

**UNIVERZITET CRNE GORE  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET**

**NOVI METOD ANALIZE PERFORMANSI**

**MOBILNIH ROBOTA**

**- doktorska disertacija -**

*mr Milovan V. Radulović*

Podgorica, 2003.

15-330317



№ 721

21055  
Инв. бр. \_\_\_\_\_



*Neizmjernu zahvalnost dugujem mentoru prof. dr Dejanu Popovću na nesebičnoj pomoći koju mi je pružio pri izradi ove teze. U toku izrade rada savjeti i sugestije prof. dr Popovića bile su mi od neprocjenjivog značaja.*

*Iskrenu zahvalnost dugujem prof. dr Novaku Jaukoviću na korisnim savjetima i prijateljskoj pomoći tokom izrade ovog rada. Moja prva saznanja u ovoj atraktivnoj naučno-istraživačkoj oblasti vezana su za ime ovog čovjeka.*

*Doktorska disertacija je nastala u okviru istraživanja Laboratorije za robotiku i vještačku inteligenciju Elektrotehničkog fakulteta u Podgorici .*

*Zahvaljujem se prijateljima i kolegama na razumijevanju i podsticanju za vrijeme mog angažovanja na izradi ovog rada.*

*Posebnu zahvalnost dugujem roditeljima i porodici na njihovom strpljenju i razumijevanju.*

*Milovan Radulović*

## *Summary*

*The objective of this research was the design of an interactive tool for the analysis of tracking abilities of mobile robots, that is, the analysis of the adequacy of characteristics for the given task. This objective followed the trend of modern robotic research for detailed theoretical analyses, but more the fact that most of the published information considers that the robot characteristics are adequate for the task.*

*The basis for the interactive tool for off-line analysis of the performances of mobile robots is the complete dynamical model. The interactive tool was developed within standard MatLab and Simulink environment. The basis for simulation was the following: Optimal control that applies the dynamic programming. The interactive tool allowed the selection of the cost function; thereby, permitted the testing of various system behaviors.*

*The applicability and flexibility of the interactive tool was documented using the powered two-wheel mobile robot. The dynamic model comprised the platform with the load that could accept various positions; thereby, greatly affect the inertial properties of the robot. We demonstrated that the interactive tool allows the selection of the most appropriate components, by analyzing the tