3)$$

Ovdje je pretpostavljeno da se, zbog racionalnog projektovanja, površine A_{cb} , A_{db} i A_{dc} odnose kao i sile koje djeluju u njima tj.

$$A_{cb} = \frac{A_{db}}{\sin \gamma} = \frac{A_{dc}}{\cos \gamma} \quad (2.2.4)$$

U izrazima (2.2.1) napisane su i karakteristike sile $C_{yA}, C_{yB}, \dots, C_{yDC}$ jer će one biti kasnije potrebne za izračunavanje maksimalnih sila u štapovima rešetkastog nosača od koncentracionog vertikalnog opterećenja koje djeluje u ravni njegove glavne vertikalne rešetke.

2.3. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA U SLUČAJU KADA DJELUJE MOMENT UVIJANJA M_x OKO NJEGOVE POUŽNE OSE

Na osnovu istog postupka kao u prethodnom parametru dobijamo sljedeće izraze za unutrašnje sile u rešetkastom nosaču (sl. 2.1) od momenta uvijanja M_x .

$$\begin{aligned} F_A &= F'_A = 0 \\ F_B &= -F'_B = -\frac{R_x}{D_x} \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_C &= -F'_C = \left(1 - \frac{R_x}{D_x}\right) \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_D &= -F'_D = -\left(1 - 2 \frac{R_x}{D_x}\right) \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_{AB} &= -F'_{AB} = \frac{R_x}{D_x} \frac{1}{\cos \alpha} \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_{CD} &= -F'_{CD} = -\frac{R_x}{D_x} \frac{1}{\cos \alpha} \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_{AC} &= -F'_{AC} = -\left(1 + 2 \frac{R_x}{D_x}\right) \frac{1}{\cos \beta} \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_{BD} &= -F'_{BD} = \left(1 + 2 \frac{R_x}{D_x}\right) \frac{1}{\cos \beta} \frac{M_x}{\operatorname{htg} \beta} \\ F_{CB} &= F'_{CB} = 0 \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

$$F_{DB} = F'_{DB} = 0$$

$$F_{DC} = F'_{DC} = 0$$

gdje je:

$$\begin{aligned} R_x &= 2k_1 + 1 + \frac{k_4(k_1+1)}{\cos^3 \beta} \\ D_x &= 4k_1 + k_1 k_2 + 1 + \frac{k_1(k_2+1)k_3}{\cos^3 \alpha} + \frac{k_4(k_1+1)}{\cos^3 \beta} \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

2.4. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOST- NOG KRANA U SLUČAJU KADA DJELUJE TRANSVERZALNA SILA F_z U NJEGOVOJ PODUŽNOJ VERTIKALNOJ TEŽIŠNOJ RAVNI

Posmatraćemo desni dio rešetke a sila F_z neka djeluje na njegovom početku tj. u središtu dviju elementarnih ćelija prikazanih na sl.2.1. Ovo ćemo uraditi zbog toga da bi izbjegli uticaj momenta savijanja od ove transverzalne sile. Dalji postupak je isti kao i u prethodna dva paragrafa, tako da dobijamo sljedeće izraze za unutrašnje sile u rešetkastom nosaču (sl.2.1) od transverzalne sile F_z koja djeluje u njegovoj podužnoj vertikalnoj težišnoj ravni:

$$F_A = F'_A = 0$$

$$F_B = -F'_B = -\frac{1}{k_2+1} \left(1 + \frac{k_1 k_2}{D_x}\right) \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$F_C = -F'_C = -\frac{k_1 k_2}{D_x} \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (2.4.1)$$

$$F_D = -F'_D = -\frac{k_2}{k_2 k_1} \left(1 - \frac{2k_1}{D_x}\right) \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$F_{AB} = -F'_{AB} = \frac{1}{k_2+1} \left(1 + \frac{k_1 k_2}{D_x}\right) \frac{1}{\cos \alpha} \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$F_{CD} = -F'_{CD} = \frac{k_2}{k_2+1} \left(1 - \frac{k_1}{D_x}\right) \frac{1}{\cos \alpha} \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$F_{AC} = -F'_{AC} = \frac{1}{k_2+1} \frac{k_1 k_2}{D_x} \frac{1}{\cos \beta} \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$F_{BD} = -F'_{BD} = -\frac{1}{k_2+1} \frac{k_1 k_2}{D_x} \frac{1}{\cos \beta} \frac{F_z}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$F_{CB} = F'_{CB} = 0$$

$$F_{DB} = F'_{DB} = 0$$

$$F_{DC} = F'_{DC} = 0$$

gdje je D_x ranije definisano izrazom (2.3.2).

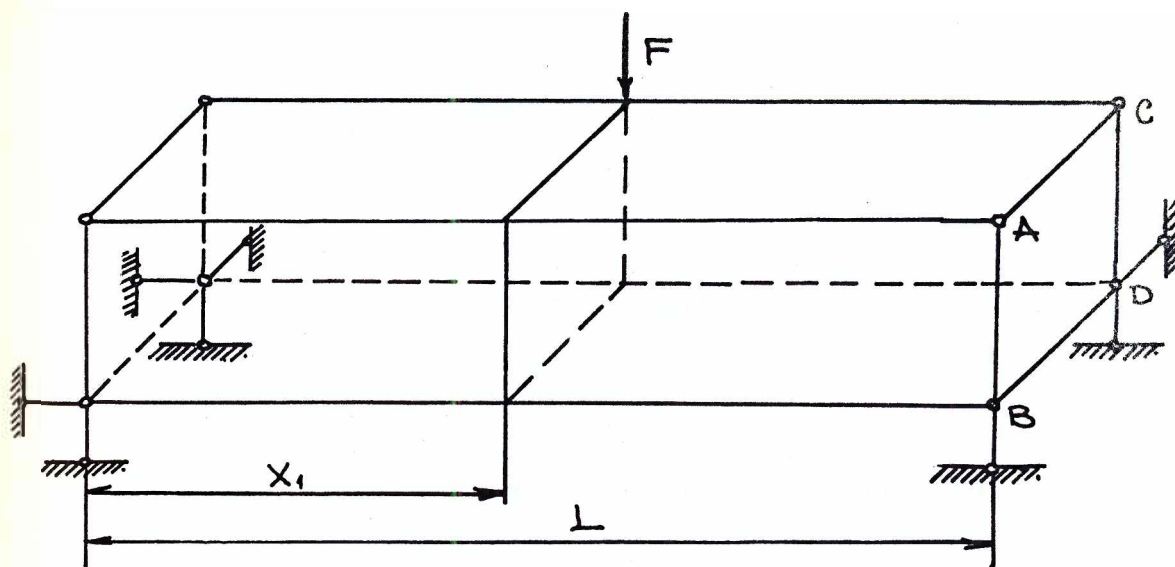
Na osnovu nadjenih izraza za sile u štapovima rešetkastog nosača (u prethodna tri paragrafa) u sljedećem paragrafu ćemo ih izračunati od konkretnog opterećenja tj. koncentrisane pokretne vertikalne sile koja djeluje duž gornjeg pojasa glavne vertikalne rešetke prostornog rešetkastog nosača.

2.5. ANALIZA OPTEREĆENJA U ŠTAPOVIMA PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA U SLUČAJU KADA DJELUJE KONCENTRISANO POKRETNOST OPTEREĆENJE U RAVNI NJEGOVE GLAVNE VERTIKALNE REŠETKE

Na slici 2.3. prikazana je šema jednog nosača mostnog kрана čija je rešetkasta konstrukcija data na slici 2.1. Nosač je opterećen sa koncentrisanom silom F na rastojanju x_1 od lijevog kraja nosača. Od ove sile ćemo izračunati opterećenje koje se javlja u poprečnom presjeku nosača neposredno ispred mjesta djelovanja sile tj. praktično na rastojanju x_1 od lijevog kraja nosača.*

Smjerovi opterećenja koje smo izabrali poprečnim presjecima u prethodnim paragrafima, kao i smjerovi opterećenja u pomenutom presjeku na rastojanju x_1 od lijevog kraja nosača prikazani su na slikama 2.4-a i b.

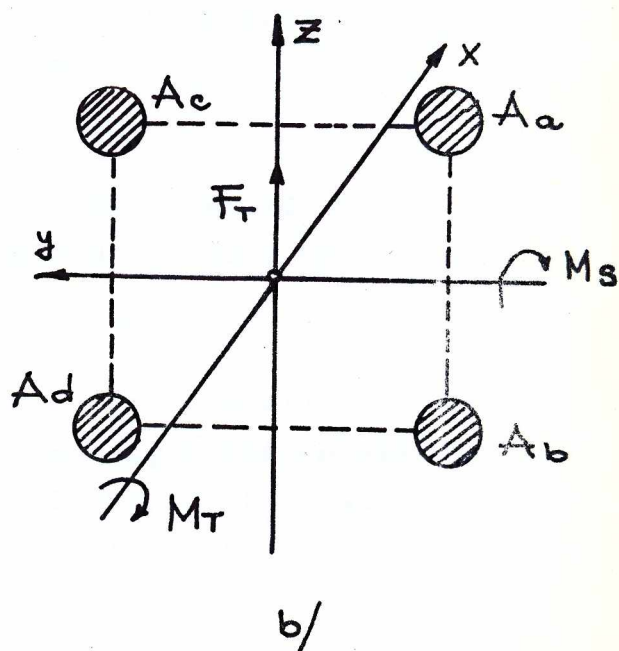
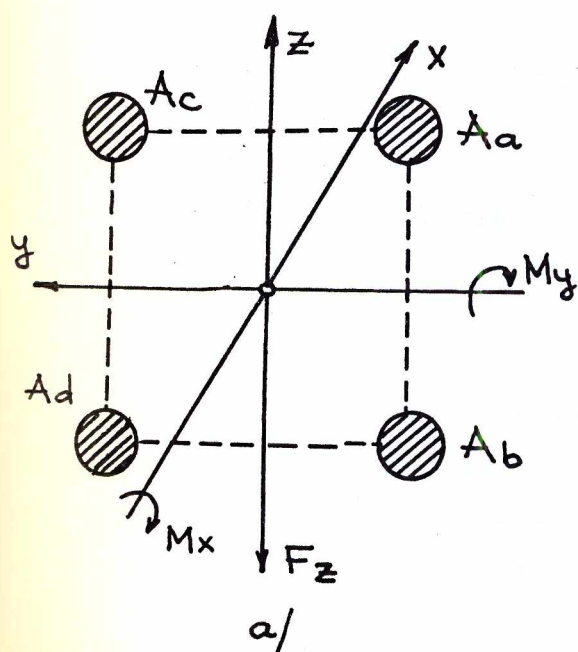
* Smatramo da spoljna, koncentrisana sila uvijek djeluje u nekom od žvorova gornjeg pojasa glavne vertikalne rešetke.



Slika 2.3.

Izrazi za transverzalnu silu, moment uvijanja i moment savijanja u poprečnom presjeku, na odstojanju x_1 od lijevog kraja nosača su:

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{L-x_1}{L} F \\ M_T &= \frac{L-x_1}{L} \frac{b}{k_2+1} F \\ M_S &= \frac{L-x_1}{L} x_1 F \end{aligned} \quad (2.5.1)$$



Slika 2.4.

Na osnovu izraza (2.5.1) i slike 2.4.a i b, možemo formirati izraze za silu F_z i momente M_x i M_y :

$$\begin{aligned} F_z &= - \frac{L-x_1}{L} F \\ M_x &= \frac{L-x_1}{L} \frac{b}{k_2+1} F \\ M_y &= \frac{L-x_1}{L} x_1 F \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Ukupna sila u bilo kojem štapu rešetkastog nosača može se dobiti sabiranjem izraza za ovu silu od momenta savijanja, momenta uvijanja i transverzalne sile

$$F_U = \frac{1}{k_2+1} \frac{L-x_1}{L} \left| c_y \frac{x_1}{h} + \frac{1}{\tan \alpha} (c_x - c_z) \right| F \quad (2.5.3)$$

Na primjer, izraz za ukupnu silu u štapu donjeg pojasa glavne vertikalne rešetke će biti:

$$F_{UC} = \frac{1}{k_2+1} \frac{L-x_1}{L} \left| c_{yD} \frac{x_1}{h} + \frac{1}{\tan \alpha} (c_{xD} - c_{zD}) \right| F \quad (2.5.4)$$

gdje su:

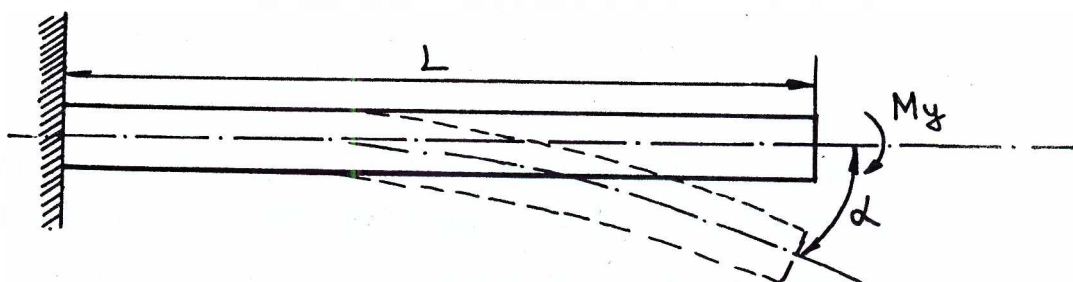
c_{yD} , c_{xD} i c_{zD} - određeni izrazima (2.2.1), (2.3.1) i (2.4.1).

Na analogan način mogu se naći izrazi za ukupne sile i u ostalim štapovima rešetkastog nosača.

2.6. SVODJENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTOM KRUTOŠĆU U ODNOSU NA SAVIJANJE MOMENTOM U VERTIKALNOJ RAVNI

Izrazima (2.2.1) definisane su unutrašnje sile u štapovima rešetkastog nosača (sl.2.1) opterećenog momentom savijanja u njegovoj vertikalnoj podužnoj ravni. Pri čistom savijanju prizmatične grede upotrebljava se za izračunavanje napona i ugiba

karakteristika poprečnog presjeka tj. moment inercije poprečnog presjeka. Ovdje će se naći analogna karakteristika prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1) pod uslovom da je ugao nagiba na krajevima jedne konzolne rešetkaste konstrukcije i jedne fiktivne konzolne prizmatične grede (sl.2.5) pod uticajem istog momenta savijanja isti.



Slika 2.5.

Sa slike 2.5 imamo:

$$\alpha_y = \frac{M_y \cdot L}{EI_y^*} \quad (2.6.1)$$

S druge strane, primjenom deformacionog rada, dobijamo:

$$\alpha_y = \frac{\partial A}{\partial M_y} = \sum \frac{S_i l_i}{A_i E} \frac{\partial S_i}{\partial M_y} \quad (2.6.2)$$

Ovdje treba napomenuti da tražena krutosna karakteristika rešetkastog nosača ne zavisi od toga što smo uzeli da je nosač konzolni.

Novе oznake u prethodnim izrazima su:

α_y - ugao nagiba elastične linije konzolnog nosača na njegovom kraju pri djelovanju momenta savijanja M_y ;

- I_y^* - fiktivni moment inercije prostornog rešetkastog nosača pri njegovom savijanju u vertikalnoj ravni;
- S_i - unutrašnje sile u štapovima rešetkastog nosača od momenta savijanja M_y ;
- l_i - dužine štapova rešetkastog nosača;
- A_i - površine poprečnih presjeka štapova rešetkastog nosača;
- A - deformacioni rad.

Ako izraze za sile (2.2.1) zamijenimo u izraz (2.6.2), ovaj izraz izjednačimo sa izrazom (2.6.1) i iskoristimo relaciju $L=2na$ (n je broj parova elementarnih ćelija rešetkastog nosača).

Dobijamo:

$$I_y^* = \frac{A_a(A_a+A_c)}{A_a+A_b} h^2 \left| 1 + \frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y - k_2(k_1+1)^2} \right| + \frac{A_c(A_b+A_d)}{A_c+A_d} h^2 \left| 1 + \frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y - k_2(k_1+1)^2} \right| \quad (2.6.3)$$

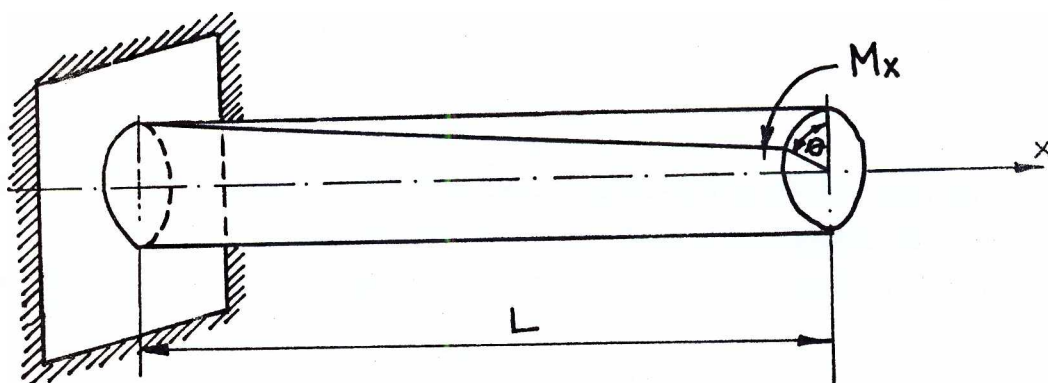
to jest:

$$I_y^* = \frac{k_1(k_2+1)}{k_2(k_1+1)} A_d \cdot h^2 \left| 1 + \frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y - k_2(k_1+1)^2} \right| \quad (2.6.4)$$

Na taj način smo dobili izraz za fiktivni moment inercije prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1) opterećenog momentom savijanja M_y .

2.7. SVODJENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTOM KRUTOŠĆU U ODNOSU NA UVIJANJE

Analogno kao u prethodnom paragrafu, ovdje ćemo izjednačiti ugao uvijanja rešetkastog nosača i fiktivnog nosača koji su opterećeni (sl.2.6) istim momentom uvijanja na njihovim slobodnim krajevima. Na taj način, ćemo naći krutosnu karakteristiku rešetkastog nosača na uvijanje.



Slika 2.6.

Primjenjujući Kastiljanove stavove tj. metod deformacionog rada, možemo pisati:

$$\theta = \frac{\partial A}{\partial M_x} = \sum \frac{S_i l_i}{EA_i} \frac{\partial S_i}{\partial M_x} = \frac{M_x L}{(GI_O)^*} \quad (2.7.1)$$

Oznake uvedene u ovom izrazu imaju sljedeće značenje:

θ - ugao uvijanja konzolnog nosača opterećenog momentom M_x na slobodnom kraju;

$(GI_O)^*$ - fiktivna krutosna karakteristika rešetkastog nosača na uvijanje;

S_i - sile u štapovima rešetkastog nosača od momenta uvijanja M_x .

Ako izraze za sile (2.3.1) zamijenimo u izraz (2.7.1) dobijamo

$$\frac{1}{(GI_O)^*} = \frac{1}{Eh^2} \frac{A_c + A_d}{A_c \cdot A_d} \frac{\frac{A_d}{A_{bd}} + \cos^3 \beta}{\sin^2 \beta \cdot \cos \beta} \left| 1 - \frac{R_x^2}{(k_1 + 1)(R_x - 2k_1)D_x} \right| \quad (2.7.2)$$

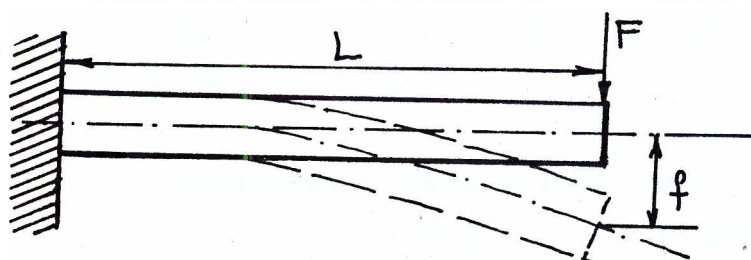
to jest,

$$\frac{1}{(GI_O)^*} = \frac{1}{Eh^2} \frac{k_1 + 1}{k_1 A_d} \frac{K_4 + \cos^3 \beta}{\sin^2 \beta \cdot \cos \beta} \left| 1 - \frac{R_x^2}{(k_1 + 1)(R_x - 2k_1)D_x} \right| \quad (2.7.3)$$

Tako smo dobili izraz za fiktivnu krutosnu karakteristiku prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1) na uvijanje.

2.8. SVOĐENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTOM KRUTOŠĆU U ODNOSU NA SAVIJANJE SILOM U NJEGOVOJ PODUŽNOJ VERTIKALNOJ TEŽIŠNOJ RAVNI

Posmatrajmo na sl.2.7. konzolu opterećenu silom na njenom kraju:



Slika 2.7.

Ugib na kraju konzolnog rešetkastog nosača usljed djelovanja transverzalne sile u njegovom poprečnom presjeku će biti:

$$f_F = \frac{\partial A}{\partial F} = \sum \frac{S_i l_i}{EA_i} \frac{\partial S_i}{\partial F} = \frac{FL^3}{3EI_y^*} + F \cdot L \left(\frac{k}{GA} \right)^* \quad (2.8.1)$$

gdje je:

$\left(\frac{k}{GA} \right)^*$ - fiktivna krutosna karakteristika prostornog rešetkastog nosača od transverzalne sile u poprečnom presjeku;

S_i - sile u štapovima rešetkastog nosača od transverzalne sile u poprečnom presjeku.

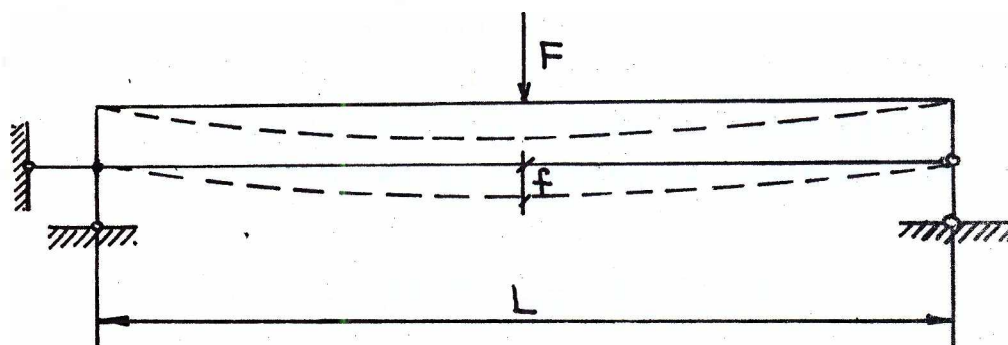
Ako izraze za sile (2.2.1) i (2.4.1) zamijenimo u izraz (2.8.1) dobijamo:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{k}{GA}\right)^* = & \frac{1}{EA_d} \frac{1}{\tan^2 \alpha} \frac{k_2}{k_2+1} \left\{ \frac{k_3+\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} \left| 1 - \frac{k_1 k_2}{k_2+1} \frac{\cos^3 \alpha}{k_3+\cos^3 \alpha} \frac{1}{D_x} \right| - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{3} \frac{k_1+1}{k_1} \left| 1 - \frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y} \right| \right\} \quad (2.8.2)
 \end{aligned}$$

Na taj način smo dobili izraz za fiktivnu krutosnu karakteristiku prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1) od transverzalne sile u poprečnom presjeku.

2.9. DEFINISANJE METODOLOGIJE ZA ANALIZU DEFORMABILNOSTI I TEŽINE PROSTORNE REŠETKASTE KONSTRUKCIJE MOSTNOG KRANA NA BAZI MODELA FIKTIVNOG NOSAČA

Na slici 2.8, prikazana je šema deformisanja prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1) mostnog krana kada na sredini njegovog raspona djeluje koncentrisana sila F .



Slika 2.8.

Ugib f od koncentrisanog tereta se može izraziti na sljedeći način:

$$f = \frac{FL^3}{48EI_y^*} + \frac{FL}{4} \left(\frac{k}{GA}\right)^* \quad (2.9.1)$$

Ako u ovaj izraz uvrstimo izraze (2.6.4) i (2.8.3) dobijamo:

$$f = \frac{FL}{48EA_d} \frac{k_2}{k_2+1} \left\{ \left| \left(\frac{L}{h} \right)^2 - \frac{4}{\tan^2 \alpha} \right| \frac{k_1+1}{k_1} \left(1 - \frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y} \right) + \right. \\ \left. + \frac{12(k_3+\cos^3 \alpha)}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} \left(1 - \frac{k_1 k_2}{k_2+1} \frac{\cos^3 \alpha}{k_3+\cos^3 \alpha} \frac{1}{D_x} \right) \right\} \quad (2.9.2)$$

Na vrijednost izraza (2.9.2) najviše utiču sila F , raspon L , odnos raspona i visine nosača $\frac{L}{h}$, odnosi površina k_1, k_2 i k_3 . Naime, sa porastom parametara F, L i $\frac{L}{h}$ ugib raste. Takođe, pod pretpostavkom da je $A_d = C^{to}$, sa porastom parametara k_2 i k_3 ugib raste a sa porastom parametra k_1 ugib se smanjuje. Ako su k_1, k_2 i k_3 konstante onda sa porastom površine A_d ugib se takođe smanjuje.*

U daljem razmatranju naćićemo izraz za sopstvenu težinu prostornog rešektastog nosača (sl.2.1) mostnog krana u funkciji njegovih konstruktivnih parametara.

S obzirom da se težina nosača može izraziti kao proizvod njegove specifične težine i zapremine, možemo pisati:

$$G = \gamma_M 2na \left| A_a + A_b + A_c + A_d + \frac{1}{\cos \alpha} (A_{ab} + A_{cd}) + \right. \\ \left. \frac{1}{\cos \beta} (A_{ac} + A_{bd}) + \frac{h}{a \cos \gamma} A_{cb} + \frac{h}{a} A_{dc} + \frac{b}{a} A_{db} \right| \quad (2.9.3)$$

gdje je

γ_M - specifična težina metala od kojeg je napravljen rešektasti nosač.

Koristeći izraze (2.1.3) i (2.2.2) dobijamo:

$$G = \gamma_M L A_d \left| \frac{(k_1+1)(k_2+1)}{k_2} + \frac{k_2+1}{k_2 k_3 \cos \alpha} + \frac{k_1+1}{k_4 \cos \beta} + \frac{2}{k_5} \frac{\tan \alpha}{\cos \gamma} \right| \quad (2.9.4)$$

*U ovom slučaju površine poprečnih presjeka rastu ako su k_4 i k_5 konstante.

Na taj način smo dobili izraz za sopstvenu težinu prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1).

Na vrijednost izraza (2.9.4) bitno utiču sljedeći parametri $L, A_d^*, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, \alpha, \beta$ i γ . Naime, sa povećanjem parametara L, α, β i γ težina nosača raste. Takođe, ako uvojimo $A_d = C^{to}$ onda povećavanjem parametra k_1 težina raste dok povećavanjem parametara k_2, k_3, k_4 i k_5 težina se smanjuje. Ako su parametri k_1, k_2, k_3, k_4 i k_5 konstante onda sa povećavanjem površine A_d (u tom slučaju i ostalih površina) povećava se težina prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1) mostnog krana.

Ovdje se nameće važan zaključak da promjenom konstruktivnih parametara k_1, k_2, k_3 i A_d , prostornog rešetkastog nosača mostnog krana različito utičemo na njegovu sopstvenu težinu i ugib tj. jednome se vrijednost povećava a drugom opada i obrnuto.

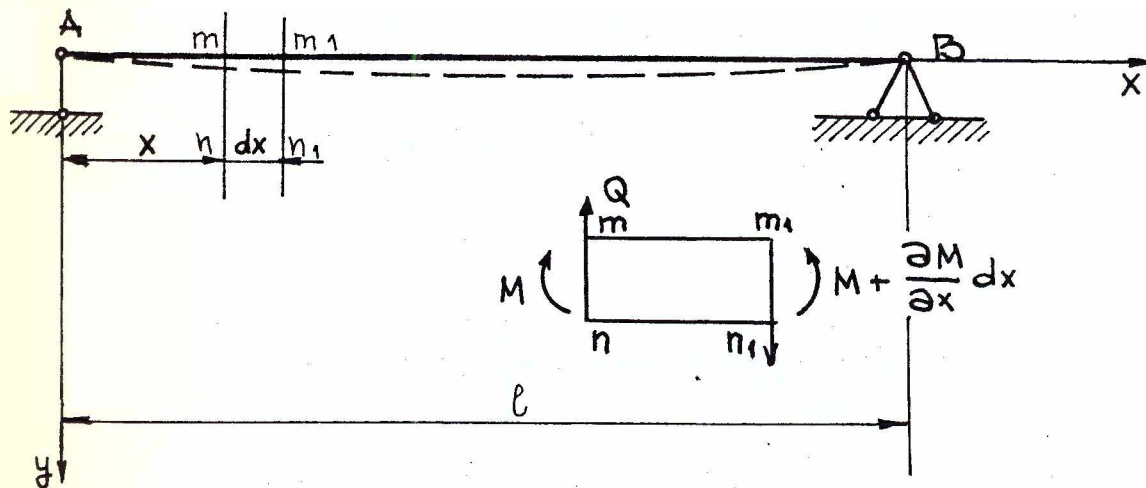
2.10. SVOĐENJE PROSTORNOG REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA NA FIKTIVNI NOSAČ SA ISTIM DINAMIČKIM KARAKTERISTIKAMA PRI NJEGOVOJ SLOBODNOM OSCILOVANJU U VERTIKALNOJ RAVNI

U ovom paragrafu će se metodom fiktivnog nosača dobiti izraz za frekvenciju slobodnog oscilovanja prostornog rešetkastog nosača (sl.2.1). Parcijalna diferencijalna jednačina slobodnog oscilovanja prizmatičnog štapa (sl.2.9) pri čijem se izvodjenju uzeo u obzir uticaj transverzalne sile i okretanje poprečnog presjeka štapa [41] može se napisati u sljedećem obliku:

$$a_0 \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - R^2 \left(1 + \frac{E}{k^* G}\right) \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial t^2} + R^2 \frac{\gamma_s}{g k^* G} \frac{\partial^4 z}{\partial t^4} = 0 \quad (2.10.1)$$

*Ostale površine poprečnog presjeka štapova nosača takođe utiču ali se taj uticaj ovdje ogleda kroz parametre k_1, k_2, k_3, k_4 i k_5 .

Položaj osa x i z može se vidjeti na slici 2.9. Na njoj je prikazan prizmatični štap koji izvodi slobodne oscilacije u ravni xz .



Slika 2.9.

Oznake u jednačini (2.10.1) imaju sljedeće značenje:

t - vrijeme,

$$a_o = \left(\frac{Eg}{\gamma_s} \frac{I}{A} \right)^{0,5} \quad (2.10.2)$$

I - moment inercije poprečnog presjeka štapa u odnosu na njegovu neutralnu osu koja je normalna na ravan crteža;

A - površina poprečnog presjeka štapa;

g - ubrzanje zemljine teže;

γ_s - specifična težina materijala od kojeg je štap napravljen;

$$R = \left(\frac{I}{A} \right)^{0,5} \quad (2.10.3)$$

k' - koeficijent koji zavisi od oblika poprečnog presjeka štapa;

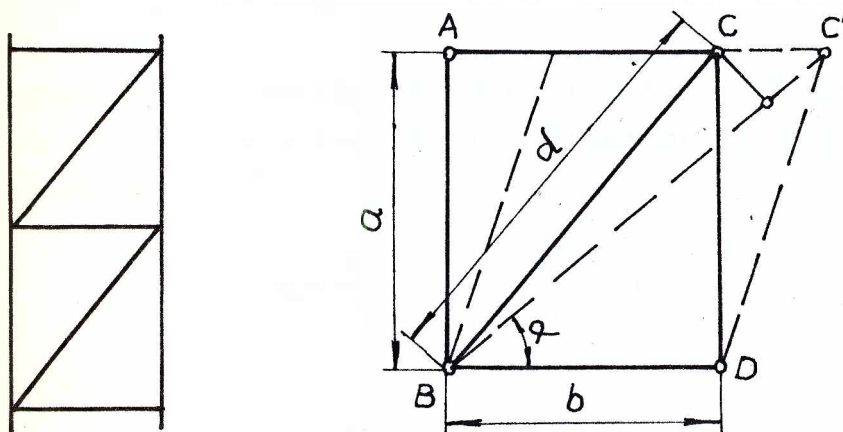
$$k' = \frac{Q}{\delta AG} \quad (2.10.4)$$

Q - transverzalna sila u poprečnom presjeku štapa,

δ - ugao smicanja u neutralnoj osi u poprečnom presjeku štapa.

Treba reći da je A.P.Filipov u svom radu [42] izložio način nalaženja koeficijenta k' u funkciji konstruktivnih parametara ravanske rešetke (sl.2.1o). Naime, ugao smicanja u poprečnom presjeku rešetke, od uticaja transversalne sile u ovom radu se definiše na sljedeći način:

$$\delta = \frac{CC'}{a} = \frac{bQ}{aEF_R} + \frac{dQ}{aE \cdot F_d \cdot \cos^2 \alpha} \quad (2.1o.5)$$



Slika 2.1o.

Dakle, ovdje su sabrane projekcije promjena dužina štapova AC i BC na pravac normalan na pojasne štapove rešetke (AB i CD). U izrazu (2.1o.5) uvedene su oznake:

F_R, F_d - površine poprečnih presjeka štapova AC i BC

Iz izraza (2.1o.4) i (2.1o.5) je dobijeno :

$$\frac{1}{k'GA} = \frac{b}{aEF_R} + \frac{d}{aEF_d \cos^2 \alpha} \quad (2.1o.6)$$

Mi smo ovaj koeficijent, tj. fiktivnu krutosnu karakteristiku za prostorni rešetkasti nosač (sl.2.1) dobili na drugi

način tj. metodom fiktivnog nosača (paragraf 2.8). Naime, veza između ovog koeficijenta i fiktivne krutosne karakteristike $(\frac{k}{GA})^*$ je:

$$\frac{1}{k'GA} = (\frac{k}{GA})^* \quad (2.10.7)$$

Ovdje treba istaći činjenicu da bi primjena metode slaganja deformacija za nalaženje fiktivne krutosne karakteristike prostornog rešetkastog nosača bila dosta složena, dok se metoda fiktivnog nosača može dosta jednostavno primijeniti i na ravanske i na prostorne [3,4] rešetkaste konstrukcije.

Rešavanjem diferencijalne jednačine (2.10.1) dobija se izraz za sopstvenu frekvenciju štapa pri transverzalnim oscilacijama

$$\omega_m = \frac{a_0 \pi^2}{\lambda^2} \left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\pi^2 R^2}{\lambda^2} \left(1 + \frac{E}{k'G} \right) \right| \quad (2.10.8)$$

Ovdje je

$$\lambda = \frac{\ell}{m} \quad (2.10.9)$$

dužina polutalasa koju ćemo u daljem izlaganju uzeti jednak dužini štapa, jer tražimo izraz za najnižu sopstvenu frekvenciju. Na taj način dobijamo:

$$\omega = \frac{a_0 \pi^2}{\ell^2} \left| 1 - \frac{1}{2} \frac{\pi^2 R^2}{\ell^2} \left(1 + \frac{E}{k'G} \right) \right| \quad (2.10.10)$$

Ovo je, dakle, izraz za najnižu frekvenciju slobodnih poprečnih oscilacija prizmatičnog štapa slobodno oslonjenog na svoja dva kraja (sl.2.9).

Da bi ovaj izraz prilagodili našem prostornom rešetkastom nosaču mostnog krana (sl.2.1) prvo napišimo izraz za površinu njegovog poprečnog presjeka:



$$A = A_a + A_b + A_c + A_d + \frac{1}{\cos \alpha} (A_{ab} + A_{cd}) + \frac{1}{\cos \beta} (A_{ac} + A_{bd}) \quad (2.10.11)$$

Koristeći izraze (2.1.3) i (2.2.2) dobijamo:

$$A = \frac{k_2 + 1}{k_2} \left| k_1 + 1 + \frac{1}{k_3 \cos \alpha} + \frac{k_2 (k_1 + 1)}{(k_2 + 1) k_4 \cos \beta} \right| A_d \quad (2.10.12)$$

Ako u izraze (2.10.2) i (2.10.3) umjesto momenta inercije I postavimo fiktivni moment inercije I_y^* koji je definisan izrazom (2.6.4) dobićemo:

$$\begin{aligned} a_o &= \left| \frac{E_g}{\gamma_M} \frac{I_y^*}{A} \right|^{0,5} \\ R &= \left| \frac{I_y^*}{A} \right|^{0,5} \end{aligned} \quad (2.10.13)$$

gdje je

γ_M - specifična težina metala od kojeg je rešetkasti nosač izradjen.

Zamjenjujući izraze (2.10.7) i (2.10.13) u izraz (2.10.10) dobijamo:

$$\omega = \frac{\pi^2}{2} \left| \frac{E_g}{M} \frac{I_y^*}{A} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{L^2} \frac{I_y^*}{A} \right] + EA \left(\frac{k}{GA} \right)^* \right| \quad (2.10.14)$$

Ovdje smo umjesto dužine štapa l stavili dužinu rešetkastog nosača L .

Na taj način smo dobili izraz za najnižu frekvenciju slobodnih transverzalnih oscilacija prostornog rešetkastog nosača mostnog krana (sl.2.1).

Izraz ispred velike zagrade pretpostavlja uticaj momenta savijanja na poprečne oscilacije nosača.

Izraz ispred srednje zagrade predstavlja odnos uticaja inercije obrtanja površine poprečnog presjeka i uticaja momenta savijanja na vrijednost najniže frekvencije oscilovanja.

Drugi član u srednjoj zagradi predstavlja odnos uticaja smicanja i uticaja inercije obrtanja površine poprečnog presjeka na vrijednost frekvencije slobodnih poprečnih oscilacija prostornog rešetkastog nosača mostnog kрана.

Sada ćemo naći izraz za vrijeme umirivanja slobodnih oscilacija prostornog rešetkastog nosača mostnog kрана. Zato napišimo izraz za period oscilovanja rešetkastog nosača u funkciji frekvencije oscilovanja:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.10.15)$$

Iz izraza (1.1.3), (2.10.15) i (2.10.14) dobijamo:

$$t \approx \frac{1454}{\pi^3} L^6 \left(\frac{Y_M}{Eg}\right)^{1,5} \left(\frac{A}{I_y^*}\right)^{1,5} \left\{1 - \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{2} \frac{I_y^*}{A} \left|1 + EA \left(\frac{k}{GA}\right)^*\right|\right\}^{-3} \ln \frac{Y_{st}}{Y_{min}} \quad (2.10.16)$$

Na taj način smo dobili izraz za vrijeme umirivanja slobodnih transverzalnih oscilacija prostornog rešetkastog nosača mostnog kрана (sl.2.1).

Iz izraza (2.10.14) i (2.10.16) može se zaključiti da inercija obrtanja površine poprečnog presjeka i transverzalna sila u poprečnom presjeku utiču na taj način što vrijednost najniže frekvencije slobodnih oscilacija smanjuju a vrijeme umirivanja ovih oscilacija povećavaju. Zbog toga se ovakav njihov negativan uticaj mora uzeti u obzir prilikom određivanja dinamičke krutosti rešetkastih nosača mostnih kрана.

2.11. ANALIZA IZRAZA ZA FIKTIVNE KRUTOSNE KARAKTERISTIKE REŠETKASTOG NOSAČA MOSTNOG KRANA

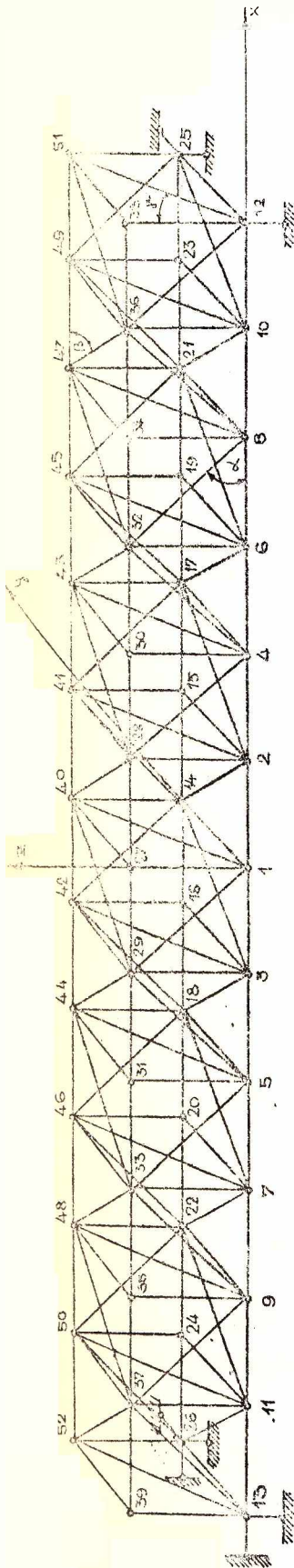
Ovdje ćemo najprije pokazati tačnost izraza za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača (sl.1.5.d) tj. izraza (2.6.4) i (2.8.2). Zato će nam poslužiti numerički metod STRESS. Naime, za različite kombinacije konstruktivnih parametara rešetkastog nosača mostnog krana naći će se njegovi ugibi pomoću izraza (2.6.4) i (2.8.2). Zatim će se ovi ugibi naći i pomoću numeričkog programa STRESS i uporediti. Podjimo prvo od rezultata dobijenih STRESS metodom.

Ovo je dosta poznata metoda tako da o njoj samoj neće ovdje biti govora. Treba samo istaći da je korišćen takav STRESS program kod kojeg je pretpostavljeno da su veze štapova prostornog rešetkastog nosača zglobne tj. da se u čvorovima navedenog nosača ne pojavljuju momenti. S tačnošću koja uzima u obzir navedenu pretpostavku dobijene su, pomoću ovog programa, vrijednosti sila u štapovima, otpori oslonaca i pomjeranja svih čvorova prostornog rešetkastog nosača.

Na slici 2.11 prikazana je prostorna, rešetkasta konstrukcija mostnog kranja opterećenja koncentrisanom silom F koja djeluje na sredini njenog raspona. Takodje je opterećena i sopstvenom težinom. Oslonci su joj u čvorovima 12, 13, 25 i 26.

S obzirom da je potrebno definisati konstruktivne parametre ove rešetke i njeno opterećenje, a želimo da dobijemo vrijednosti sila u štapovima i pomjeranja čvorova, opredijelit ćemo se za određene vrijednosti i konstruktivnih parametara rešetke i njenog opterećenja.

Prije svega opredijelićemo se da su nam sljedeći konstruktivni parametri konstante:



SL. 2.11.

STAB	STAB 1	STAB 2	STAB 3	STAB 4	STAB 5	STAB 6	STAB 7	STAB 8	STAB 9	STAB 10	STAB 11	STAB 12	STAB 13	STAB 14	STAB 15	STAB 16	STAB 17	STAB 18	STAB 19	STAB 20	STAB 21
1	1.2	22	24.22	45	45.47	64	18.42	85	40.28	106	10.76	127	5.13	148	39.52						
2	3.1	23	25.25	46	48.46	65	17.45	86	39.40	107	11.37	128	6.18	149	1.40						
3	2.4	24	26.24	45	47.49	66	16.48	87	38.43	108	12.38	129	7.20	150	2.41						
4	5.3	25	27.28	46	50.48	67	15.51	88	44.29	109	13.38	130	8.21	151	3.42						
5	4.0	26	29.27	47	49.51	68	14.54	89	43.32	110	14.40	131	9.22	152	4.43						
6	7.5	27	28.30	48	52.50	69	13.57	90	38.44	111	15.41	132	10.23	153	5.44						
7	6.8	28	31.29	49	1.28	70	12.60	91	32.47	112	16.42	133	11.24	154	6.45						
8	9.7	29	30.32	50	29.1	71	11.63	92	43.38	113	17.43	134	12.25	155	7.46						
9	8.10	30	33.31	51	28.4	72	10.66	93	47.36	114	18.44	135	13.26	156	8.47						
10	11.9	31	32.34	52	5.29	73	9.69	94	37.48	115	19.45	136	27.40	157	9.48						
11	10.12	32	35.33	53	4.32	74	8.72	95	36.51	116	20.46	137	28.41	158	10.49						
12	13.11	33	34.36	54	3.35	75	7.75	96	52.37	117	21.47	138	29.42	159	11.50						
13	14.15	34	37.35	55	32.8	76	6.78	97	1.27	118	22.48	139	30.43	160	12.51						
14	16.14	35	36.38	56	9.33	77	5.81	98	2.28	119	23.49	140	31.44	161	13.52						
15	15.17	36	39.37	57	8.36	78	4.84	99	3.29	120	24.50	141	32.45								
16	18.16	37	40.41	58	37.9	79	3.87	100	4.30	121	25.51	142	33.46								
17	17.19	38	42.40	59	36.12	80	2.90	101	5.31	122	26.52	143	34.47								
18	20.18	39	41.43	60	13.37	81	1.93	102	6.32	123	1.14	144	35.48								
19	19.21	40	44.42	61	14.41	82	0.96	103	7.33	124	2.15	145	36.49								
20	22.20	41	43.45	62	42.14	83	0.99	104	8.34	125	3.16	146	37.50								
21	21.23	42	46.44	63	41.17	84	0.02	105	9.35	126	4.17	147	38.51								

$$\begin{aligned}
 L &= 12 \text{ m} \\
 a &= 1 \text{ m} \\
 A_d &= 25 \text{ cm}^2 \\
 \gamma &= 35^\circ \\
 k_3 &= 1,5 \\
 k_4 &= 4 \\
 k_5 &= 3
 \end{aligned}
 \tag{2.11.1}$$

Na osnovu ranije uvedenih odnosa izmedju ovih i ostalih konstruktivnih parametara rešetkastog nosača dobijamo:

$$\begin{aligned}
 A_{cd} &= \frac{A_d}{k_3} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ cm}^2 = C^{to} \\
 A_{bd} &= \frac{A_d}{k_4} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ cm}^2 = C^{to} \\
 A_{cb} &= \frac{A_d}{k_5} = \frac{25}{3} = 8,33 \text{ cm}^2 = C^{to} \\
 A_{dc} &= A_{cb} \cos \gamma = 8,33 \cos 35^\circ = 6,82 \text{ cm}^2 = C^{to} \\
 A_{db} &= A_{cb} \sin \gamma = 8,33 \sin 35^\circ = 4,78 \text{ cm}^2 = C^{to}.
 \end{aligned}
 \tag{2.11.2}$$

Takodje ćemo usvojiti za vrijednost koncentrisanog opterećenja:

$$F = 5000 \text{ daN} \tag{2.11.3}$$

Pored navedenih parametara u izrazu (2.11.1) potrebno je dati vrijednost za još tri konstruktivna parametra pa da se onda mogu dobiti vrijednosti i ostalih konstruktivnih parametara prostornog, rešetkastog nosača mostnog kрана. Neka to budu parametri $\frac{L}{h}$, k_1 i k_2 . Usvojicemo devet kombinacija vrijednosti ovih parametara kako je to prikazano u tablici broj 2.1.

Tabela 2.1.

Slučaj	L/h	k_1	k_2
1a	12	1,5	8
1b	12	2,5	10
1c	12	1,1	2
2a	16	1,5	8
2b	16	2,5	10
2c	16	1,1	2
3a	10	1,5	8
3b	10	2,5	10
3c	10	1,1	2

Sada ćemo u slučaju 1a vidjeti kako se nalaze ostali parametri rešetkastog nosača

$$h = \frac{L}{12} = \frac{12}{12} = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = \arctg \frac{h}{a} = \arctg \frac{1}{1} = 45^\circ$$

$$\beta = \arctg(\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma) = \arctg(\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ) = 35^\circ$$

$$b = h \cdot \operatorname{tg} \gamma = 1 \cdot 0,7 = 0,7 \text{ m} \quad (2.11.4)$$

$$A_c = k_1 A_d = 1,5 \cdot 25 = 37,5 \text{ cm}^2$$

$$A_b = \frac{A_d}{k_2} = \frac{25}{8} = 3,12 \text{ cm}^2$$

$$A_o = k_1 A_b = 1,5 \cdot 3,12 = 4,68 \text{ cm}^2$$

$$A_{ab} = \frac{A_{cd}}{k_2} = \frac{16,67}{8} = 2,08 \text{ cm}^2$$

$$A_{ac} = k_1 A_{bd} = 1,5 \cdot 6,25 = 9,38 \text{ cm}^2$$

Na osnovu istih izraza nadjeni su ovi parametri za preostale slučajeve i predstavljani u tablici br.2.2.

Tabela 2.2.

Slučaj	h m	α°	β°	b m	A_{c2} cm ²	A_{b2} cm ²	A_{a2} cm ²	A_{ab} cm ²	A_{ac} cm ²
1a	1	45	35	0,7	37,5	3,12	4,68	2,08	9,38
1b	1	45	35	0,7	62,5	2,5	6,25	1,67	15,62
1c	1	45	35	0,7	27,5	12,5	13,75	8,34	6,88
2a	0,75	37	27,7	0,525	37,5	3,12	4,68	2,08	9,38
2b	0,75	37	27,7	0,525	62,5	2,5	6,25	1,67	15,62
2c	0,75	37	27,7	0,525	27,5	12,5	13,75	8,34	6,88
3a	1,2	50,2	40	0,84	37,5	3,12	4,68	2,08	9,38
3b	1,2	50,2	40	0,84	62,5	2,5	6,25	1,67	15,62
3c	1,2	50,2	40	0,84	27,5	12,5	13,75	8,34	6,88

Za slučajeve 1a, 1b i 1c uzet je odnos $\frac{L}{h} = 12$ iz intervala koji se preporučuje za ove vrste konstrukcija, dok je za slučajeve 2a, 2b, 2c, 3a, 3b i 3c uzet van ovog intervala tj. $\frac{L}{h} = 16$ i $\frac{L}{h} = 10$, kao što se to vidi iz tabele br.2.1.

Parametri k_1 i k_2 imaju u slučajevima 1a, 2a i 3a vrijednosti koje se često susrijeću u praksi dok su u slučajevima 1b, 2b i 3b oni izabrani tako da štapovi glavne vertikalne rešetke u odnosu na štapove pomoćne vertikalne rešetke imaju površine poprečnih presjeka veće nego što je to uobičajeno u praksi. Ovo isto važi za glavnu i pomoćnu horizontalnu rešetku.

Slučajevi 1c, 2c i 3c su suprotni po ovom svojstvu od slučajeva 1b, 2b i 3b.

Sve se ovo može vidjeti na osnovu vrijednosti parametara k_1 i k_2 datih u tablici 2.1.

Što se tiče kontinualnog opterećenja od sopstvene težine, ono je određivano na sljedeći način.

Za određeni slučaj (na primjer 1a) nadjena je prvo zapremina konstrukcije unošenjem odgovarajućih parametara u sljedeći, opšti izraz za zapreminu rešetkastog nosača prikazanog na slici 2.11.

$$V = | 12a(A_a + A_b + A_c + A_d) + 12 \frac{a}{\cos \alpha} (A_{ab} + A_{cd}) + \\ + 12 \frac{a}{\cos \beta} (A_{ac} + A_{bd}) + 13 \cdot 2 \cdot h \cdot A_{dc} + 13 \cdot 2 \cdot b \cdot A_{db} + 13 \frac{h}{\cos \alpha} A_{cb} | \cdot 10^{-4} \quad (2.11.5)$$

Ako u ovaj izraz unesemo odgovarajuće parametre dobićemo:

$$V_{1a} = | 12 \cdot 1 (4,68 + 3,12 + 37,5) + 12 \cdot \frac{1}{\cos 45^\circ} (2,08 + 16,67) + \\ + 12 \frac{1}{\cos 35^\circ} (9,38 + 6,25) + 13 \cdot 2 \cdot 16,82 + 13 \cdot 2 \cdot 0,7 \cdot 4,78 + 13 \frac{1}{\cos 35^\circ} 8,33 |$$

to jest,

$$V_{1a} = 0,17873 \text{ m}^3 \quad (2.11.6)$$

Odgovarajuća težina nosača je:

$$G_{1a} = V_{1a} \cdot \gamma_m \quad (2.11.7)$$

gdje je

$$\gamma_m = 7850 \frac{\text{daN}}{\text{m}^3} - \text{specifična težina za Č0562.}$$

Na taj način za težinu G_{1a} dobijamo:

$$G_{1a} = 0,17873 \cdot 7850 = 1403 \text{ daN} \quad (2.11.8)$$

S obzirom da ova težina djeluje u vertikalnoj težišnoj ravni nosača, razložiti ćemo je na dvije vertikalne sile koje djeluju u ravnima glavne i pomoćne vertikalne rešetke nosača.

Na taj način sila koja djeluje u ravni glavne vertikalne rešetke je

$$G_{1ac} = \frac{k_2}{k_2+1} G_{1a} = \frac{8}{8+1} 1403 = 1247,1 \text{ daN} \quad (2.11.9)$$

a sila koja djeluje u ravni pomoćne vertikalne rešetke

$$G_{1aA} = \frac{1}{k_2+1} G_{1a} = \frac{1}{9} 1403 = 155,9 \text{ daN} \quad (2.11.10)$$

Sile dobijene u izrazima (2.11.9) i (2.11.10) treba raspodijeliti na čvorove nosača (sl.2.11). Ovo ćemo uraditi na taj način što će na svaki čvor koji se nalazi na gornjim pojasnim štapovima, osim na onim na krajevima, otpasti po isti dio sile a na krajnje čvorove po polovina od tog dijela.

Tako će na čvorove od 27 do 37 (sl.2.11) djelovati sile od sopstvene težine nosača u pravcu suprotnom od pozitivnog smjera z-ose a inteziteta

$$\frac{G_{1aA}}{12} = \frac{155,9}{12} \approx 13 \text{ daN} \quad (2.11.10)$$

a na čvorove 38 i 39 sile paralelnog smjera a intenziteta

$$\frac{G_{1aA}}{12 \cdot 2} = \frac{155,9}{12 \cdot 2} \approx 6,5 \text{ daN} \quad (2.11.11)$$

Analogno ovome u čvorovima od 40 do 50 djelovaće sile pravca suprotnog od pozitivnog smjera z-ose i inteziteta

$$\frac{G_{1aC}}{12} = \frac{1247,1}{12} \approx 104 \text{ daN} \quad (2.11.12)$$

U čvorovima 51 i 52 će djelovati sile paralelnog smjera i inteziteta

$$\frac{G_{1aC}}{12 \cdot 2} = \frac{1247,1}{12 \cdot 2} \approx 52 \text{ daN} \quad (2.11.13)$$

Isti postupak je izveden sa svih devet slučajeva a rezultati su dati u tabeli 2.3.

Tabela 2.3.

1a	G_{1a}	G_{1aA}	G_{1ac}	$G_{1aA}/12$	$G_{1aA}/24$	$G_{1ac}/12$	$G_{1ac}/24$
	1403	155,9	1247,1	13	6,5	104	52
1b	G_{1b}	G_{1bA}	G_{1bc}	$G_{1bA}/12$	$G_{1bA}/24$	$G_{1bc}/12$	$G_{1bc}/24$
	1713,8	155,8	1558	13	6,5	130	65
1c	G_{1c}	G_{1cA}	G_{1cc}	$G_{1cA}/12$	$G_{1cA}/24$	$G_{1cc}/12$	$G_{1cc}/24$
	1537,3	512,4	1024,9	42,9	21,4	85,4	42,7
2a	G_{2a}	G_{2aA}	G_{2ac}	$G_{2aA}/12$	$G_{2aA}/24$	$G_{2ac}/12$	$G_{2ac}/24$
	1283,1	142,6	1140,5	11,9	5,9	95	47,5
2b	G_{2b}	G_{2bA}	G_{2bc}	$G_{2bA}/12$	$G_{2bA}/24$	$G_{2bc}/12$	$G_{2bc}/24$
	1589,2	144,5	1444,7	12	6	120	60
2c	G_{2c}	G_{2cA}	G_{2cc}	$G_{2cA}/12$	$G_{2cA}/24$	$G_{2cc}/12$	$G_{2cc}/24$
	1410	470	940	39,2	19,6	78,3	39,2
3a	G_{3a}	G_{3aA}	G_{3ac}	$G_{3aA}/12$	$G_{3aA}/24$	$G_{3ac}/12$	$G_{3ac}/24$
	1503,8	167,1	1336,7	13,9	7	111,4	55,7
3b	G_{3b}	G_{3bA}	G_{3bc}	$G_{3bA}/12$	$G_{3bA}/24$	$G_{3bc}/12$	$G_{3bc}/24$
	1819	165,4	1653,6	13,8	6,9	137,8	68,9
3c	G_{3c}	G_{3cA}	G_{3cc}	$G_{3cA}/12$	$G_{3cA}/24$	$G_{3cc}/12$	$G_{3cc}/24$
	1645	548,3	1096,7	45,7	22,8	91,4	45,7

Sile date u tabeli 2.3 izražene su u daN. Za svaki od 9 slučajeva (1a, 1b, ..., 3c) pomoću STRESS programa dobijene su sile u štapovima, otpori oslonaca i pomjeranja svih čvorova prostornog, rešetkastog nosača mostnog krana (sl. 2.11) i to posebno od koncentrisane sile date u izrazu (2.11.3) koja djeluje na sredini raspona nosača (sl.2.10),

posebno od kontinualnog opterećenja sopstvene težine nosača i na kraju od koncentrisane sile i kontinualnog opterećenja zajedno.

Rezultati su priloženi u dodatku od broja 5 do broja 13.

Usljed opterećenja od sopstvene težine rešetkasti nosač se savija i njegov najveći ugib će biti

$$f_{KF} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI_y^*} + \frac{qL^2}{8} \left(\frac{k}{GA} \right)^* \quad (2.11.14)$$

gdje je:

q - kontinualno opterećenje nosača po jedinici njegove dužine definisano u tabeli 2.3.

U tabeli br.24 dati su, za devet različitih kombinacija konstruktivnih parametara, ugibi rešetkastog nosača od kontinualnog opterećenja (sopstvene težine) izračunati metodom STRESS na računaru (f_{KS}) i pomoću izraza (2.11.14) (f_{KF}) u kojem su prethodno zamijenjeni izrazi (2.6.4) i (2.8.2).

Tabela 2.4.

Slučaj	f_{KS} (m)	f_{KF} (m)
1a	0,0010	0,0010
1b	0,0011	0,0011
1c	0,0009	0,0009
2a	0,0015	0,0015
2b	0,0017	0,0017
2c	0,0014	0,0014
3a	0,0008	0,0008
3b	0,0008	0,0008
3c	0,0007	0,0007

Dobijeni rezultati pokazuju veliku tačnost izraza (2.6.4), (2.8.2) i (2.11.14). Treba ovdje napomenuti da se pri izračunavanju vrijednosti izraza (2.11.14) išlo do tačnosti koju je dao i računar.

S obzirom da je za praksu projektovanja mostnih dizalica potrebniji izraz za ugib njihovih rešetkastih nosača od koncentrisanog opterećenja i s obzirom da izrazi (2.6.4) i (2.8.2) nijesu dovoljno kratki za upotrebu, ovdje će se za slučaj opterećenja rešetkastog nosača koncentrisanom silom u ravni njegove glavne vertikalne rešetke predložiti sljedeće fiktivne karakteristike:

$$I_y^* = \frac{k_1(k_2+1)}{k_2(k_1+1)} h^2 A_d \quad (2.11.15)$$

$$\left(\frac{k}{GA}\right)^* \approx \frac{1}{EA_d} \frac{k_2}{k_2+1} \frac{k_3+\cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos} \quad (2.11.16)$$

Ovo su uprošćeni izrazi (2.6.4) i (2.8.2). U tabeli br.2.5. dati su u procentima djelovi zanemarenih izraza (2.6.4) i (2.8.2).

Tabela 2.5

Slučaj	$\frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y - k_2(k_1+1)^2}$	$\frac{k_1 k_2}{k_2+1} \frac{\cos^3 \alpha}{k_3+\cos^3 \alpha} \frac{1}{D_x} + \frac{(k_1+1) D_y - k_2(k_1+1)^2 }{3k_1(k_3+\cos^3 \alpha)D_y \cos^{-3} \alpha}$
1a	1,5 %	10,7 %
1b	1,2 %	9 %
1c	1,8 %	12,3 %
2a	1,6 %	14,2 %
2b	2 %	12 %
2c	3,1 %	22 %
3a	1,3 %	8,3 %
3b	1 %	7 %
3c	1,6 %	9,6 %

Sa ovim smo za vrijednost navedenih procenata moment I_y^* umanjili a karakteristiku $\left(\frac{k}{GA}\right)^*$ povećali. U tabeli br.2.6 dat je

u procentima odnos ugiba rešetkastog nosača od transverzalne sile u poprečnom presjeku i od momenta savijanja u poprečnom presjeku pri njegovom opterećenju sopstvenom težinom (izraz 2.11.14)..

Tabela 2.6.

Slučaj	$\frac{qL^2}{8} \left(\frac{k}{GA}\right)^* / \frac{5}{384} \frac{qL^4}{I_y^*}$
1a	19 %
1b	23 %
1c	16,3 %
2a	13,8 %
2b	16,7 %
2c	11 %
3a	25 %
3b	30 %
3c	21,6 %

Iz ovih rezultata se može vidjeti da je uticaj transverzalne sile u poprečnom presjeku prostornih rešetkastih nosača dosta velik i da se ne može zanemariti (kao što se to često radi kod greda).

U poprečnom presjeku rešetkastog nosača koji je opterećen koncentrisanom silom u ravni glavne vertikalne rešetke pored momenta savijanja i transverzalne sile javlja se i moment uvijanja koji takodje utiče na njegov ugib. Medjutim, mi ćemo taj uticaj "nadoknaditi" povećanim uticajem transverzalne sile u poprečnom presjeku (izraz 2.11.16). Na taj način ćemo tražiti maksimalni uvid rešetkastog nosača mostnog krana opterećenog koncentrisanom silom F u ravni njegove glavne vertikalne rešetke pomoću izraza (2.9.1) tj.

$$f = \frac{FL^3}{48EI_y^*} + \frac{FL}{4} \left(\frac{k}{GA}\right)^*.$$

Ako u ovaj izraz zamijenimo izraze: (2.11.15) i (2.11.16) dobićemo:

$$f = \frac{FL}{48EA_d} \frac{k_2}{k_2+1} \left| \left(\frac{L}{h} \right)^2 \frac{k_1+1}{k_1} + 12 \frac{k_3 + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} \right| \quad (2.11.17)$$

Tačnost ovog izraza može se vidjeti iz tabele br.2.7. u kojoj su date vrijednosti ugiba rešetkastog nosača mostnog kрана opterećenog silom F u ravni njegove glavne vertikalne rešetke.

Tabela 2.7.

Slučaj	f_{FS} (m)	f_{FF} (m)	$\frac{f_{FF} - f_{FS}}{f_{FS}}$
1a	0,0061	0,0064	4,9 %
1b	0,0054	0,0057	5,6 %
1c	0,0054	0,0054	0 %
2a	0,0102	0,0107	4,9 %
2b	0,0090	0,0095	5,6 %
2c	0,0090	0,0091	1,1 %
3a	0,0045	0,0047	4,4 %
3b	0,0040	0,0042	5 %
3c	0,0040	0,0040	0 %

Sa f_{FS} označeni su ugibi dobijeni metodom STRESS a sa f_{FF} su označeni ugibi dobijeni na osnovu izraza (2.11.17).

Vidimo da se ugibi rešetkastog nosača izračunati na osnovu uprošćenog izraza (2.11.17) ne razlikuju od rezultata dobijenih numeričkom metodom STRESS za više od 5,6% a veći su tj. tj. daju rezultate na strani sigurnosti konstrukcije. S obzirom da su devet kombinacija konstruktivnih parametara (1a, 1b, ..., 3c) odabrani tako da sadrže kombinacije koje se dosta rijetko upotrebljavaju pri projektovanju mostnih konstrukcija (1c, 2c, 3c) i kombinacije koje se u ovoj oblasti dosta često susrijeću (1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b) ovaj izraz (2.11.17) se predlaže za izračunavanje ugiba prostornih rešetkastih nosača mostnih kranova.

Sada ćemo iz izraza (2.6.4) i (2.8.2) koji definišu kruto-sne karakteristike rešetkastog nosača (sl.1.5.d) na savijanje i smicanje, dobiti izraze za ove karakteristike rešetkastih nosača prikazanih na sl.1.5.a i 1.5.b.

Posmatranjem rešetkastog nosača prikazanog na slici 1.5.a i izraza (2.2.2), (2.2.3) i (2.3.2) može se zaključiti sljedeće:

$$(A_{bd} = A_{cb}=0) \rightarrow (k_4=k_5=\infty) \rightarrow (D_y=D_x=\infty) \quad (2.11.18)$$

Na osnovu ovoga izraza (2.6.4) i (2.8.2) dobijaju sljedeći oblik:

$$I_y^* = \frac{k_1(k_2+1)}{k_2(k_1+1)} A_d h^2$$

$$\left(\frac{k}{GA}\right)^* = \frac{1}{EA_d} \frac{1}{\tan^2 \alpha} \frac{k_2}{k_2+1} \left(\frac{k_3+\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{1}{3} \frac{k_1+1}{k_1} \right) \quad (2.11.19)$$

Na taj način su dobijeni* izrazi za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača prikazanog na slici 1.5.a, na savijanje i smicanje.

Za rešetkasti nosač prikazan na slici 1.5.b na osnovu izraza (2.2.2) i (2.2.3) imamo da je:

$$(A_{cb}=0) \rightarrow (k_5=\infty) \rightarrow (D_y=\infty) \quad (2.11.20)$$

Sada će izrazi (2.6.4) i (2.8.2) imati oblik:

$$I_y^* = \frac{k_1(k_2+1)}{k_2(k_1+1)} A_d h^2 \quad (2.11.21)$$

$$\left(\frac{k}{GA}\right)^* = \frac{1}{EA_d} \frac{1}{\tan^2 \alpha} \frac{k_2}{k_2+1} \left| \frac{k_3+\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} \left(1 - \frac{k_1 k_2}{k_2+1} \frac{\cos^3 \alpha}{k_3+\cos^3 \alpha} \frac{1}{D_x}\right) - \frac{1}{3} \frac{k_1+1}{k_1} \right|$$

* Ovaj izraz za fiktivni moment inercije je, kako smo to u prvom dijelu rada kazali dobijen u radovima [20].

Ovo su* dakle, izrazi za fiktivne krutosne karakteristike na savijanje i smicanje rešetkastog nosača prikazanog na slici 1.5.b.

Što se tiče izraza (2.7.3) za fiktivnu krutosnu karakteristiku on za rešetkaste nosače prikazane na sl.1.5.a i 1.5.b ima vrijednost:

$$\frac{1}{(GI_o)^*} = \infty \quad \text{to jest,} \quad (GI_o)^* = 0 \quad (2.11.22)$$

Jer ovi nosači ne "podnose" uvijanje zbog nepostojanja ravnih kosnika u njima. Zbog svoje nedovoljne krutosti na uvijanje ovi nosači (sl.1.5.a i 1.5.b) se, kao što je to rečeno u prvom dijelu rada, ne primjenjuju za nosače mostnih kranova.

Sada ćemo, u skladu sa onim što je rečeno u paragrafu 1.4., pokazati nivo greške u postupku dobijanja momenta inercije rešetkastih nosača mostnog kрана koji se susrijeće u savremenoj literaturi iz te oblasti [25, 26, 27].

Naime, na osnovu izraza (1.1.6) sabirajući momente inercije za glavnu i pomoćnu rešetku nosača mostnog kрана dobijamo:

$$I_y' = \frac{1}{\mu} \frac{A_a + A_b}{A_a A_b} h^2 + \frac{1}{\mu} \frac{A_c + A_d}{A_c A_d} h^2 = \frac{1}{\mu} \frac{k_1(k_2+1)}{k_2(k_1+1)} A_d h^2 \quad (2.11.23)$$

Ovdje smo uzeli da je koeficijent μ za glavnu i pomoćnu rešetku isti. Na taj način smo dobili praktično izraz (2.11.19) za moment inercije rešetkastog nosača sa slike 1.5.a i b, podijeljen koeficijentom μ . Za ovaj koeficijent se tvrdi [25, 26, 27] da predstavlja uticaj deformacija

* Izraz za fiktivni moment inercije I_y^* je takodje dobijen u radovima [20]

kosnika i poprečnih ramova prostorne rešetke na njen ugib i daju mu se vrijednosti veće od jedinice.

Međutim, ovo je netačno. Naime, ovaj koeficijent je za nosače sa slike 1.5.a i b, jednak jedinici (vidi izraze (2.11.19) i (2.11.21)) a za nosač sa slike 1.5.d, on je manji od jedinice i iznosi na osnovu izraza (2.6.4)

$$\mu = 1 - \frac{k_2(k_1+1)^2}{D_y} \quad (2.11.24)$$

Dakle, za rešetkaste nosače mostnih kranova (sl.1.5) koeficijent μ ne može biti veći od jedinice, tj. moment inercije površina poprečnog presjeka pojaseva rešetke u odnosu na težišnu osu ne predstavlja uvećani moment inercije cijele rešetke nego samo može biti jednak ili manji od njega. Na primjer, ako je nosač na sl.1.5.d, opterećen momentom savijanja onda će se deformisati i pojasni štapovi i štapovi "ispune". Maksimalni ugib će biti manji nego onaj koji bi se pojavio, pod istim opterećenjem i istim konstruktivnim parametrima analognih štapova, kod rešetkastog nosača sa sl.1.5.a i b, kod kojih bi se deformisali samo pojasni štapovi. Ovo pokazuje da deformacija "ispune" ne znači manji nego veći moment inercije. Posebno je pitanje što kod koncentrisanog opterećenja dolazi do deformisanja rešetke i usljed transverzalne sile u poprečnom presjeku.

2.12. UPOREDJENJE REZULTATA DOBIJENIH NA OSNOVU DVIJU VARIJANTI METODA FIKTIVNOG NOSAČA

Ovdje ćemo izvesti opštije izraze za fiktivne krutosne karakteristike od izraza (1.2.7), kako je to rečeno u paragrafu 1.4, i izvršiti njihovo uporedjivanje.

Rešetkasti nosač dat na slici 1.11.a, prikažimo kao na slici 2.12 (dvije njegove elementarne ćelije).

$$I_y^* = h^2 \frac{k_1}{k_2(k_1+1)(k_2+1)} |E_1 A_d + \frac{2k_2(k_1+1)(k_2+1)\cos^3\beta}{k_4(k_1+1)E_b + 4k_1k_6E_d\sin^3\beta} E_d E_b| \quad (2.12.2)$$

$$\left(\frac{k}{GA}\right)^* = \frac{1}{2} \frac{1}{A_{cd}E_d} \frac{k_2}{k_2+1} \frac{1}{\sin^2\alpha\cos\alpha} \quad (2.12.3)$$

$$(GI_o)^* = \frac{2A_{bd} E_d h^2 k_1 \sin^2\beta \cos\beta}{(k_1+1) \left| 1 - k \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \left(2 - \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \right) \right|} \quad (2.12.4)$$

gdje je:

$$k = \frac{k_4(k_1+1) \left(\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)^3}{k_1k_3(k_2+1) + k_4(k_1+1) \left(\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)^3} \quad (2.12.5)$$

Ako u ove izraze postavimo sljedeće uslove:

$$k_1=k_2=1; \quad k_3=k_4=2; \quad \operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{ctg}\beta = 1,5; \quad a = L; \quad h=b;$$

$$A_d=A_1; \quad A_{cd}=A_{bd}=A_d,$$

imaćemo

$$I_y^* = b^2 \left(E_1 A_1 + \frac{1}{1+2 \frac{b^3 E_d A_d}{L^3 E_b A_b}} \frac{L^3}{d^3} E_d A_d \right) \quad (2.12.6)$$

$$\left(\frac{k}{GA}\right)^* = \frac{d^3}{4b^2 L E_d A_d} \quad (2.12.7)$$

$$(GI_o)^* = 2 \frac{b^4 L}{d^3} A_d E_d \quad (2.12.8)$$

Iz izraza (2.12.6), (2.12.7), (2.12.8), (1.2.7) i (1.2.9) možemo zaključiti da važi:

$$\begin{aligned} c_{11} &= I_y^* \\ c_{22} &= \left| \left(\frac{k}{GA}\right)^* \right|^{-1} \\ c_{33} &= (GI_o)^* \end{aligned} \quad (2.12.9)$$

Dakle, ovim smo pokazali da su izrazi (1.2.7) specijalni slučajevi izraza (2.12.2), (2.12.3) i (2.12.4).

Iz ovog rezultata se vidi da je tačnost dviju varijanti metoda fiktivnog nosača, tj. varijante koja je primijenjena u ovom radu i one koja je primijenjena u radu [1], ista samo što je prva varijanta jednostavnija i daje opštije izraze za fiktivne krutosne karakteristike.

Promjenom konstruktivnih parametara k_1 , k_2 , k_3 i k_4 u velikoj mjeri se mijenja vrijednost izraza (2.12.2), (2.12.3) i (2.12.4). Ovo ćemo ilustrovati na primjeru izraza (2.12.3). Pod uslovom da su parametri A_{cd} , E_d i α konstante zamijenimo u izraz (2.12.3) vrijednosti za $k_2=1, 2, 8, 10$. Izraz (2.12.3) za $k_2=1$, kao što smo vidjeli, postaje izraz (2.12.7). U tabeli br.2.8, data je vrijednost relativne razlike izraza (2.12.3) i izraza (2.12.7), u procentima a za navedene vrijednosti parametra k_2 .

Tabela 2.8.

k_2	$ (\frac{k}{GA})^*_{(k_2)} - (\frac{k}{GA})^*_{(1)} / (\frac{k}{GA})^*_{(1)} \quad \%$
1	0
2	33
8	78
10	82

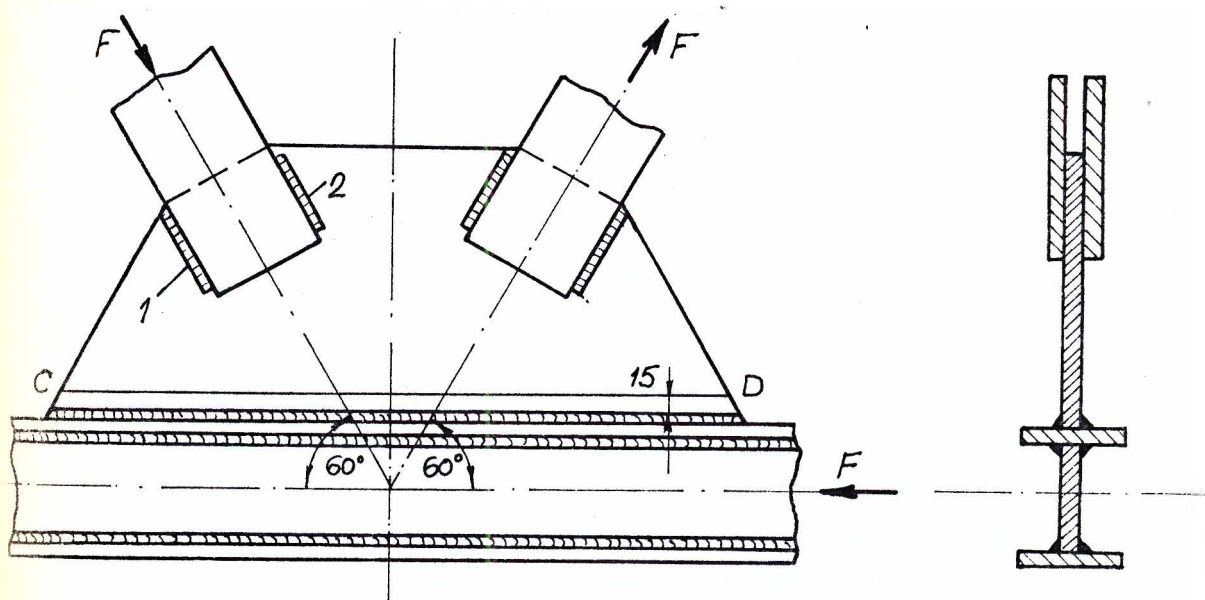
Dakle, pogodnim izborom parametra k_2 možemo smanjiti ili povećati uticaj transversalne sile u poprečnom presjeku nosača (sl.2.11) na njegov ugib. Velika prednost izraza (2.12.2), (2.12.3) i (2.12.4) nad izrazima (2.12.6), (2.12.7) i (2.12.8) se sastoji u tome što na osnovu njih možemo, pogodnim izborom parametara k_1 , k_2 , k_3 i k_4 , da znatno utičemo na deformabilnost rešetkastog nosača (sl.2.12) i na taj način omogućimo njegovu primjenu za širi krug potreba. Naime, ovim rezultatima je omogućeno izvodjenje optimizacije prostornog rešetkastog nosača (sl.2.12) u funkciji njegovih konstruktivnih parametara a na osnovu kriterijuma deformabilnosti.

3. ANALIZA NAPONSKOG STANJA U ZAVARENIM SPOJEVIMA ČVORNOG LIMA REŠETKASTE KONSTRUKCIJE

3.1. ANALITIČKI METOD - TEORIJA KLINA

Ovdje ćemo, kako je to u paragrafu 1.4. rečeno, analitičkim metodom tj. teorijom klina naći izraze i dijagrame komponenti ukupnih napona u tačkama presjeka CD od uticaja sila u kosnicima F (sl.3.1).

Na sl.3.1. prikazan je čvorni lim zajedno sa djelovima kosnika i pojasa.

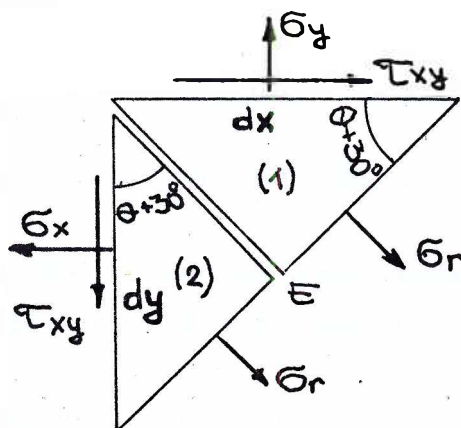


Slika 3.1.

Ako podjemo od pretpostavke da se pri djelovanju sila kao na slici 3.1. u čvornom limu javlja ravno naponsko stanje to znači da važi za komponente tenzora napona:

$$\begin{aligned} \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} &= 0 \\ \sigma_x \neq 0; \sigma_y \neq 0; \tau_{xy} &\neq 0 \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

i visine $d=1\text{cm}$. Ovako nećemo postupiti nego ćemo dobiti napone po jedinici debljine lima a to su u ovom slučaju upravo i stvarni naponi koji se javljaju od koncentrisane sile F .



Slika 3.3.

Na osnovu teorije klina važi:

$$\sigma_r = - \frac{F \cos \theta}{r(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha)} \quad (3.1.1)$$

gdje je:

σ_r - radijalni napon u tački E;

r - poluprečnik tj. rastojanje AE;

$\alpha = 60^\circ$ ($\alpha = \frac{\pi}{3}$)

θ - usmjereni ugao između pravca AE i simetrale klina.

Izrazimo r preko h i trigonometrijskih funkcija ugla θ :

$$r = \frac{h}{\cos(\theta + 30^\circ)} \quad (3.1.2)$$

Ako izraz (3.1.2) i vrijednost ugla α uvrstimo u izraz (3.2.2) dobićemo:

$$\sigma_r = - \frac{F \cos\theta \cos(\theta+30^\circ)}{h \cdot 1,4802} \quad (3.1.3)$$

Ako postavimo jednačine ravnoteže za beskonačno mali trougao (1) dobićemo

$$\begin{aligned} \tau_{xy} dx + \sigma_r \sin(\theta+30^\circ) dx \cos(\theta+30^\circ) &= 0 \\ \sigma_y dx - \sigma_r \cos(\theta+30^\circ) dx \cos(\theta+30^\circ) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Postavimo još jednačinu ravnoteže za pravac x za beskonačno mali trougao (2) pa ćemo dobiti:

$$-\sigma_x dy + \sigma_r \sin(\theta+30^\circ) dy \sin(\theta+30^\circ) = 0 \quad (3.1.5)$$

Na osnovu izraza (3.1.4) i (3.1.5) rešavajući ih po τ_{xy} , σ_y i σ_x dobijamo:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= -\sigma_r \sin(\theta+30^\circ) \cos(\theta+30^\circ) \\ \sigma_y &= \sigma_r \cos^2(\theta+30^\circ) \\ \sigma_x &= \sigma_r \sin^2(\theta+30^\circ) \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Ako u izraze (3.1.6) uvrstimo izraz (3.1.3) dobićemo:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= - \frac{F}{1,4802 \cdot h} \sin^2(\theta+30^\circ) \cos\theta \cos(\theta+30^\circ) \\ \sigma_y &= - \frac{F}{1,4802 \cdot h} \cos\theta \cos^3(\theta+30^\circ) \\ \tau_{xy} &= \frac{F}{1,4802 \cdot h} \sin(\theta+30^\circ) \cos\theta \cos(\theta+30^\circ) \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Usvojićemo za vrijednost sile*

$$F = 4684 \text{ daN} \quad (3.1.8)$$

* Ova vrijednost sile je usvojena prilikom vršenja eksperimenta.

a za visinu čvornog lima h kao što se to vidi sa sl.3.5.

$$h = 16,5 \text{ cm} \quad (3.1.9)$$

Ako navedene vrijednosti za silu F i visinu čvornog lima unesemo u izraze(3.1.7) dobićemo:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= - 191,784 \sin^2(\theta+30^\circ) \cos\theta \cos(\theta+30^\circ) \\ \sigma_y &= - 191,784 \cos\theta \cos^3(\theta+30^\circ) \\ \tau_{xy} &= 191,784 \sin(\theta+30^\circ) \cos\theta \cos(\theta+30^\circ). \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Na taj način smo dobili napone u tačkama presjeka CD čvornog lima u funkciji ugla θ (sl.3.2).

Na slikama 3.5 i 3.6. prikazane su polovine čvornog lima na kojima je nanesena mreža elemenata koja služi da se numeričkim metodom tj. metodom konačnih elemenata izračunaju naponi u tačkama posmatranog presjeka.

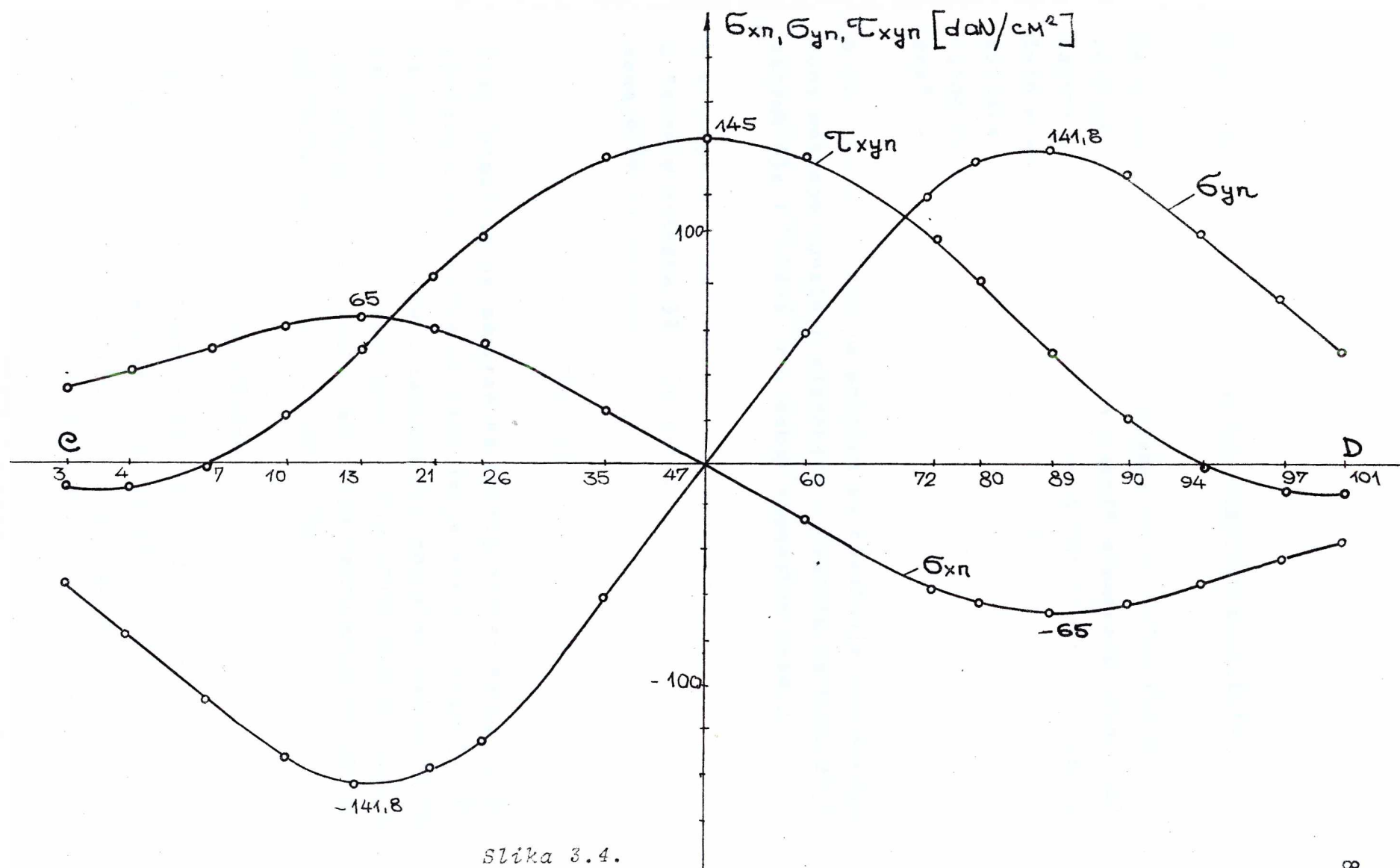
Počev od tačke tj. čvora 3 do tačke tj. čvora 101 navedenog presjeka izračunati su u njima naponi pomoću formula datih u izrazima (3.1.10). U tabeli br.3.1 za svaku od navedenih tačaka izračunat je ugao θ , zatim njegove trigonometrijske funkcije, potrebne za izračunavanje napona i na kraju same vrijednosti napona.

S obzirom da u tački B(sl.3.2) djeluje takodje sila F ali je usmjerena od čvornog lima, dijagrami napona od te sile simetrični su u odnosu na tačku 0 sa dijagramima napona od sile koja djeluje u tački A. Ovaj posljednji zaključak se se odnosi na dijagrame napona u tačkama poprečnog presjeka CD.

Na taj način, pomoću vrijednosti napona σ_x , σ_y i τ_{xy} nadjeđeni su ukupni naponi tj. naponi od dvije navedene sile u tačkama posmatranog presjeka. To su naponi označeni u tabeli 3.1. kao σ_{xu} , σ_{yu} i τ_{xyu} . Dijagrami ovih napona dati su na sl.3.4.

Tabela 3.1.

α	$\cos(\theta+30^\circ)$	$\theta+30^\circ$	θ	$\cos \theta$	$\cos(\theta+30^\circ)$	$\sin(\theta+30^\circ)$	σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_{xu}	σ_{yu}	τ_{xyu}
3	-0,5757	-30	-60	0,5	0,86602	-0,5	-20,76	-62,28	-35,96	33,65	-50,52	-10,67
4	-0,44	-23,8	-53,8	0,5906	0,91495	-0,4035	-16,87	-86,76	-38,26	40,04	-72,78	-10,06
7	-0,27	-15,25	-45,25	0,70401	0,96478	-0,26302	-9,04	-121,25	-33,06	51,09	-103,66	-0,54
10	-0,109	-6,22	-36,22	0,80675	0,99411	-0,1083	-1,804	-152,00	-16,56	61,32	-129,77	20,9
13	+0,0485	2,78	-27,22	0,88925	0,9983	0,0485	-0,401	-169,93	8,25	65,24	-141,78	51,24
21	0,20606	11,64	-18,36	0,94909	0,97943	0,20176	-7,26	-171,02	35,23	60	-136,4	83,48
26	0,30303	16,86	-13,14	0,9738	0,95702	0,29003	-15,04	-163,70	49,61	52,92	-122,54	102,5
35	0,5757	30	0	1	0,86602	0,5	-41,52	-124,56	71,92	23,97	-59,07	137,41
47	0,7878	38,23	8,23	0,9897	0,78553	0,6188	-57,09	-92,00	72,43	0	0	144,96
60	1	45	15	0,9659	0,7071	0,7071	-65,49	-65,43	65,49	-23,97	59,07	137,41
72	1,2848	52,11	22,11	0,92642	0,61414	0,78919	-67,96	-41,16	52,89	-52,92	122,54	102,5
80	1,3939	54,34	24,34	0,91111	0,58297	0,81249	-67,25	-34,62	48,25	-60	136,4	83,48
89	1,5273	56,78	26,78	0,89274	0,54785	0,83657	-65,64	-28,15	42,99	-65,24	141,78	51,24
90	1,6848	59,31	29,31	0,87188	0,51039	0,85994	-63,12	-22,23	37,46	-61,32	129,77	20,9
94	1,8485	61,59	31,59	0,85181	0,47577	0,87956	-60,13	-17,59	32,52	-51,09	103,66	-0,54
97	2,0182	63,64	33,64	0,8325	0,444	0,89602	-56,91	-13,98	28,20	-40,04	72,78	-10,06
101	2,1515	65,07	35,07	0,81845	0,42151	0,90682	-54,41	-11,76	25,29	-33,65	50,50	-10,67



Slika 3.4.

3.2. NUMERIČKI METOD - METOD KONAČNIH ELEMENATA

Na slikama 2.5. i 2.6. prikazane su polovine čvornih limova sa odgovarajućom mrežom trougaonih elemenata. Pomjeranja i naponi u čvorovima ove mreže biće izračunati metodom konačnih elemenata. S obzirom da je ova numerička metoda veoma poznata nema neke posebne potrebe da se ovdje objašnjavaju njene mogućnosti. Broj elemenata, je kao što se vidi, 172 a broj čvorova 102.

U prilogu br.1. dat je program za nalaženje pomjeranja i napona metodom konačnih elemenata u čvornim tačkama dijela konstrukcije izložene ravanskom naponskom stanju.

U prilogu br.2 dat je listing iz kojeg se može vidjeti da su u čvornim tačkama 32 i 78 (sl.3.5 i 3.6) priložene koncentrisane sile inteziteta:

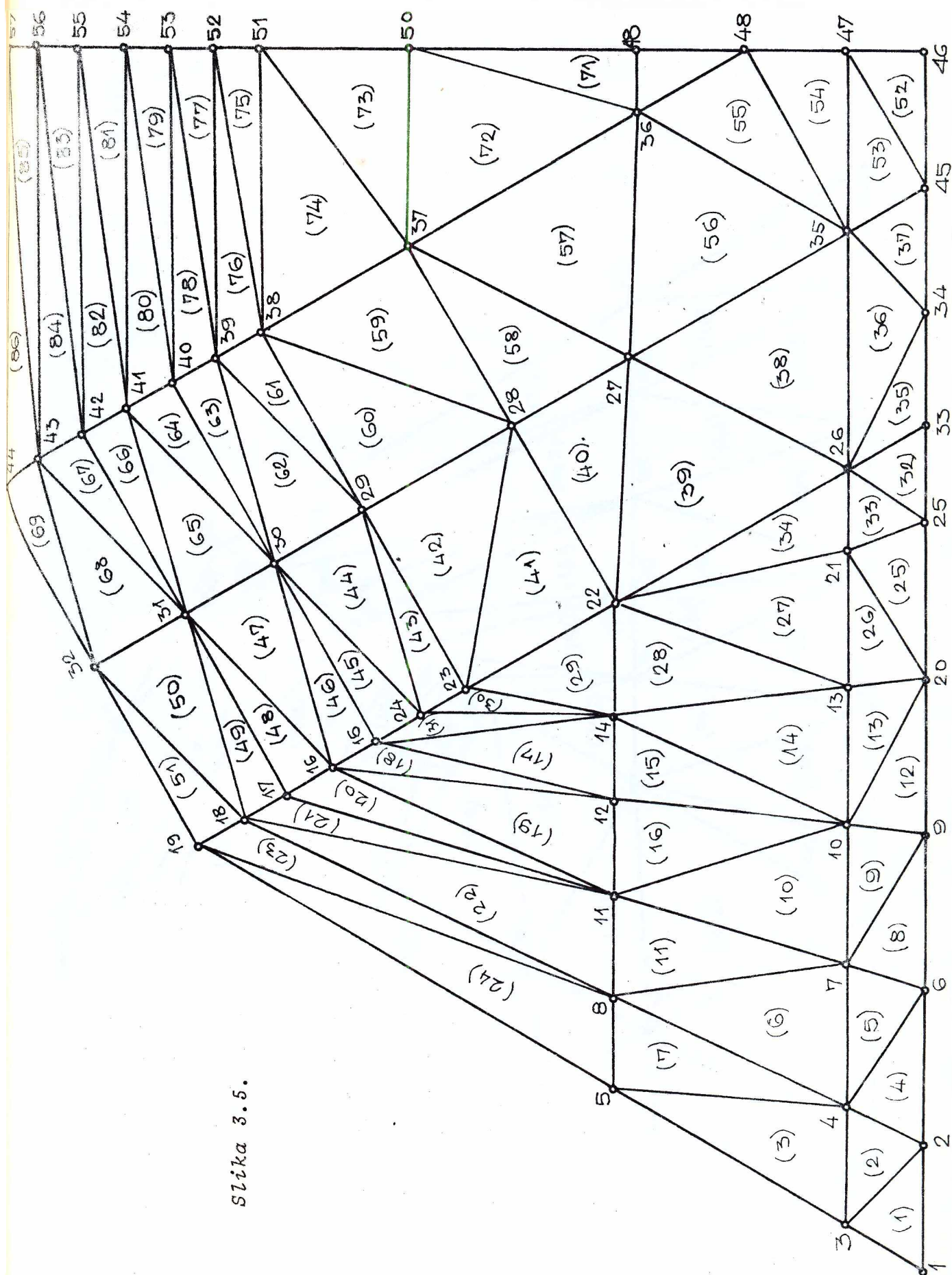
$$F = 5000 \text{ daN} \quad (3.2.1)$$

Ovaj intezitet je odabran na osnovu proračuna na čvrstoću djelova konstrukcije za izvodjenje eksperimenta (sl.3.21) i na osnovu uslova da u tačkama čvornog lima (sl.3.20.) napon ne predje granicu razvlačenja. Medjutim, kao što smo u paragrafu 3.1. napomenuli, prilikom izvodjenja eksperimenta usvojena je vrijednost za ovu silu:

$$F = 4684 \text{ daN}$$

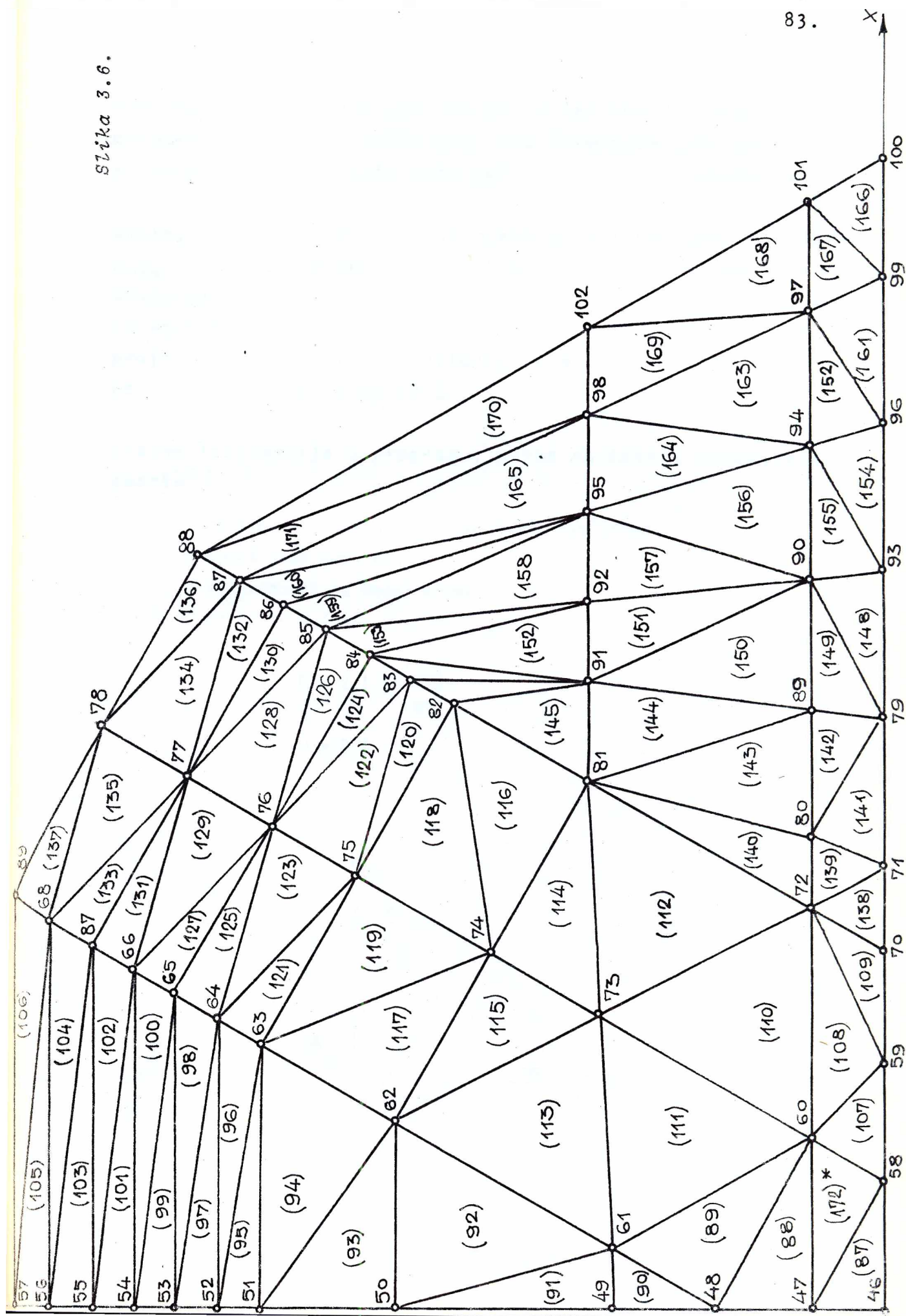
jer se na hidrauličnoj presi (sl.3.21) nije mogla ostvariti sila $F=5000 \text{ daN}$ sa dovoljnom tačnošću. Da bi se mogli uporediti rezultati numeričkog i eksperimentalnog metoda rezultati numeričkog metoda su množeni koeficijentom:

$$\eta = \frac{4684}{5000} = 0,9368$$



Slika 3.5.

Slučaj 3.6.



i na taj način su dobijeni naponi u tačkama čvornog lima za koncentrisanu silu $F=4684 \text{ daN}$. Ovo je moguće zbog poznatog stava o linearnoj zavisnosti deformacija od opterećenja.

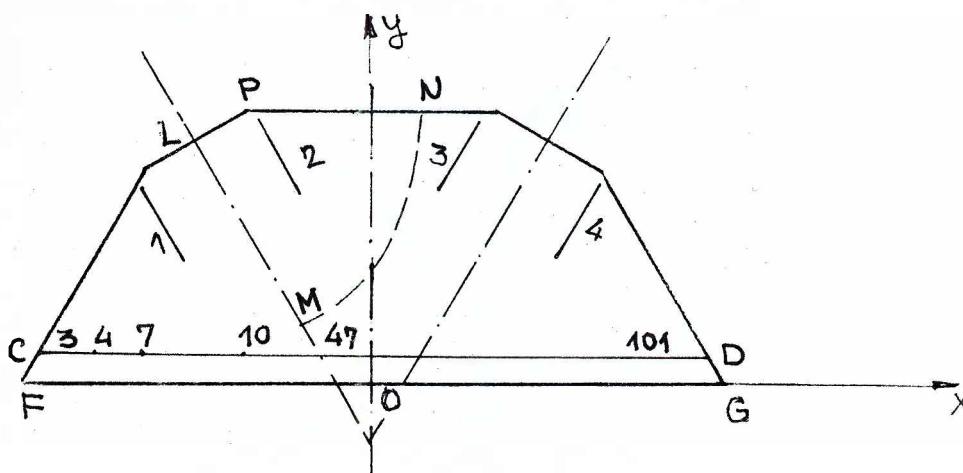
Dakle, u prilogu br.2, su usvojene sile inteziteta $F=5000 \text{ daN}$ koje su usmjerene, respektivno, prva ka čvornom limu a druga od čvornog lima (pravci njihovog dejstva se poklapaju sa osama kosnika). One su, naravno, date preko svojih projekcija na ose x i y . Položaj ovih osa i tačaka navedenog presjeka dat je na sl.3.7.

Ulazne informacije u programu, pored navedenog opterećenja sadrže:

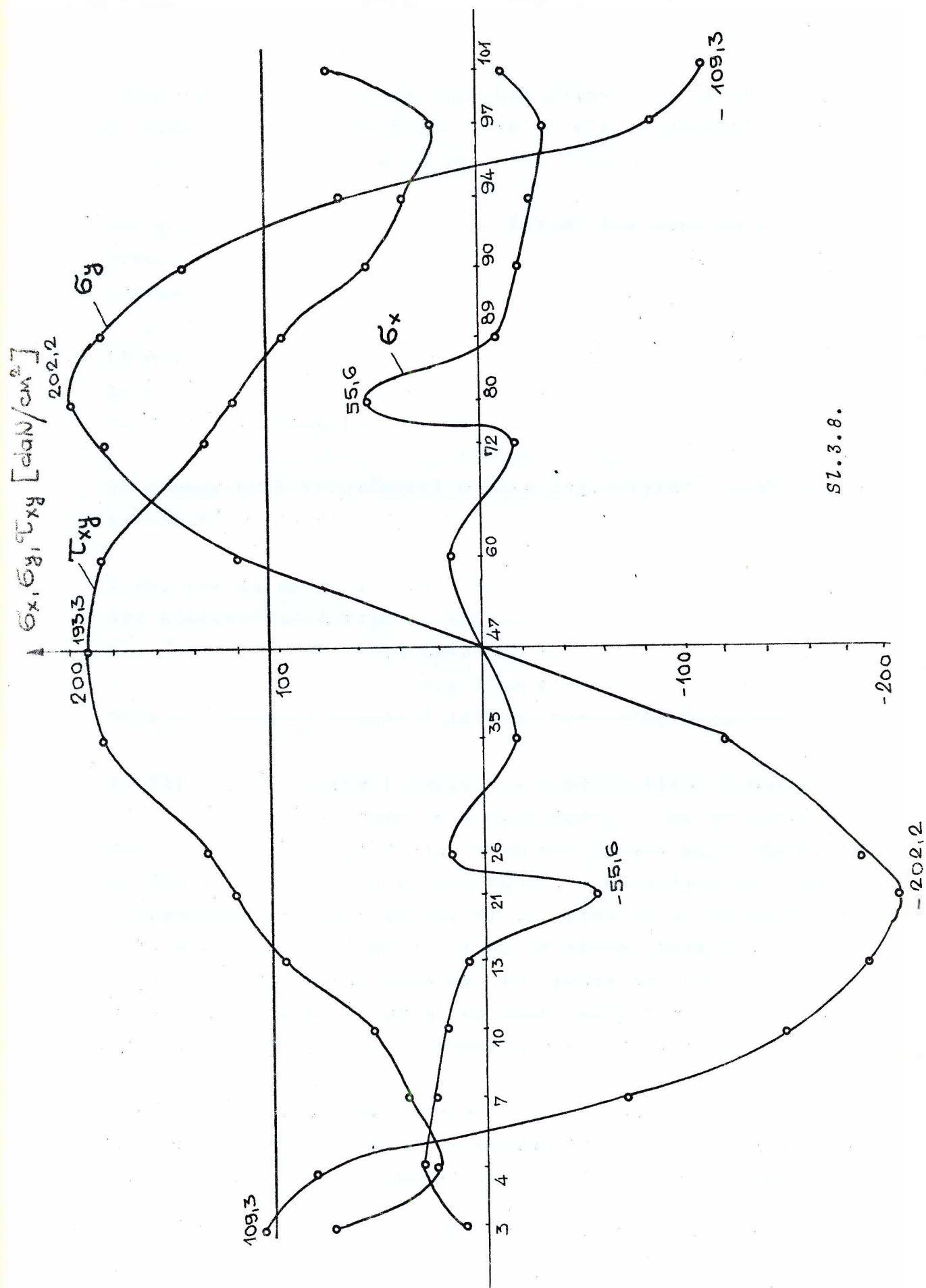
- poredak elemenata sa pripadajućim čvorovima,
- koordinate čvorova,
- vrijednosti za modul elastičnosti i Poasonov koeficijent za čelik Č.0562:

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \quad (3.2.2)$$

$$\nu = 0,3$$



Slika 3.7.



Veoma važna činjenica je granični uslov koji je postavljen u tačkama u kojima se čvorni lim vezuje za pojasni štap tj. u tačkama presjeka FG sa slike 3.7.

Ovdje je pretpostavljeno da je čvorni lim potpuno uklješten i zato su pomjeranja tačaka ovog presjeka (presjek FG) jednaka nuli.

Iz ovako definisanih uslova pomoću programa datog u prilogu br.1 dobijeni su naponi u tačkama presjeka CD čvornog lima (prilog br.2.).

Na osnovu ovih vrijednosti napona napravljeni* su dijagrami prikazani na slici 3.8.

S obzirom da se sila F ne prenosi sa kosnika na čvorni lim kao koncentrisana nego se kontinualno raspoređuje preko površina koje pokrivaju zavareni šavovi pokušaće se dobiti tačnije opterećenje čvornog lima a na osnovu njega i tačnije vrijednosti napona u tačkama navedenog presjeka.

Na slici 3.7. zavareni šavovi su predstavljeni šematski linijama (1,2,3,4). Ovdje je pretpostavljeno da se površine čvornog lima koje pokrivaju zavareni šavovi mogu redukovati na linije zato što to vrlo malo utiče na vrijednosti napona u poprečnom presjeku CD. Da bi se našao raspored napona duž linije šava postavljen je uslov da tačke, koje pripadaju i čvornom limu i štapu kosnika, tj. tačke sa linije šava, imaju jedinstvena pomjeranja. Za izvodjenje ovog uslova potrebna je da važi prethodno uvedena pretpostavka.

Zamislimo sada da smo izrezali iz čvornog lima njegov isječak LMNP (sl.3.7). On je sa mrežom trougaonih elemenata prikazan na slici 3.9. Takodje je na slici 3.10. prikazan od-

* Vrijednosti napona su dobijeni množenjem odgovarajućih napona iz priloga br.2. sa koeficijentom $\eta = \frac{4684}{5000} = 0,9368$.

govarajući isječak štapa kosnika. Tako čvorovima 5,9,13,17, 21 i 25 sa slike 3.10, odgovaraju čvorovi 77, 92, 106, 119, 130 i 139 sa sl.3.9. I ovdje je pretpostavljeno da u štapu djeluje unutrašnja sila

$$F = 5000 \text{ daN}$$

Prvo, posmatrajmo kružni isječak čvornog lima na sl.3.9. Zbog simetričnosti opterećenja i posmatranog dijela čvornog lima u odnosu na osu Oy u čvornim tačkama: 1,7,15,24,35,47, 60,73,88,102,126,135 i 143 pomjeranja u pravcu ox ose su jednaka nuli. S obzirom da moramo pretpostavi, za početak, neku raspodjelu koncentrisanih sila u čvornim tačkama: 77, 92,106,119,130 i 139 opredijelićemo se na najprostiji slučaj. Naime neka u svakoj od navedenih čvornih tačaka djeluju sile istog inteziteta:

$$F_{\zeta} = \frac{5000/4}{6} = \frac{1250}{6} \approx 208,3 \text{ daN} \quad (3.2.3)$$

a smjera negativne Oy ose.

Ovdje je uzeta četvrtina ukupne sile i podijeljena na broj čvornih tačaka jer se jedan kosnik i čvorni lim vezuju pomoću četiri zavarena šava. Pripadajuća debljina dijela čvornog lima, prikazanog na slici 3.9. iznosi

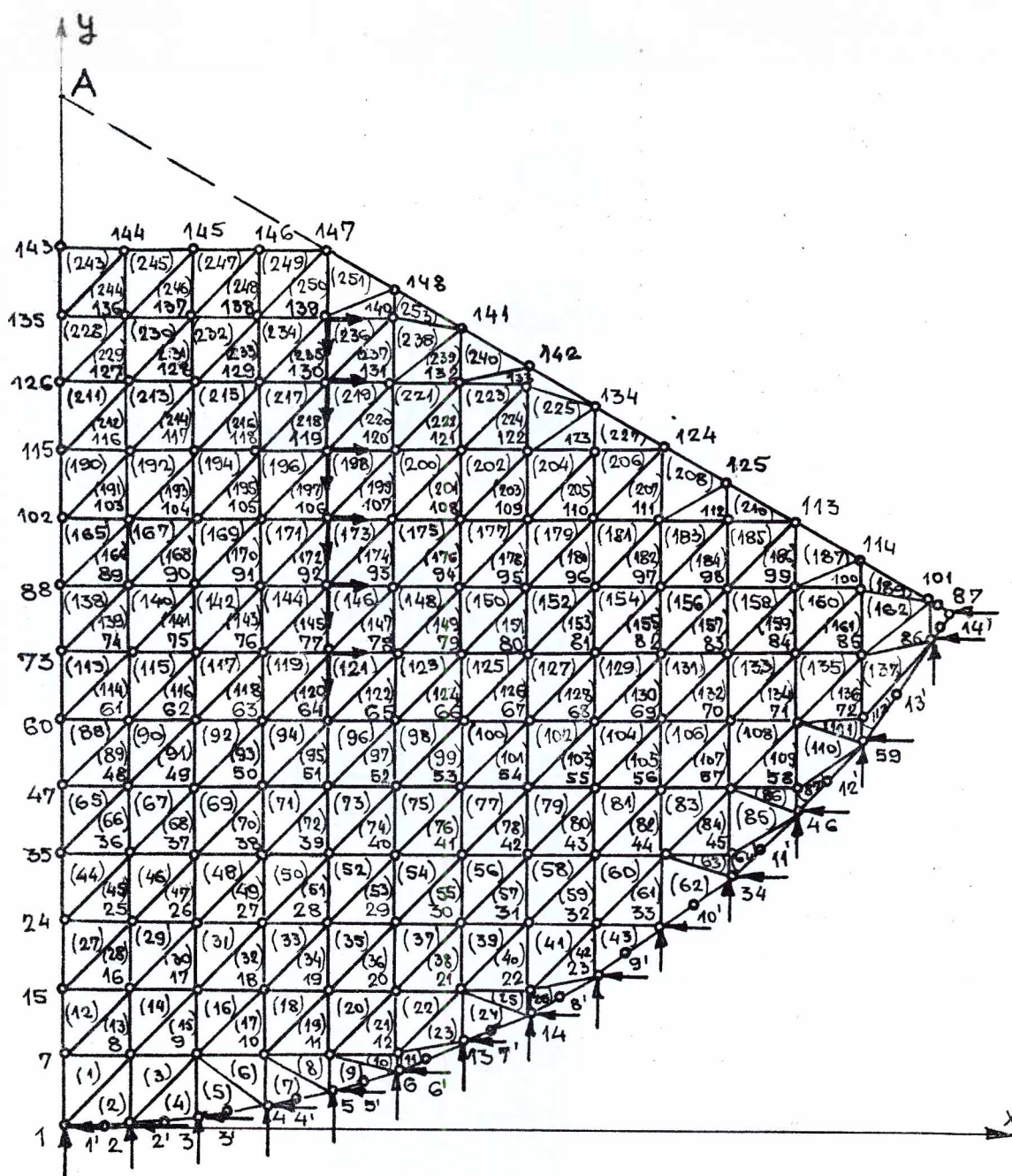
$$b = \frac{b_{\text{stv.}}}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ cm} \quad (3.2.4)$$

gdje je:

b_{stv} - stvarna debljina čvornog lima.

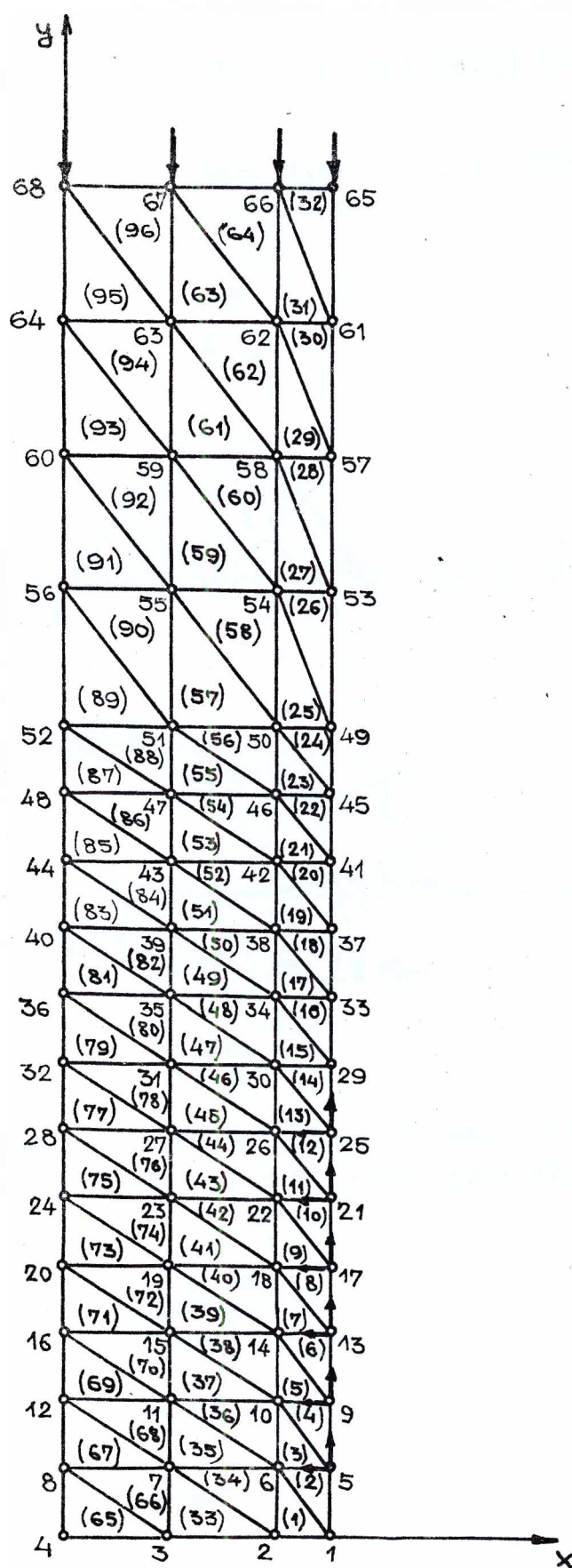
Što se tiče sile koje djeluju po kružnom obodu (3.9) u nizu tačaka od tačke 1 do tačke 87, one su nadjene iz uslova da su po navedenom kružnom obodu rasporedjeni naponi od koncentrisane sile:

$$\frac{F}{2} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{ daN} \quad (3.2.5)$$



Slika 3.9.

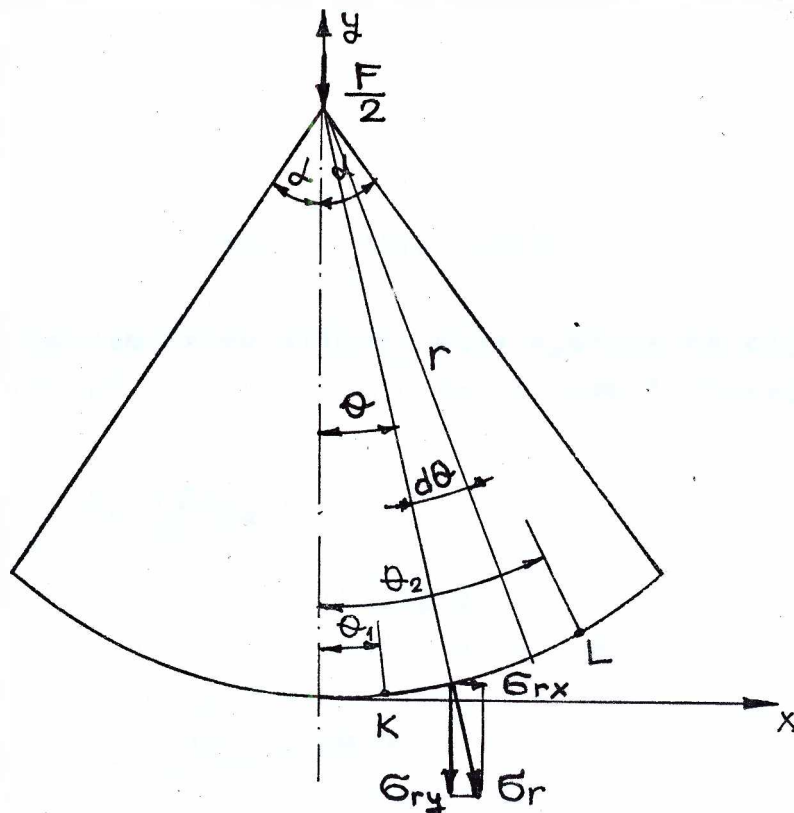




Slika 3.10.

koja djeluje u tački A (sl.3.9) duž negativnog smjera Oy ose.

Na slici 3.11. data je šema djelovanja koncentrisane sile $\frac{F}{2}$ na klin.



Slika 3.11.

Da bismo našli vrijednost koncentrisanih sila u čvornim tačkama kružnog oboda (sl.3.9) treba poći od radijalnog pritiska (sl.3.11)

$$\sigma_r = - \frac{\frac{F}{2} \cos \theta}{rb(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha)} \quad (3.2.6)$$

S obzirom da su ranije objašnjene oznake u ovoj formuli, treba samo navesti da je

$$\begin{aligned} F &= 5000 \text{ daN} \\ r &= 17,5 \text{ cm} \\ b &= 0,5 \text{ cm} \\ \alpha &= \frac{\pi}{3} \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

pa će biti

$$\sigma_r = - \frac{\frac{5000}{2} \cos\theta}{17,5 \cdot 0,5 \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{3} \right)} = - 193,02 \cos\theta \quad (3.2.8)$$

Sa slike 5.13, slijedi da su komponente radijalnog pritiska u pravcu x i y ose:

$$\sigma_{rx} = \sigma_r \cdot \sin\theta = - 193,02 \cos\theta \sin\theta \quad (3.2.9)$$

$$\sigma_{ry} = \sigma_r \cdot \cos\theta = - 193,02 \cdot \cos^2\theta$$

Ukupnu horizontalnu silu F_x koja djeluje na dijelu kružnog oboda od tačke K od tačke L dobit ćemo iz izraza:

$$F_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma_{rx} \cdot r \cdot d\theta \cdot b \quad (3.2.10)$$

Takodje će ukupna vertikalna sila F_y koja djeluje na dijelu kružnog oboda od tačke K do tačke L biti:

$$F_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma_{ry} \cdot r \cdot d\theta \cdot b \quad (3.2.11)$$

Ako u izraze (3.2.10) i (3.2.11) unesemo izraze (5.3.9) dobićemo

$$F_x = - 193,02 \cdot r \cdot b \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cos\theta \, d\theta$$

$$F_y = - 193,02 \cdot r \cdot b \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos^2 \theta \, d\theta$$

to jest,

$$F_x = - 1688,96 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta \, d\theta$$

$$F_y = - 1688,96 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos^2 \theta \, d\theta$$

Ovdje treba dakle riješiti integrale:

$$I_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cos\theta \, d\theta$$

$$I_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos^2\theta \, d\theta$$
(3.2.13)

Njihovim rešavanjem dobijamo:

$$I_x = -\frac{1}{4} |\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1|$$
(3.2.14)

to jest,

$$I_y = -|\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1 + 2(\theta_2 - \theta_1)|$$
(3.2.15)

Na osnovu izraza (3.2.10), (3.2.12) i (3.2.13) sada dobijamo

$$F_x = 422,23 |\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1|$$
(3.2.16)

$$F_y = -422,23 |\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1 + 2(\theta_2 - \theta_1)|$$

Kao što se vidi na slici 3.9. na kružnom obodu, na sredinama između čvornih tačaka postavljene su tačke: 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8', 9', 10', 11', 12', 13' i 14'.

U tabeli br.3.2. date su vrijednosti θ za ove tačke kao i vrijednosti sila F_x i F_y koje djeluju u čvornim tačkama a izračunate su na osnovu izraza (3.2.16).

Sada posmatrajmo štap prikazan na slici 3.10. U čvornim tačkama 5, 9, 13, 17, 21 i 25 postavljene su takodje sile

$$F_z = 208,3 \text{ daN}$$

a smjer im je u pravcu Oy ose.

Na gornjoj površini štapa tj. u čvorovima 65, 66, 67 i 68 treba da djeluje sila:

$$\frac{F}{4} = \frac{5000}{4} = 1250 \text{ daN}$$

Tabela 3.2.

Tačka	Ugao °	F_x daN	F_y daN
1	0	-3,7	55,2
1'	1,872		
2		-29,4	111,4
2'	5,673		
3		-57,1	108,0
3'	9,401		
4		-86,5	108,1
4'	13,219		
5		-112,8	104,4
6'	17,020		
6		-145,9	105,9
6'	21,038		
13		-170,8	100,3
7'	25,062		
14		-199,6	97,4
8'	29,236		
23		-239,2	97,6
9'	33,794		
33		-256,4	88,0
10'	38,367		
34		-293,9	84,8
11'	43,409		
46		-311,8	75,4
12'	48,708		
59		-481,9	91,2
13'	57,242		
86		-104,9	16,7
14'	59,230		
87	60,000	-39,7	5,6

koja je orjentisana u suprotnom smjeru od ose Oy . Nju rasporedjujemo u skladu sa pravilom da se u čvoru sabiraju sve sile koje djeluju izmedju sredina rastojanja izmedju tog čvora i njemu susjednih čvorova.

Debljina štapa je:

$$b_s = 1 \text{ cm} \quad (3.2.17)$$

pa dobijamo za vertikalne sile u ovim čvorovima:

$$\begin{aligned} F_{y65} &= - 125 \text{ daN} \\ F_{y66} &= - 375 \text{ daN} \\ F_{y67} &= - 500 \text{ daN} \\ F_{y68} &= - 250 \text{ daN} \end{aligned} \quad (3.2.18)$$

Zbog simetričnosti štapa (na slici 3.10 je prikazana samo njegova polovina) i simetričnosti opterećenja koje djeluje na njega pomjeranja čvornih tačaka 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64 i 68 u pravcu Ox ose su nula.

S obzirom da nas, izmedju ostalog, interesuju relativna pomjeranja u pravcu Oy ose tačaka sa "zavarenog šava" to je ovdje stavljeno da je pomjeranje čvorne tačke 5 u pravcu Oy ose jednako nuli. Iz tog razloga je i kod isječka čvornog lima (sl.3.9) ovaj isti uslov stavljen za tačku 77.

Treba napomenuti da štap ima 68 čvorova i 96 elemenata a isječek čvornog lima (koji je u programu nazvan "ploča") ima 148 čvorova i 253 elementa.

Na osnovu ovako definisane geometrije, opterećenja i graničnih uslova preko programa datog u prilogu br.1 dobijena su pomjeranja tačaka "zavarenog šava" u x i y pravcu (sl.3.9. i 3.10). Dijagrami ovih pomjeranja dati su na slikama 3.12 i 3.13.

Sa dijagrama horizontalnih pomjeranja (U_x) lako se mogu vidjeti razlike u pomjeranjima odgovarajućih tačaka štapa i ploče. Ova razlika se, očigledno ne može dovoljno smanjiti ako se ne pretpostavi postojanje horizontalnih, koncentrisanih sila u posmatranim tačkama. Zbog toga će i one biti uvedene u dalje razmatranje. Za tačke štapa one treba da imaju smjer suprotan od ose Ox .

Sa dijagrama vertikalnih pomjeranja (U_y) primjećuje se velika razlika u pomjeranjima za tačku 25 štapa i tačku 139 ploče. To znači da je na tom mjestu pretpostavljena mala vrijednost sile jer njenim povećavanjem ova razlika bi se, očigledno, smanjivala, što nam je i cilj. Medjutim, ovdje treba voditi računa da zbir koncentrisanih sila bude uvijek konstantan tj.

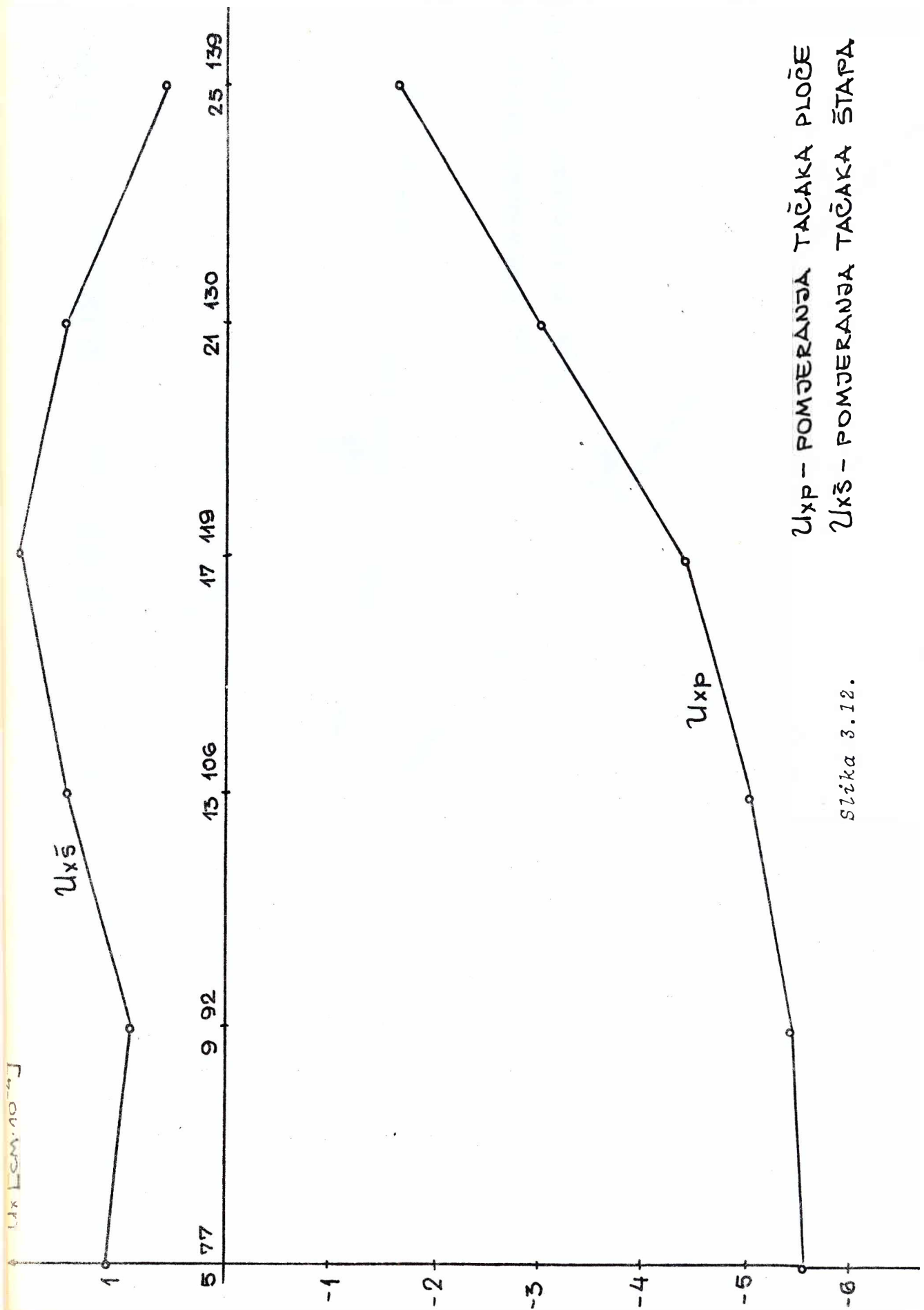
$$F_y = 1250 \text{ daN} \quad (3.2.19)$$

Dakle, ona vrijednost sile koja se "doda" na jednom čvoru treba da se "oduzme" od ostalih.

Sada se može bolje vidjeti u čemu se sastoji problem. Treba, dakle, odabrati novi sistem vertikalnih i horizontalnih sila i pomoću navedenog programa dobiti pomjeranja i formirati nove dijagrame pomjeranja. Na osnovu njih treba zaključiti koji bi sistem navedenih sila još više odgovarao našem cilju i tako treba postupak ponavljati dok se ne dobije zadovoljavajuće rešenje.

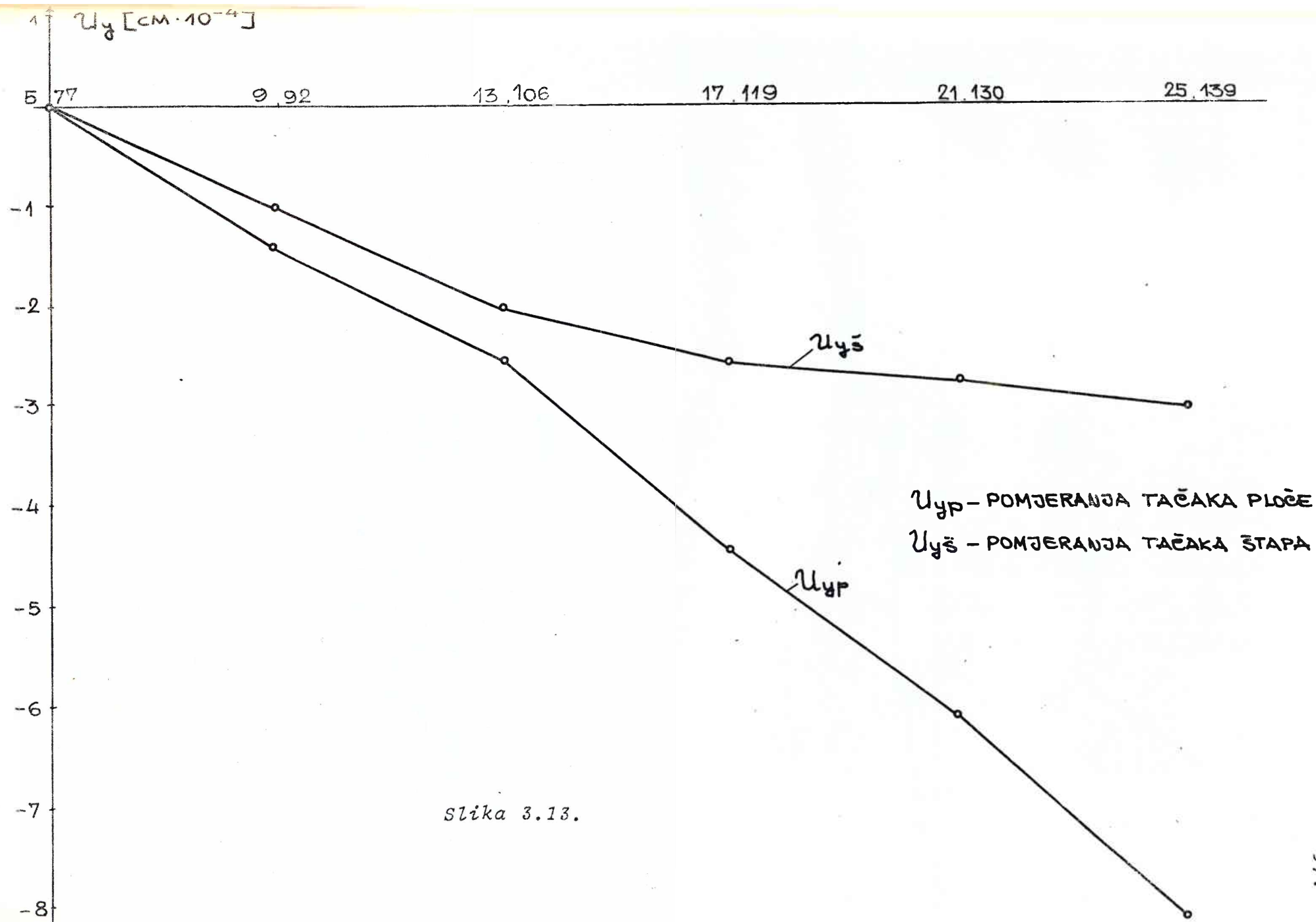
Ovaj postupak je obavljen i poslije većeg broja pokušaja dobilo se zadovoljavajuće rješenje.

Naime, dobile su se sile koje su koncentrisane u čvornim tačkama a koje pripadaju zavarenom šavu. Dijagrami ovih sila za tačke štapa prikazani su na slici 3.14.

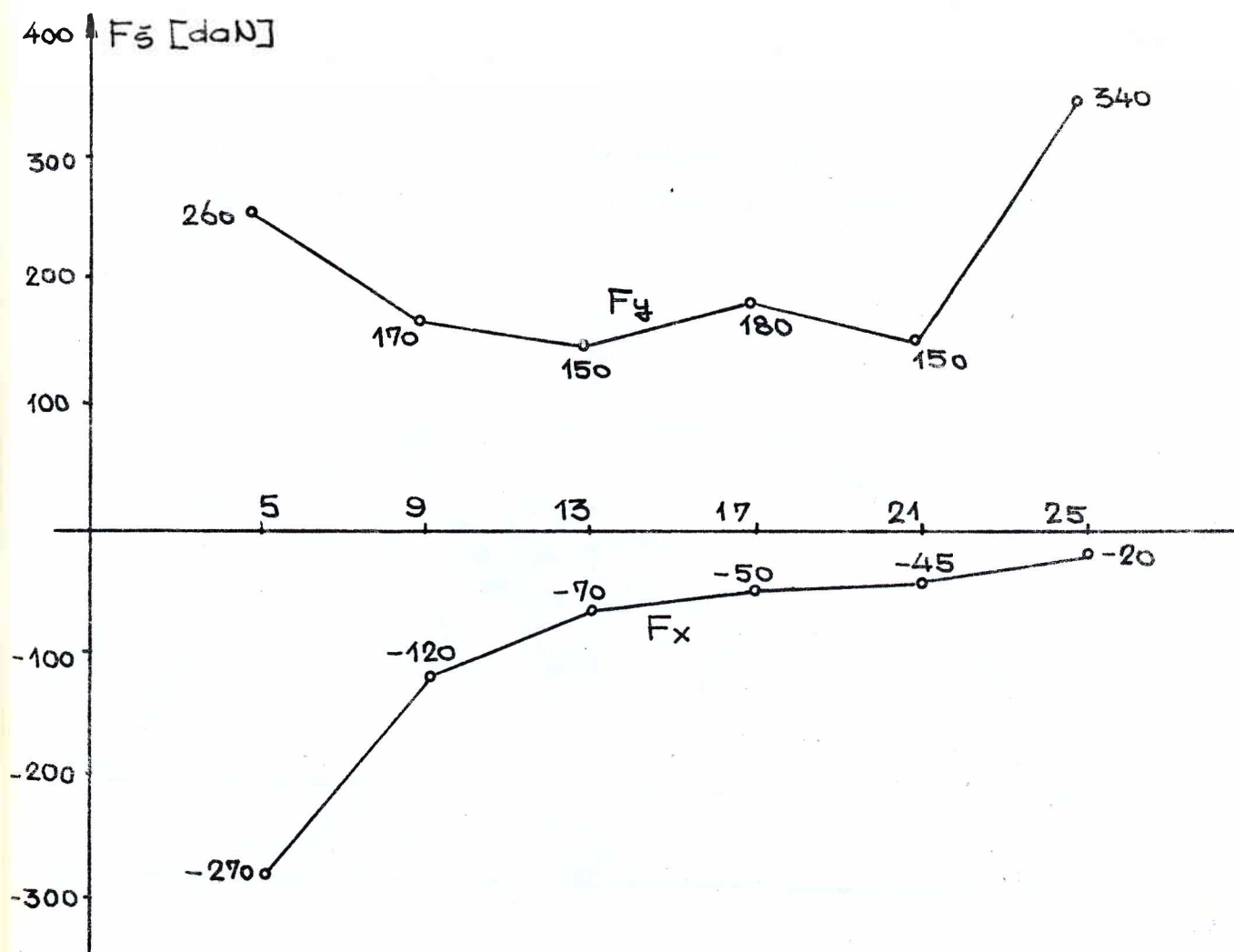


u_{xp} - POMJERANJA TAČAKA PLOČE
 $u_{x\bar{s}}$ - POMJERANJA TAČAKA ŠTAPA

Slika 3.12.



Slika 3.13.

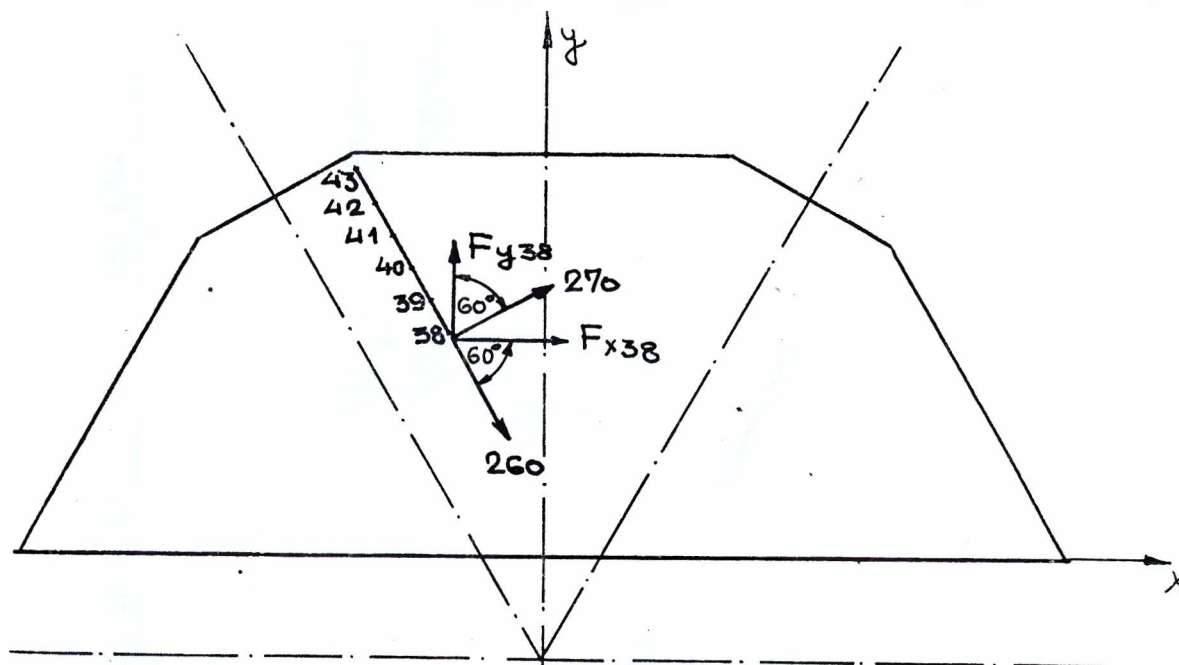


Slika 3.14.

Za odgovarajuće tačke ploče (77, 92, 106, 119, 130, 139) koncentrisane sile su po intenzitetu iste a suprotnog smjera. Ako ove vrijednosti sila unesemo u program dobićemo pomjeranja tačaka zavarenog šava čiji su dijagrami prikazani na slikama 3.16 i 3.17. a njihove tačne vrijednosti su date u prilogu br.3.

Sada ćemo dobijene koncentrisane sile "postaviti" u odgovarajućim tačkama čvornog lima prikazanog na slikama 3.5 i 3.6. S obzirom da su ovdje položaji osa O_x i O_y drugačiji od onih na slici 3.9., potrebno je naći odgovarajuće projekcije dobijenih koncentrisanih sila na ove ose sa novim položajem. Na slici 3.15 prikazan je način nalaženja ovih projekcija na primjeru jednog zavarenog šava. Ovdje čvorne ta-

čke 38, 39, 40, 41, 42 i 43 odgovaraju čvornim tačkama 77, 92, 106, 119, 130 i 139. Sa slike 3.15 imamo da je



Slika 3.15.

$$F_{x38} = 260 \cos 60^\circ + 270 \sin 60^\circ = 363,8 \text{ daN}$$

$$F_{y38} = -260 \sin 60^\circ + 270 \cos 60^\circ = -90,2 \text{ daN} \quad (3.2.20)$$

S obzirom da se ovdje dobilo opterećenje u tački 38 od jednog štapa, opterećenje od dva štapa će biti

$$F_{x38} = 2 \cdot 363,8 = 727,6 \text{ daN}$$

$$F_{y38} = 2 \cdot (-90,2) = -180,4 \text{ daN} \quad (3.2.21)$$

Na isti način dobijamo koncentrisane sile u ostalim tačkama šavova a njihove vrijednosti su date u tabeli br.3.3.

Posjetimo se da smo u prilogu br.2, dobili napone u posmatranom presjeku (presjek CD sl.3.7) i njihove dijagrame predstavili na sl.3.8. U navedenom slučaju radi se o djelovanju

$u_y [cm \cdot 10^{-4}]$

25, 139

21, 130

17, 119

13, 106

9, 92

5, 77

1

-1

-2

-3

-4

-5

-6

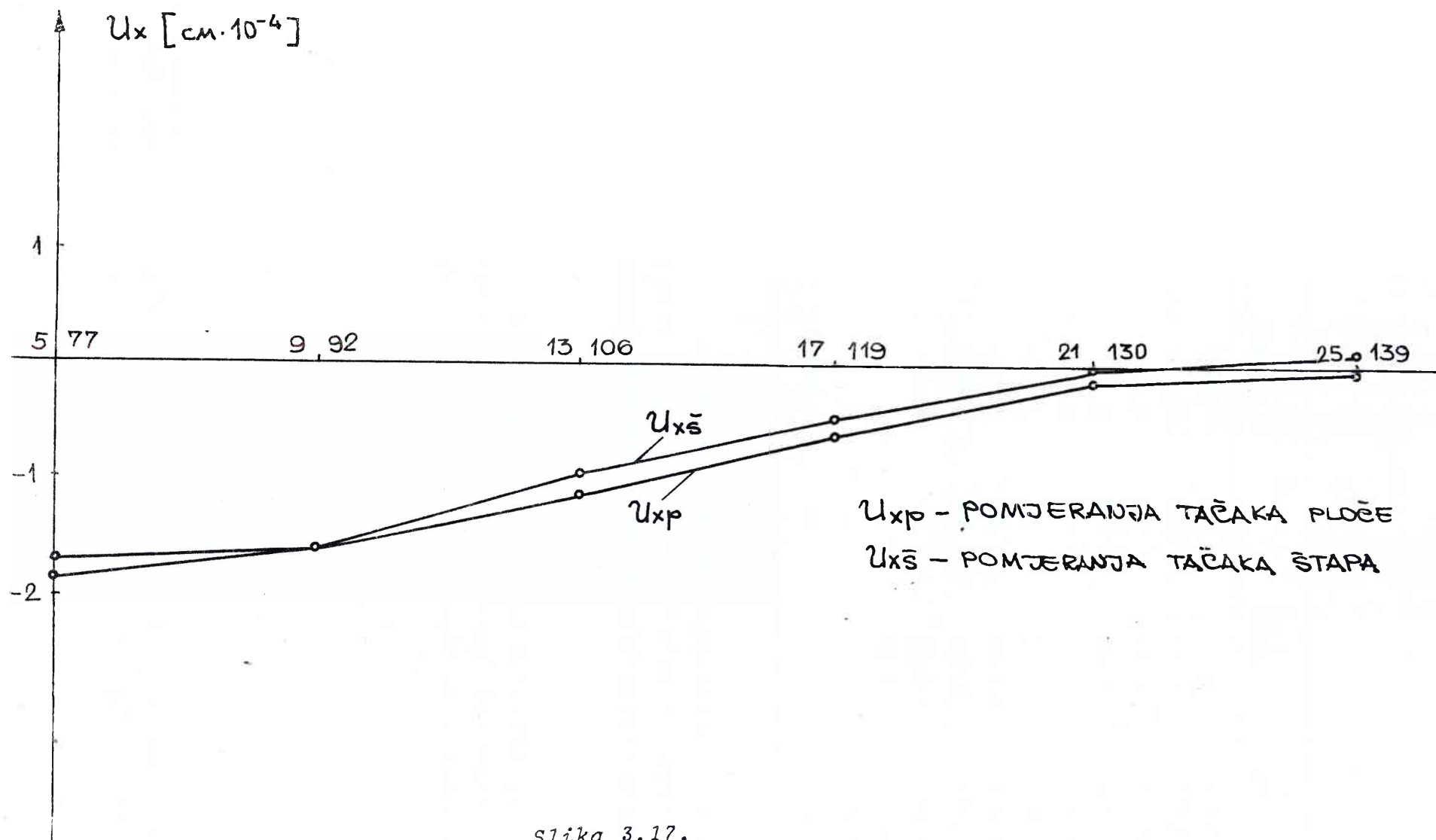
-7

u_{yp} - POMJERANJA TAČKA PLOČE
 $u_{y\dot{s}}$ - POMJERANJA TAČKA ŠTAPA

u_{yp}

$u_{y\dot{s}}$

Sl. 3.16.



dviju koncentrisanih sila na čvorni lim.

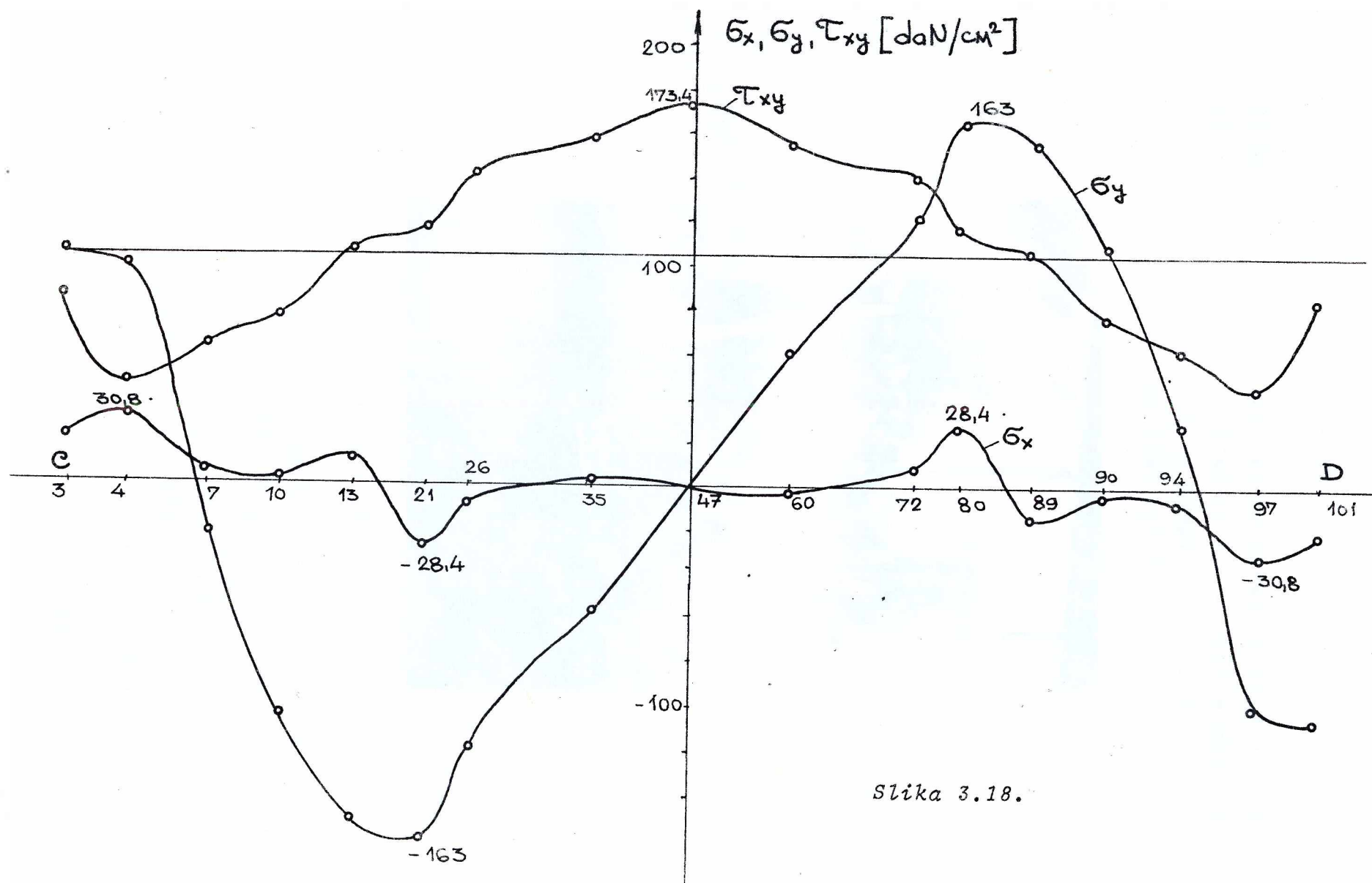
Tabela 3.3.

Tačka	F_x daN	F_y daN	Tačka	F_x daN	F_y daN
38	727,6	-180,4	63	727,6	180,4
39	377,8	-174,4	64	377,8	174,4
40	271,2	-189,8	65	271,2	189,8
41	266,6	-161,8	66	266,6	161,8
42	228,0	-214,8	67	228,0	214,8
43	374,6	-568,8	68	374,8	568,8
23	-207,6	-315,0	82	-207,6	315,0
24	-37,8	-414,4	83	-37,8	414,4
15	28,8	-329,8	84	28,8	329,8
16	93,4	-361,8	85	93,4	361,8
17	72,0	-304,8	86	72,0	304,8
18	305,4	-608,8	87	305,4	608,8

Sada imamo mogućnost da ove dvije sile rasporedimo na sisteme koncentrisanih sila u tačkama šavova i time se približimo stvarnom opterećenju čvornog lima. Ostali uslovi ostaju isti.

Na taj način dobijamo napone u posmatranom presjeku (CD) za slučaj "kontinualnog" opterećenja u šavovima. Ovi naponi su dobijeni u prilogu br.4, a njihovi dijagrami su prikazani na slici 3.18.

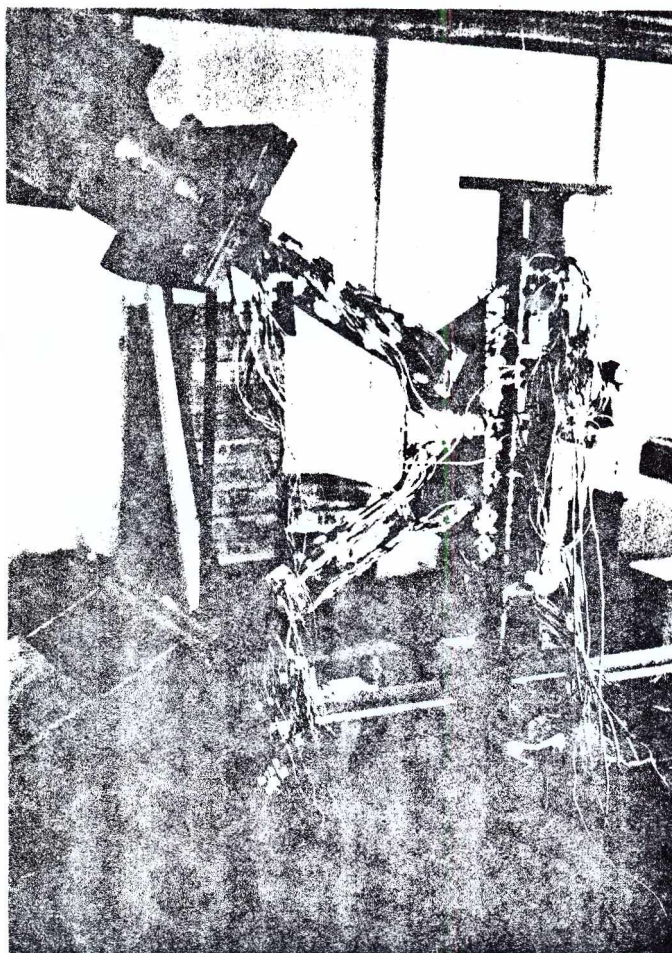
* Pri formiranju ovih dijagrama naponi dobijeni u prilogu br.4 takodje su pomnoženi koeficijentom $\eta = \frac{4684}{5000} = 0,9368$.



Slika 3.18.

3.3. EKSPERIMENTALNI METOD

Da bi se upotpunila analiza naponskog stanja u zavarenim spojevima čvornog lima rešetkaste konstrukcije obavljen je i eksperiment. Napravljen je model čvora rešetke od čelika Č.0562 u prirodnoj veličini (sl.3.19).

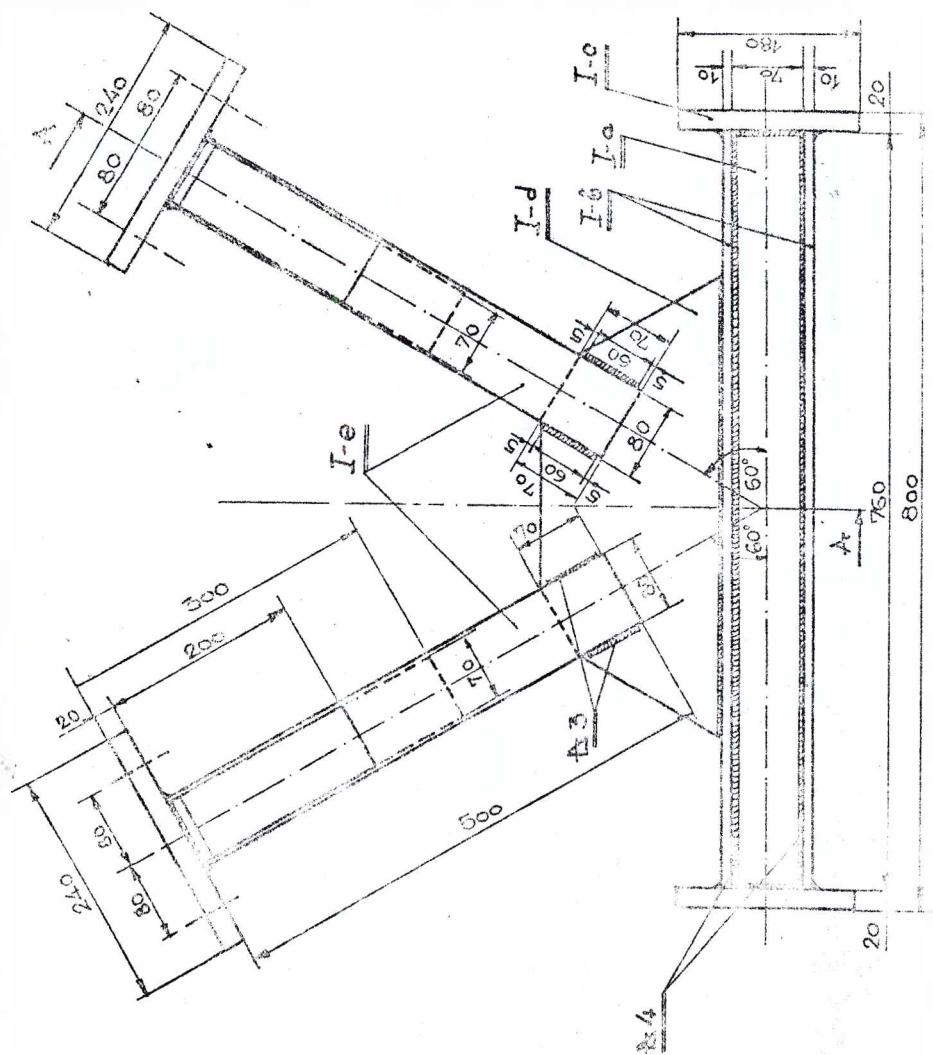
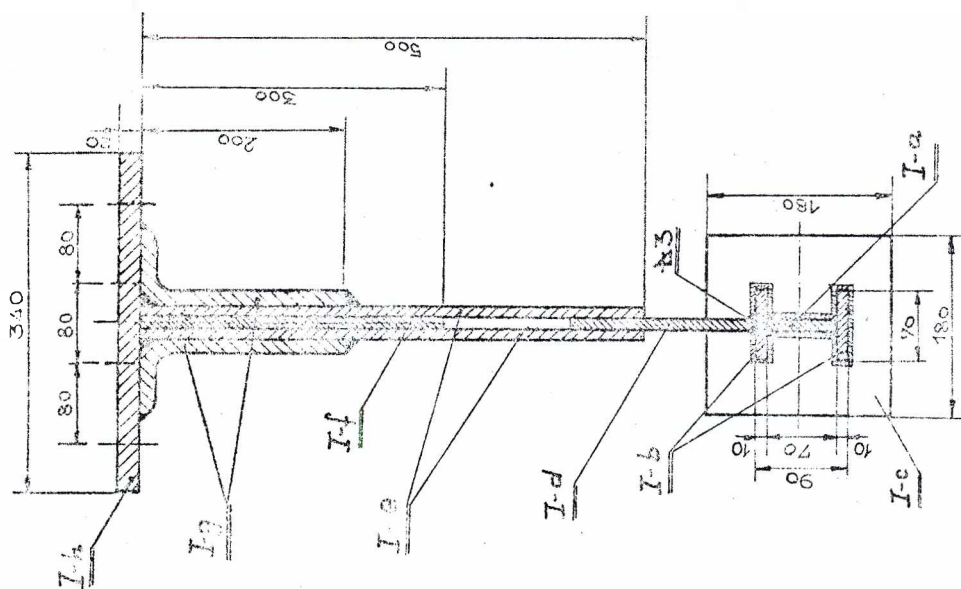


Slika 3.19.

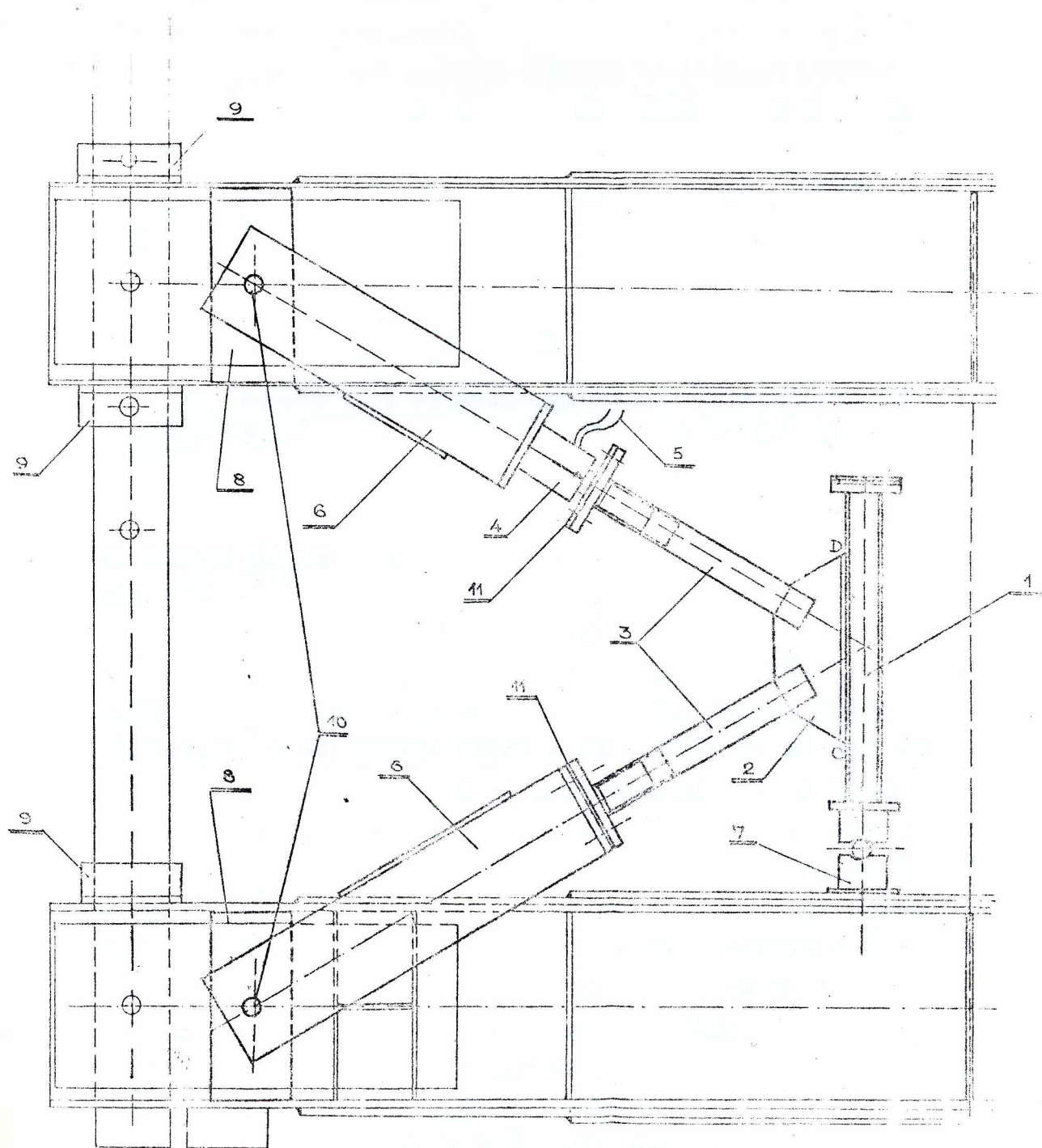
Na slici 3.20 je on prikazan u dvije projekcije. Svi varovi su izvedeni postupkom MAG (CO_2) i dimenziono kontrolisani.

Za potrebe izvodjenja eksperimenta korišćena je čelična ramna konstrukcija koja se inače koristi na Gradjevinskom fakultetu u Titogradu za lomljenje betonskih greda. Na slici 3.21, prikazana je skica polovine ovog rama zajedno sa čvorom rešetke i hidrauličnim presama. Na ovoj slici brojne oznake imaju sljedeće značenje:

Прессок А-А



SL.3.20e



Slika 3.21.

- 1 - pojasni štap rešetke,
- 2 - čvorni lim,
- 3 - kosnici rešetke,
- 4 - hidraulična presa,
- 5 - kablovi koji povezuju hidraulične prese sa pumpom,
- 6 - "viljuške" preko kojih se čvor rešetke vezuje sa konstrukcijom rama,
- 7 - zglobni oslonac koji onemogućava pojavu momenta u pojasu čvora,
- 8 - ramna konstrukcija,
- 9 - ojačanja (L profili) koja su zavarena za ramnu konstrukciju u cilju njenog ukrućenja,
- 10 - osovine koje onemogućavaju prenošenje momenta sa rama na "viljuške",
- 11 - vijci kojima se vezuje kosnik sa "viljuškom".

Na liniji CD (sl.3.21) postavljene su rozete osnove 10 mm kao i rozete formirane od mjernih traka osnove 5 mm koje su medjusobno postavljene pod uglom od 120° . Ove rozete su postavljene u tačkama 4, 10, 21, 35, 47, 60, 80, 90 i 97 (vidi slike 3.5 i 3.6). Takodje je isti broj rozeti postavljen u tačkama koje se nalaze takodje na liniji CD ali su sa druge strane čvornog lima. Ovo je uradjeno zbog toga da bi se korigovala eventualna odstupanja od tačnih rezultata koja mogu nastati od pojave momenta u štapovima kosnika i pojasa čvora. Da bi se navedeni momenti značajno smanjili tj. praktično izbjegli ostvarena su odgovarajuća konstruktivna rešenja na čvoru. Prije svega, jedan kosnik (donji na sl.3.19) vezan je sa dva reda vijaka (sl.3.22) za "viljušku" (br.6., sl.3.21). Na taj način je omogućeno da se pri pojavi momenta savijanja u ovom štapu, pritezanjem ili otpuštanjem ovih vijaka kosnik dovede praktično u stanje čistog istezanja. Na samom kosniku je postavljeno šest kontrolnih mjernih traka osnove 10 mm i 20 mm sa kojima se registrovalo naponsko stanje u njemu. Ovakve trake su postavljene i na drugom kosniku kao i na pojasnim štapovima čvora. Drugo, konstruktivno rešenje su osovine

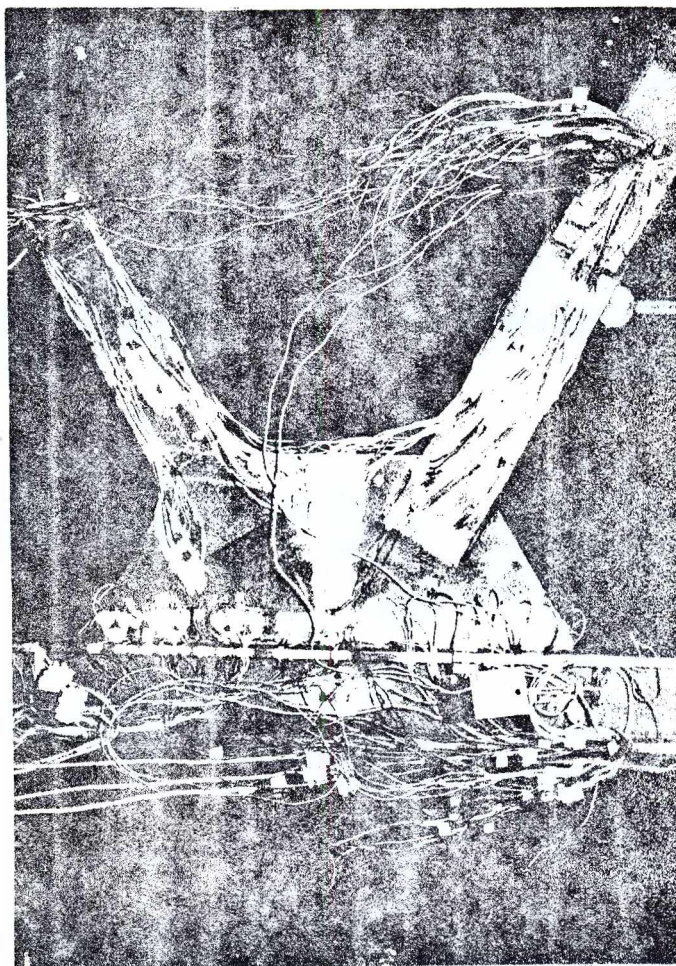
(br.10, sl.3.21) koje onemogućavaju prenošenje momenta savijanja sa rama na "viljuške" u ravni rama. Treće konstru-



Slika 3.22.

ktivno rešenje je zglobni oslonac (br.7.sl.3.21) koji onemogućava pojavu momenta savijanja u donjem pojasnom štapu čvora (u ravni čvora). Četvrto rešenje je mogućnost pomjeranja prese (br.4. sl.3.21) u pravcu normalnom na osu kosnika a u ravni sl.3.21. Zahvaljujući navedenim konstruktivnim rešenjima postiglo se praktično izbjegavanje ovih momenata savijanja jer maksimalne razlike u naponima koje su pokazivale mjerne trake postavljene na štapu čvora, nijesu prelazile 10% što je zadovoljavajuće naročito u odnosu na rezultate navedenog rada [16]. U ovom radu su se te razlike kretale i do 80% što se vidi sa slike 1.17. Mjereni su takodje i naponi na krajevima zavarenog šava (br.2.sl.3.1). Naime, u tačkama 63 i 68 (sl.3.6) zalijepljene su rozete formirane od po 3 mjerne trake osnove 5 mm. Jedna je postavljena normalno na osu šava a druge dvije pod uglom od 25° sa različitih strana od nje (sl.3.23).

Pritisak u presi (sl.3.19) je ostvarivan pomoću zupčaste pumpe. Mjerenje deformacije je vršeno pomoću dva Vinstonova mosta. Jedan je imao jedan a drugi 5 kanala. Na taj način, u isto vrijeme su mjerene deformacije šest mjernih traka (dvije rozete).



Slika 3.23.



Za svako mjerenje su "nanošene" tri sile (2342 daN, 3513 daN i 4684 daN) a zatim rasterećena konstrukcija i ovo još jedanput ponovljeno.

Poslije kompletnog ciklusa mjerenja čvor rešetke je okrenut za 180° oko svoje geometrijske ose a zatim kompletna mjerenja još jedanput ponovljena.

Analizirajući dilatacije u posmatranim tačkama za tri navedene vrijednosti sila došlo se do zaključka da su ove dilatacije proporcionalne tim silama. Na osnovu toga u dalja razmatranja su uzete samo dilatacije od najveće vrijednosti sile tj. od

$$F = 4684 \text{ daN} \quad (3.3.1)$$

Na osnovu deformacija izmjerenih u tačkama 4, 10, 21, 35, 47, 60, 80, 90 i 97, presjeka CD (sl.3.6) izračunate su komponente ukupnog napona u ovim tačkama i prikazane na slici 3.24.

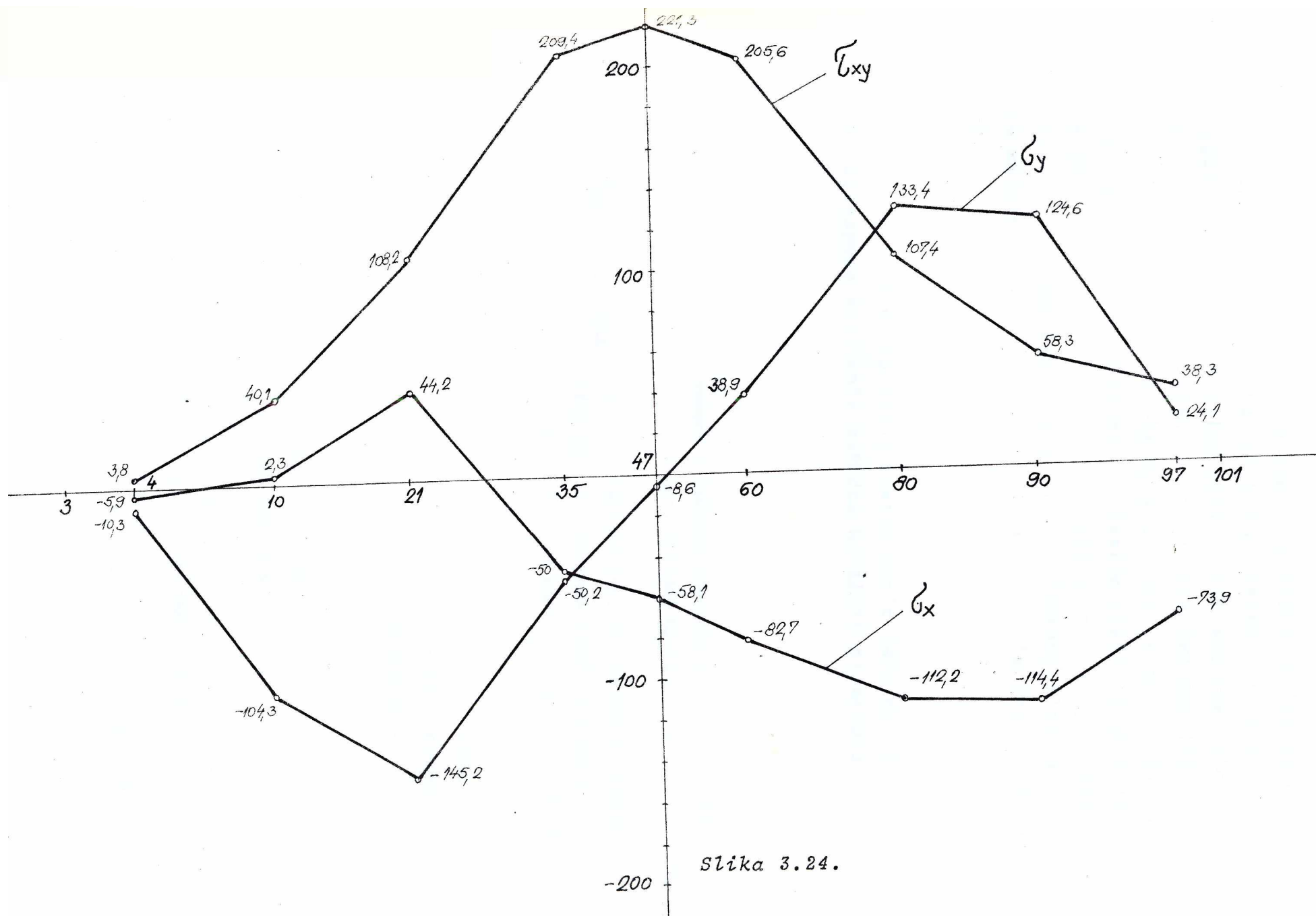
Sličnim postupkom od deformacija izmjerenih u tačkama 63 i 68 izračunati su glavni naponi u ovim tačkama (na površini zavarenog šava):

$$\begin{aligned} \sigma_{1(63)} &= 67,16 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{2(63)} &= - 373,03 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{1(68)} &= - 134,34 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{2(68)} &= - 469,8 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

Analiza ovih rezultata biće data u sljedećem paragrafu.

3.4. UPOREDNA ANALIZA I ZAKLJUČCI

Na slikama 3.25., 3.26 i 3.27 prikazani su dijagrami napona (σ_y , σ_x i τ_{xy}) u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima rešetke. Ovi naponi su dobijeni, kao što je to u prethodnim paragrafima ovog rada prikazano, metodom klina, metodom konačnih elemenata i eksperimentalnom metodom. Prije svega, treba reći da metode klina i konačnih elemenata, na način kako su ovdje primijenjene, uzimaju u obzir napone u čvornom limu koji se pojavljuju od sila u kosnicima a ne uzimaju uticaj de-



Slika 3.24.

formacije pojasa na ove napone. Kod metode klina se pretpostavlja da se čvorni lim "slobodno" nastavlja na mjestima njegovog vezivanja za pojas rešetke dok smo kod metode konačnih elemenata pretpostavili da je veza čvornog lima sa pojasom rešetke kruta tj. da su u tačkama te veze (zavareni šav) pomjeranja jednaka nuli. Stvarno stanje graničnih uslova je negdje između ova dva navedena, pa će i vrijednosti napona u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima, za ove dvije metode biti u skladu sa pretpostavljenim graničnim uslovima.

Ovo se može vidjeti na slikama 3.25 i 3.27. Naime, naponi dobijeni metodom klina imaju znatno manje maksimalne vrijednosti od napona dobijenih metodom konačnih elemenata.

Na slikama 3.25, 3.26 i 3.27, oznake za napone imaju sljedeće značenje:

$\sigma_{yKL}, \sigma_{xKL}, \tau_{xyKL}$ - naponi u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima dobijeni metodom klina;

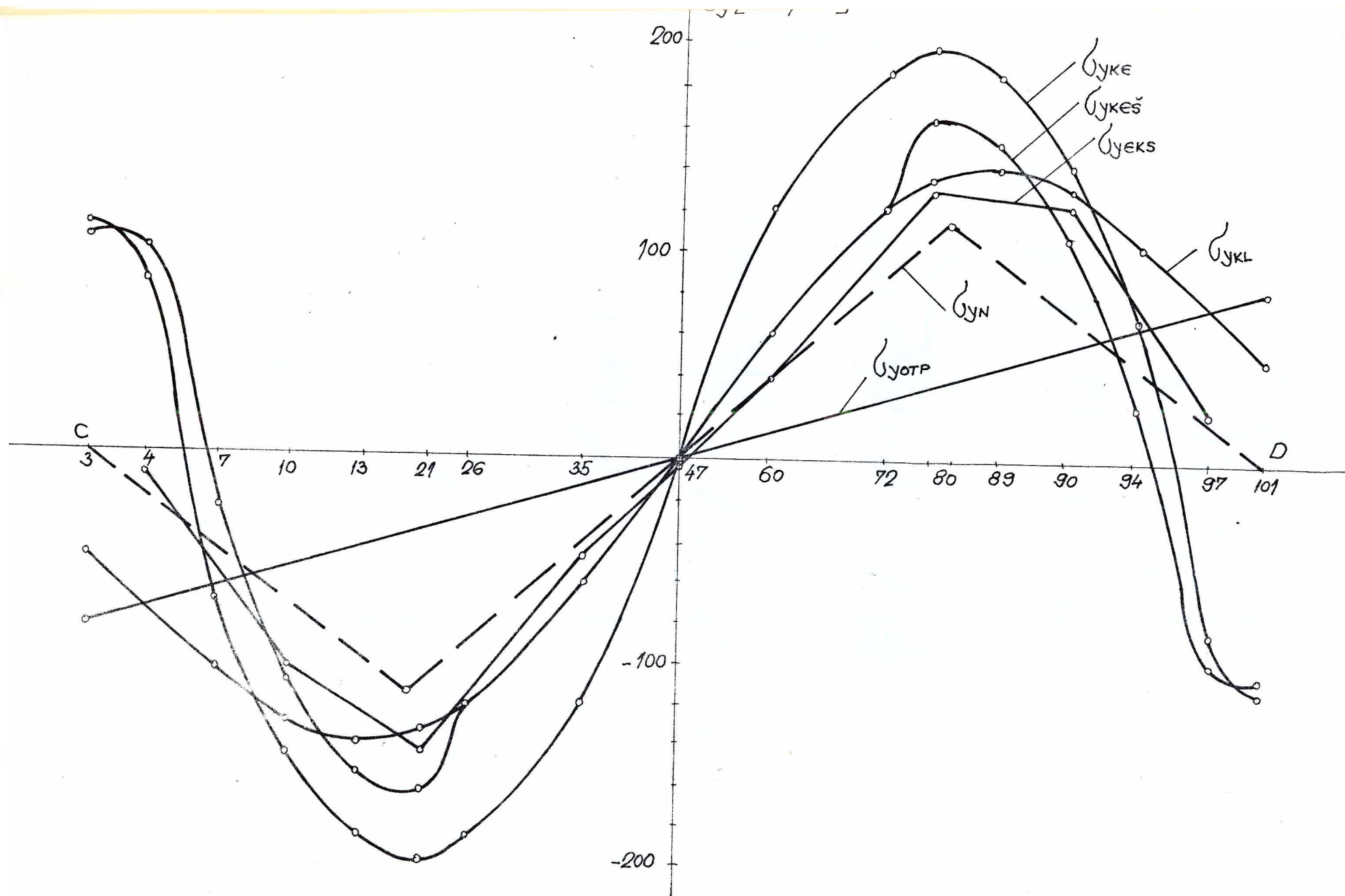
$\sigma_{yKE}, \sigma_{xKE}, \tau_{xyKE}$ - naponi u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima dobijeni metodom konačnih elemenata za slučaj djelovanja koncentrisanog opterećenja na čvorni lim;

$\sigma_{yKEŠ}, \sigma_{xKEŠ}, \tau_{xyKEŠ}$ - naponi u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima dobijeni metodom konačnih elemenata za slučaj djelovanja opterećenja preko šava na čvorni lim;

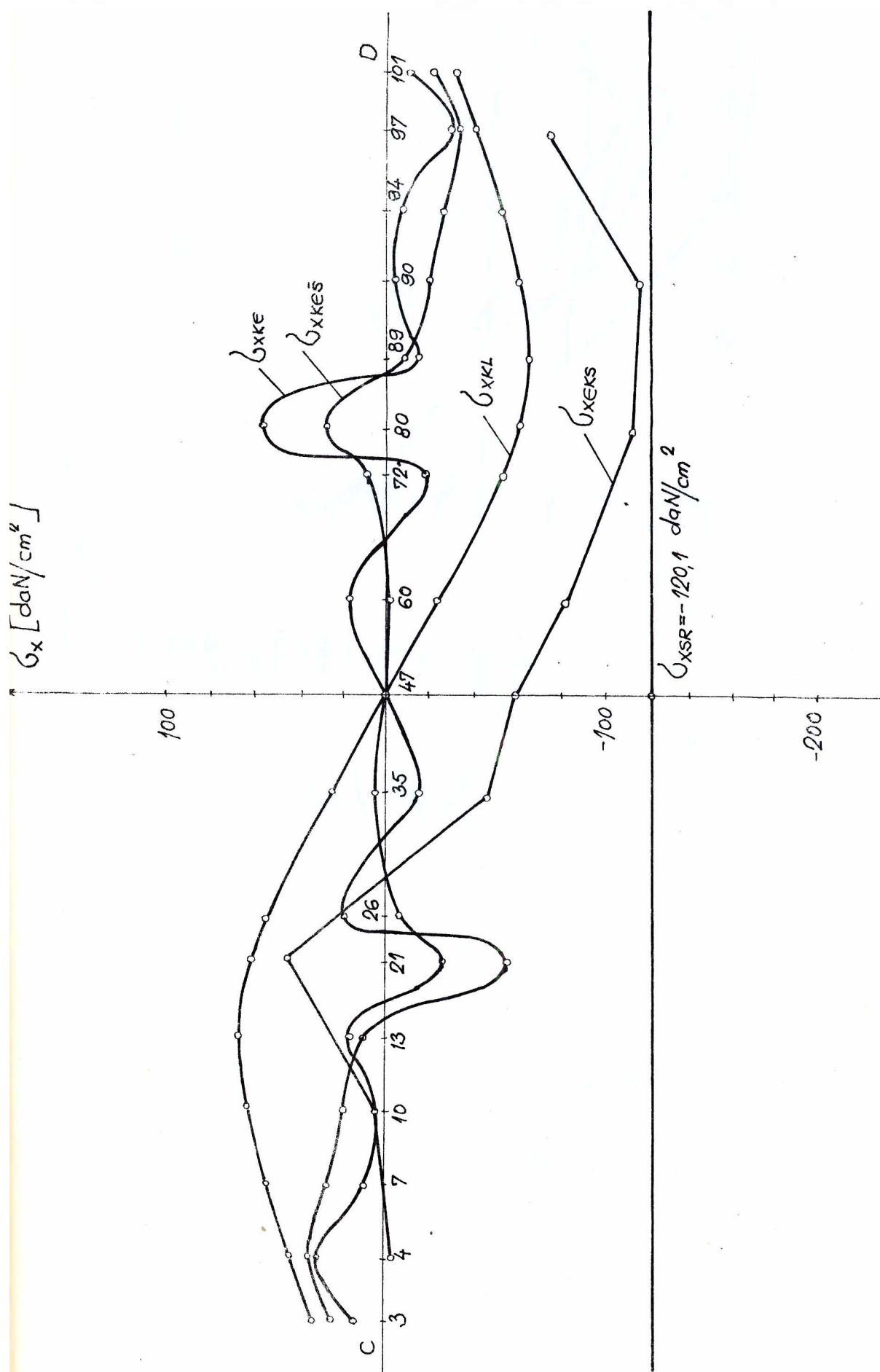
$\sigma_{yEks}, \sigma_{xEks}, \tau_{xyEks}$ - naponi u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima dobijeni eksperimentalnim putem;

$\sigma_{yOTP}, \tau_{xyOTP}$ - naponi u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima dobijeni metodom otpornosti materijala, tj. na osnovu izraza (1.3.1) i (1.3.2)

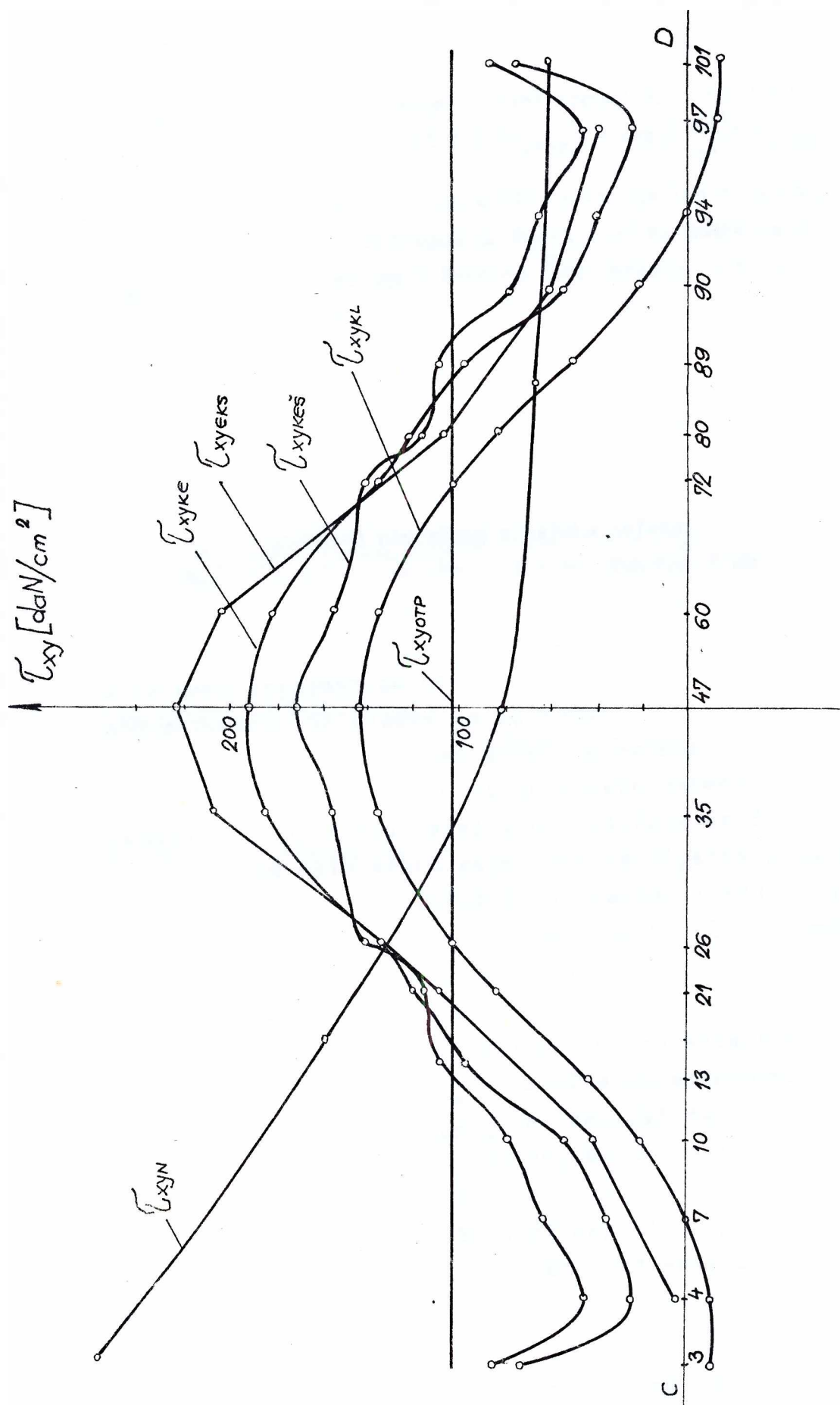
$$(\sigma_{yOTPmax} = 83,3 \frac{daN}{cm^2} ; \tau_{xyOTP} = 104,1 \frac{daN}{cm^2});$$



Slika 3.25.



Slika 3.26.



Slika 3.27.

σ_{yN}, τ_{xyN} - normalni i tangencijalni naponi dobijeni na osnovu izraza (1.3.3) i (1.3.8) ($\sigma_{yNmax} = 255,4 \frac{daN}{cm^2}$; $\tau_{xyNmax} = 114 \frac{daN}{cm^2}$);

σ_{xSR} - napon dobijen kao količnik iz razlike sila koje djeluju u pojasnim štapovima čvora i zbira površina poprečnog presjeka pojasa i čvornog lima (presjek duž ose y na sl.1.12) to jest,

$$\sigma_{xSR} = \frac{F_3 - F_4}{A_p + A_{\zeta L}} = 120,1 \frac{daN}{cm^2} \quad (3.4.1)$$

gdje je:

A_p - površina poprečnog presjeka pojasa;

$A_{\zeta L}$ - površina poprečnog presjeka čvornog lima.

Na slici 3.25 prikazani su dijagrami normalnih napona (σ_y) u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima dobijeni navedenim metodama. Očigledno da su naponi σ_{y0TP} dobijeni na osnovu izraza (1.3.1) u većem dijelu presjeka CD manji od stvarnih napona σ_{yEKS} . Izračunavanje ovih napona (σ_y) na osnovu izraza (1.3.3) i odgovarajućeg dijagrama br.3, slika 1.21. isto tako ne daje dobre rezultate na cijelom presjeku CD. Takodje se može zaključiti da na većem dijelu ovog presjeka naponi σ_{yKE} i $\sigma_{yKE\bar{S}}$ dobijeni metodom konačnih elemenata imaju veće vrijednosti od stvarnih (σ_{yEKS}).

Sa slike 3.26 se vidi da nijedna od navedenih aproksimativnih metoda ne daje napone σ_x približne po apsolutnoj vrijednosti sa stvarnim naponima σ_{xEKS} . Naime, ovi naponi (σ_{xEKS}) dobijeni eksperimentalnom metodom su, po apsolutnoj vrijednosti, najveći*. Treba napomenuti da u radu [17] naponi σ_x nijesu uzimani u razmatranje. Stvarni naponi σ_{xEKS} su, kako se to sa slike 3.25 može vidjeti, manji od apsolutne vrijednosti napona σ_{xSR} .

* Ovo se javlja usljed toga što deformacije pojasnog štapa najviše utiču na napone σ_x (od svih napona u tačkama presjeka CD).

Sa slike 3.27, može se vidjeti da je napon τ_{xy0TP} , na većem dijelu presjeka CD, manji od napona dobijenih analitičkim numeričkim i eksperimentalnim metodom. Najveći naponi τ_{xy} su dobijeni u sredini presjeka CD eksperimentalnom metodom.

Na osnovu izraza (1.38) predloženom u radu [17], za naše vrijednosti opterećenja i konstruktivnih parametara dobijamo:

$$\tau_{xyN} = 104,1 \{47,78 \cdot 10^{-4} |e^{0,0922x} + e^{0,0922(90-x)}| + 0,53846\} \quad (3.4.2)$$

gdje je:

x - rastojanje tačke presjeka CD, za koju se traži napon τ_{xyN} , od tačke C.

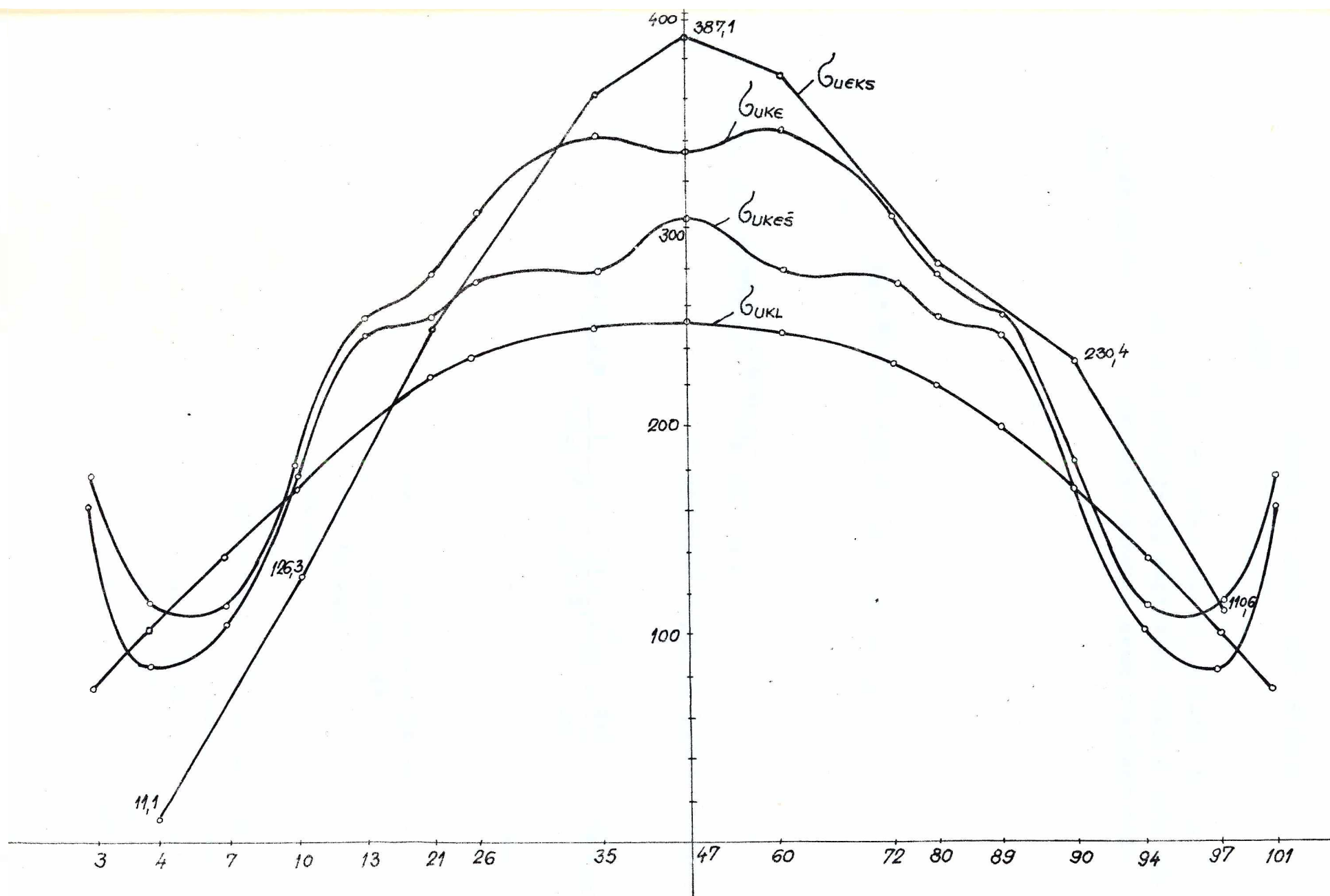
Ovaj izraz je predstavljen na slici 3.27. Očigledno da se ovaj izraz za tangencijalni napon ne može primijeniti za tačke presjeka CD. On je rezultat pogrešnih zaključaka izvučenih iz rezultata eksperimenta prikazanih u radu [17]. Ovo smo i ranije naglasili u paragrafu 1.3.

Na osnovu vrijednosti napona dobijenih metodom klina, metodom konačnih elemenata i eksperimentalnom metodom izračunate su vrijednosti uporednih napona na osnovu hipoteze HUBER-HENKI-MIZES tj. na osnovu izraza:

$$\sigma_u = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{0,5} \quad (3.4.3)$$

Dijagrami ovih napona su prikazani na slici 3.28. Oznake za napone na ovoj slici imaju značenje:

- σ_{uKL} - uporedni napon u tačkama presjeka CD dobijen metodom klina;
- σ_{uKE} - uporedni napon u tačkama presjeka CD dobijen metodom konačnih elemenata za slučaj djelovanja koncentrisanog opterećenja na čvorni lim;
- $\sigma_{uKEŠ}$ - uporedni napon u tačkama presjeka CD dobijen metodom konačnih elemenata za slučaj djelovanja opterećenja preko šava na čvorni lim;



Slika 3.28.

σ_{uEKS} - uporedni napon u tačkama presjeka CD dobijen eksperimentalnom metodom.

S obzirom da se na sredini presjeka CD (u tački 47, slika 3.28) dobija najveća vrijednost uporednog napona naći ćemo izraz za maksimalni uporedni napon u ovom presjeku stavljajući:

$$\tau_{xy} = \left(\frac{\tau_{xyEKS}}{\tau_{xyOTP}} \right) \tau_{xyOTP} = 2,13 \tau_{xOTP} = 2,13 \frac{2F \cos \alpha}{2R \cdot b}$$

$$\sigma_x = \sigma_{xSR} = \frac{2F \cos \alpha}{A_p + A_{\bar{c}L}} \quad (3.4.4)$$

$$\sigma_y = 0.$$

u izraz (3.4.3). Na taj način dobijamo:

$$\sigma_{y\max} = 2F \cos \alpha \left| \frac{1}{(A_p + A_{\bar{c}L})^2} + \frac{3,4}{R^2 b^2} \right|^{0,5} \quad (3.4.5)$$

Izračunavajući maksimalni uporedni napon na osnovu izraza (3.4.5) dobijamo:

$$\sigma_{u\max} = 2 \cdot 4684 \cdot \cos 60^\circ \left| \frac{1}{(21+18)^2} + \frac{3,4}{22,5^2 \cdot 1^2} \right|^{0,5} = 402,2 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \quad (3.4.6)$$

Ovaj rezultat je za 3,9% veći od rezultata dobijenog eksperimentalnim putem (sl.3.28).

Izraz (3.4.5) je, kao što se vidi, kratak i jednostavan i kao takav pogodan za praktičnu primjenu. On je dovoljno tačan. Naime, ovdje je provjeren za ugao $\alpha = 60^\circ$. Ako je ugao α veći od 60° (što se rijetko susrijeće kod rešetkastih konstrukcija) naponi τ_{xy} i σ_x se po apsolutnoj vrijednosti smanjuju a napon σ_y po apsolutnoj vrijednosti raste. Medjutim, zbog uticaja napona τ_{xy} na izraz (3.4.3) i zbog karaktera promjene ovog napona (sl.3.24) izraz (3.4.5) i u tom slučaju ostaje na snazi. Za uglove manje od 60° naponi τ_{xy} i σ_x rastu a napon σ_y opada (po apsolutnoj vrijednosti) pa će logično na osnovu izraza (3.4.3), slike 3.24 i 3.28 važiti izraz (3.4.5).

Dakle, izraz (3.4.5) može se koristiti za brzo i dovoljno tačno računanje maksimalnog uporednog napona u presjeku po osnovi čvornog lima (presjek CD sl.3.1).

Sada ćemo, kako je to rečeno u paragrafu 1.4, izračunati uporedne napone u tačkama 63 i 68 (sl.3.6) na osnovu izraza (3.3.2) i (1.4.1). Naime, izraz (1.4.1) se može napisati u funkciji glavnih napona σ_1 i σ_2 :

$$\sigma_u = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2)^{0,5} \quad (3.4.7)$$

Ako u ovaj izraz zamijenimo vrijednosti glavnih napona iz izraza (3.3.2) dobićemo:

$$\begin{aligned} \sigma_u(63) &= 410,8 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_u(68) &= 549,4 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

Ovo su uporedni naponi u tačkama 63 i 68 zavarenog šava (sl.3.6) dobijeni eksperimentalnom metodom a izračunati na osnovu hipoteze Huber-Henki-Mizes.

Na osnovu slike 1.12 i 1.23 i izraza (1.3.12) imamo da je:

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp} &= \sigma_{||} = \tau_{\perp} = 0 \\ \tau_{||} &= \frac{F}{4a'(l'-2a')} \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

gdje je:

a' - debljina šava (sl.3.2o) ($a' = 0,3 \text{ cm}$);
 l' - dužina šava (sl.3.2o) ($l' = 6 \text{ cm}$).

Ako izraz (3.3.5) zamijenimo u izraz (1.3.12) dobijamo:

$$\sigma_u = \frac{F}{0,75 \cdot 4 \cdot a' (l' - 2a')} = \frac{4684}{0,75 \cdot 4 \cdot 0,3 \cdot 5,4} = 963,8 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} \quad (3.4.10)$$

Ova vrijednost napona je za 75,4% veća od maksimalnog napona dobijenog eksperimentalnim putem. Iz ovoga se može izvući zaključak da primjenjujući izraz (1.3.12) za izračunavanje uporednog napona u podužnim zavarenim šavovima veze kornika sa čovrnim limom (za ovaj konkretan čvorni lim) dobijamo uvećane vrijednosti napona i na taj način se dobija veći stepen sigurnosti u odnosu na statičko opterećenje.

ZAKLJUČAK

Jedan od osnovnih rezultata, postignutih u ovom radu, je oformljenje pogodne metodologije za analizu uticaja konstruktivnih parametara pri projektovanju prostornih rešetkastih nosača mostnih kranova. Takvu analizu s obzirom na veliki broj parametara, veoma je teško sprovesti na računaru.

U tom smislu su dobijeni, za praktične potrebe dovoljno tačni, relativno jednostavni izrazi za krutosne karakteristike prostornih rešetkastih nosača mostnih kranova. Treba ovdje istaći činjenicu da se, kako je to u radu pokazano, iz izraza za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastog nosača mostnog kрана sa najsloženijom geometrijskom strukturom, mogu dobiti izrazi za fiktivne krutosne karakteristike rešetkastih nosača sa jednostavnijom geometrijskom strukturom.

Ovi rezultati su dobijeni metodom fiktivnog nosača a mogu veoma efikasno poslužiti da se izvrši optimalni izbor prostornih rešetkastih nosača. Takodje se ovim dobila mogućnost za pogodno predstavljanje dinamičkih pojava prostornih rešetkastih konstrukcija sa karakteristikama punog nosača.

Pokazano je, da ovakav način primjene metode fiktivnog nosača daje, na relativno jednostavan način, opštije izraze za fiktivne krutosne karakteristike u odnosu na drugačiji način, koji se susrijeće u savremenoj literaturi.

Dat je doprinos ispravnom shvatanju fiktivnog momenta inercije prostornog rešetkastog nosača mostnog kрана tj. ukazano je na neka neispravna tvrdjenja u udžbeničkoj literaturi.

Dobijeni su i izrazi za opterećenja tj. sile u štapovima rešetkastog nosača mostnog kрана u funkciji od opterećenja u njegovom poprečnom presjeku. Ovi izrazi su, takodje, za praktične potrebe, dovoljno tačni ali s obzirom na postojanje računara, u konkretnom slučaju, vrijednosti sile u štapovima rešetkastih nosača mostnih kрана mogu se računati uz pomoć računara. Medjutim, analiza uticaja konstruktivnih parametara na vrijednosti sile u štapovima može se veoma efikasno vršiti na osnovu dobijenih izraza.

Dalja istraživanja, u okviru ove problematike, mogu se obavljati u cilju nalaženja izraza za krutosne karakteristike i opterećenja u štapovima drugih tipova rešetkastih konstrukcija a pomoću metode fiktivnog nosača. Takodje se, izrazi dobijeni u ovom radu, mogu dalje prilagođavati praktičnim potrebama optimizacije, projektovanja i proračuna prostornih rešetkastih konstrukcija mostnih kрана a na osnovu rezultata dobijenih numeričkim i eksperimentalnim metodama.

Pored gore iznesenog, u radu je data analiza naponskog stanja u zavarenim spojevima čvornog lima rešetkaste konstrukcije mostnog kрана. Naime, izvršena je uporedna analiza rezultata koje daju analitička metoda tj. teorija klina, numerička metoda tj. metoda konačnih elemenata i eksperimentalna metoda tj. realni uslovi rada konstrukcije. Ovi rezultati se odnose na naponsko stanje u tačkama presjeka po osnovi čvornog lima. Jedan od najznačajnijih rezultata predstavlja dobijanje izraza, dovoljno jednostavnog i tačnog za izračunavanje maksimalnog uporednog napona u tačkama navedenog presjeka. Takodje je dat doprinos u smislu primjene izraza za izračunavanje uporednog napona u podužnim ugaonim zavarenim šavovima u spoju kosničkog čvornog lima koji je kod nas prihvaćen na predlog Međunarodnog instituta za zavarivanje (MIZ).

Dalja istraživanja iz ove problematike mogla bi se usmjeriti, prije svega, u pravcu iznalaženja dovoljno jednostavnih i tačnih izraza za uporedne napone u drugim "opasnim" presjecima čvornog lima kao i u njegovim zavarenim šavovima.

L I T E R A T U R A

1. A.K.NOOR, C.M.ANDERSEN,
"Analysis of beam-like lattice trusses"
"Comput. Meth.Appl.Mech.and Eng", 1979,20,No 1,53-70.
2. DR BATRIĆ VULIĆEVIĆ, dipl.Ing.MILORAD BURIĆ,
"Uticaj konstruktivnih parametara rešetki na izvijanje
njenih pritisnutih štapova" - izlaganje na Savjetovanje
"Gradjevinska mehanizacija u savremenoj praksi" - Niš,
1979.g.
3. DR BATRIĆ VULIĆEVIĆ, ZORAN ČULAFIĆ,
"Mehanička analiza tropojasnih rešetki" Zbornik radova
"Gradjevinska mehanizacija u savremenoj praksi", drugo
savjetovanje Otočac na Krku 21-23.09.1977.god.
4. MILORAD A.BURIĆ,
"Mogućnosti optimizacije rešetkastih nosača primjenjivanih kod
mostnih kranova" - magistarski rad, Mašinski fakultet u Beogra-
du 1979.godine.
5. PROF.ALEKSANDAR STOJANOVIĆ,
"Prostorni rešetkasti nosači"
"Zavarivanje" br. 4/81.
6. DR VLADIMIR GEORGIJEVSKI,
"Konstrukcija, montaža i ispitivanje jednog prostornog
rešetkastog sistema", "Zavarivanje", br. 4/81.
7. R.RICHARD AVENT, A.ISSA RAJA,
"Beam element stiffness matrix for x-braced truss",
"J.Struct.Div.Proc.Amer.Soc.Civ.Eng." 1982, 108, No 10,
2192 - 2210.
8. A.R.ATHERIAN, H.R.EVANS,
"The bar simulation method for the calculation of shear
lag in multi-cell and continvous box girders", "Proc.Inst.
Civ.Eng.", 1977. 63.
9. I.OLARIV, M.PETRINA,
"Determinarea momentului de inertie echivalent pentru
grinzile cu zabrele cu talpi papalele", "Bul.sti.Inst.poli-
temn. Cluj-Napoca" 1976., 19, 36-38.
10. PASKER JEFFRY A.
"Developments inthe desing of welded HSS truss joints with
RHS cmords" , "Can.J.Civ.Eng", 1983. 10, No 1, 92-103.

11. SZLAGOWSKI JAN,
"Kształtowanie węzłów konstrukcji stalowych metoda tensorowego nakładania dwóch pól napreżeń", "Rozprawy inżynierskie" 1981., 19, No 3, 401-417.
12. I. ANGELOVA,
"Priopornie uzei stalnoj fermi pokritija so steržnami iz dvuum ugolkov", "Stroiteljstvo" 1983., 30, no 11, 35-38, 46.
13. GRABAREK TADEUSZ,
"Spannungszustand und Verformbarkeit eines avsgewählten Fachwerkkn-otens", Bauplanung und Bautechnik", 1983. 37, No 5, 216-218.
14. I. N. MALITKINA,
"Metodi rasčjota uzlov steržnevih konstrukcij iz prjamougoljnih zamknutih profilej", "Str-vo v r-nah Vost.Sib. i Krajn.Sev", 1977. No 4, 3-9.
15. B. S. CETLIN,
"Praktičeskij spasob rasčjota uzlov fepm s pojasami iz dvutavr", "Stroiteljnija mehanika, Raščjotsooruženij", M.1983. No 1, 71-73.
16. D. I. NAVROCKIJ, N. G. BAZILEVSKIJ,
"Issledovanie naprjazonovo sostojanija uzlov svarnih ferm", M., Transželdorizdat, 1953.god.
17. D. I. NAVROCKIJ,
"Rasčjot svarnih soedinenij s učjotom koncentracii naprjaženij", "Mašinostroenie", Moskva, 1968. god.
18. P. B. STEGAČEV, N. A. KRILOV,
"Nekotorie vaprosi rasčjota uzlov svarnih ferm", "Metallič.konstrukcii i ispit.sooruž." L.1980, 56-62.
19. V. V. BIRJULEV, V. A. GALATENKO,
"O dejstvitelnoj rabote T-obraznih uzlov ferm s korobčatim sečeniem steržnej iz prokatnih ugolkov", "Metallič.konstrukcii i ispit.sooruž." L.1980. 50 - 56.
20. Diplomski radovi - Stojanović, Stojković, Vukićević, Vujotić, Potpara - Mašinski fakultet Titograd.
21. V. S. ŠNJUKOV,
"Issledovanie raboti uzlov na rasonkah v svarnih kranovih fermah" Autoreferat disertaciji kandidata tehničkih nauk, Harkov, 1981.g.
22. V. S. ŠNJUKOV,
K rasčjotu uslovih rasondok kranovih ferm na ECVm metodom ko-načnih elementov", V.sb., "Težisi dokladov III Regionalnoj naučno-tehničkoj konferencii, - Artem, 1979.

23. V.I.ONIŠENKO, V.S.ŠNJUKOV,
"O naprjaženom sostojanii uzlovih rasonok v svarnih kranovih
fermah".
Izv. Vozov, "Mašinostroenie", 1976., No 1.
24. K.V.SAMSONOV,
"Optičeskij metod izvučeniya naprjaženij v primeneni
k issledovaniju raboti stroiteljnih konstrukcij",
Transželdorizdat, Moskva, 1934.god.
25. "SPRAVOČNIK PO KRANAM", Pod red.A.I.Dukeljskovo T 1.i.2.
Izd.2-E L.Mašgiz, 1961.god.
26. M.M.GOHBERG,
"Metaličeskie konstrukcii podjomno - transportnih mašin",
Mašinostroenie, Leningrad, 1969. god.
27. A.V.VERŠINSKIJ, M.M.GOHBERG, V.P.SEMENOV,
"Stroiteljnaja mehanika i metaličeskie konstrukcii",
"Mašinostroenie" L, 1984.god.
28. A.B.PARNICKIJ, A.P.ŠABAŠOV,
"Mostovie krani obščego naznačeniya", izd. 3-E, Moskva -
Sverdlovsk, Mašgiz, 1961.god.
29. M.ŠEFFLER, G.PAJER, F.KURT,
"Osnovi rasčjota i konstruirovaniya podjomnotransportnih
mašin", Perevod s nemeckovo, Moskva, Mašinostroenie, 1980.g.
30. DR INŽ.SAVA DEDIJER,
"Osnovi transportnih uredjaja", Gradjevinska knjiga, Beograd,
1974. god.
31. H.A.VINOKURSKIJ,
"Rasčjot prostranstvennih kranovih mostov" Mašgiz, Sverdlovsk,
Moskva, 1948.god.
32. G.A.NIKOLAEV, S.A.KORKIN, V.A.VINOKUROV,
"Svarnie konstrukcii - pročnost svarnih soedinenij i deformacij
konstrukcij", Moskva, "Viššaja škola" 1982. godine.
33. E.I.BELENJA I DR,
"Metaličeskie konstrukcii", Moskva, 1973. god.
34. N.S.STRELECKIJ,
"Kurs metaličeskih konstrukcij" č.1, M.-L,
Strojizdat, 1940.godine.

35. MILOSAVLJEVIĆ, RADOJKOVIĆ, KUZMANOVIĆ,
"Osnovi čeličnih konstrukcija", Gradjevinska knjiga,
Beograd, 1978.god.,
36. DR VLADIMIR GEORGIJEVSKI,
"Lake metalne konstrukcije, prostorni rešetkasti sistemi",
Gradjevinska knjiga, Beograd - u štampi.
37. PROF.DR MILISAV MOMIRSKI,
"Teorija skeletnih konstrukcija", Fakultet tehničkih nauka,
Novi Sad, 1978.god.
38. S.P.TIMOŠENKO, D.H.JANK,
"Teorija konstrukcija", Gradjevinska knjiga, Beograd,
1968.god.
39. S.P.TIMOŠENKO,
"Otpornost materijala" - prevod sa engleskog,"Gradjevinska
knjiga" - Beograd, 1965.god.
40. S.TIMOŠENKO, J.N.GUDIER,
"Teorija elastičnosti", Gradjevinska knjiga - Beograd,
1962.god.
41. S.P.TIMOŠENKO,
"Kolebanja i vinžernom dele", Moskva, 1959. god.
42. A.P.FILIPPOV,
"Kolebanja deformiranih sistema", "Mašinostroenie", Moskva,
1970. god.
43. V.NOVAČKI,
"Dinamika elastičnih sistema", Gradjevinska knjiga, Beograd,
1966.god.
44. L.SEGERLIND,
"Primenenie metoda konečnih elementov", prevod s anglijskovo,
izdateljstvo, "Mir", Moskva, 1979. godine.
45. D.DIMITRIJEVIĆ,
"Tačna metoda deformacije", Gradjevinski fakultet, Beograd,
1981. god.
46. IBM APLIKACIONI PROGRAM,
Sistem za rešavanje gradjevinskih inženjerijskih problema
(STRESS) za IBM 1130, model 2b.

47. VLADIMIR AJVAZ,
"Mjerenje deformacija i naprezanja u strojnim i gradnje-
vnim konstrukcijama", Tehnička knjiga, Zagreb, 1969.god.
48. S.P.TIHOSHENKO and J.M.GERE,
Theory of elastic stability (Mc Graw-Hill, 1961).



PODACI POTREBNI ZA DIGITALIZACIJU DOKTORSKE DISERTACIJE

Ime i prezime autora Milorad Burić

Godina rođenja 1953.

E-mail mburic@ac.me

Organizaciona jedinica Univerziteta Crne Gore

Mašinski fakultet

Naslov doktorske disertacije

ELASTODINAMIKA ZAVARENIH REŠETKASTIH KONSTRUKCIJA MOSTNIH
KRANOVA

Prevod naslova na engleski jezik

Elastodynamics welded grid construction gantry cranes

Datum odbrane 14.03.1986.godine

Signatura u Univerzitetskoj biblioteci¹

Naslov, sažeci, ključne riječi (priložiti dokument sa podacima potrebnim za unos doktorske disertacije u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore)

Izjava o korišćenju (priložiti potpisanu izjavu)

Napomena

Ključne riječi: mostni kranovi, zavarene konstrukcije, vezni lim, naponi.

¹ Podatak o signaturi (lokaciji) može ispuniti biblioteka organizacione jedinice/Univerzitetska biblioteka

**PODACI POTREBNI ZA UNOS DOKTORSKE DISERTACIJE U DIGITALNI ARHIV
UNIVERZITETA CRNE GORE**

Prevod naslova disertacije na engleski jezik

Elastodynamics welded grid construction gantry cranes

Mentor i članovi komisija (za ocjenu i odbranu)

Prof.dr Aleksandar Stojanović, prof.dr Batrić Vulićević, prof.dr Vladimir Georgijevski, prof.dr Radić Mijajlović, docent dr Zoran Čulafić.

Sažetak *

Metodom fiktivnih nosača su nađene krutosne karakteristike rešetkastih nosača mostnih kranova. Ugibi su izračunati pomoću njih i pomoću numeričke metode.

Sažetak na engleskom (njemačkom ili francuskom) jeziku

Method fictitious carriers are found velocities, of the bridge trusses cranes. Deformations are calculated by means of them and by means of numerical methods.

Ključne riječi mostni kranovi, zavarene konstrukcije, vezni lim, naponi.

Ključne riječi na engleskom jeziku overhead cranes, welded construction, front panel, stresses

Naučna oblast/uža naučna oblast

Proračun konstrukcija

Naučna oblast/uža naučna oblast na engleskom jeziku

Strakceral calculation

Ostali podaci

* Ukoliko je predviđeni prostor za polja Sažetak, Sažetak na engleskom jeziku, Ključne riječi i Ključne riječi na engleskom jeziku nedovoljan, priložiti ih u posebnom prilogu.

IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku da u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore unese doktorsku disertaciju pod naslovom

Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada

koja je moj autorski rad.

Doktorska disertacija, pohranjena u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore, može se koristiti pod uslovima definisanim licencom Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio/la¹.

Autorstvo

Autorstvo – bez prerada

Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima

Autorstvo – nekomercijalno

☒ Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada

Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima

Potpis doktoranda



U Podgorici

03/10/2018

¹ Odabrati (čekirati) jednu od šest ponuđenih licenci (kratak opis licenci dat je na poledini ovog priloga)

Autorstvo

Licenca sa najširim obimom prava korišćenja. Dozvoljavaju se prerade, umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio).

Djelo se može koristiti i u komercijalne svrhe.

Autorstvo – bez prerada

Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Djelo se ne može mijenjati, preoblikovati ili koristiti u drugom djelu.

Licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela.

Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima

Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Ukoliko se djelo mijenja, preoblikuje ili koristi u drugom djelu, prerade se moraju distribuirati pod istom ili sličnom licencom.

Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.

Autorstvo – nekomercijalno

Dozvoljavaju se prerade, umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio).

Komercijalna upotreba djela nije dozvoljena.

Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada

Licenca kojom se u najvećoj mjeri ograničavaju prava korišćenja djela. Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Djelo se ne može mijenjati, preoblikovati ili koristiti u drugom djelu.

Komercijalna upotreba djela nije dozvoljena.

Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima

Dozvoljava se umnožavanje, distribucija, javno saopštavanje i prerada djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Ukoliko se djelo mijenja, preoblikuje ili koristi u drugom djelu, prerada se mora distribuirati pod istom ili sličnom licencom.

Djelo i prerade se ne mogu koristiti u komercijalne svrhe.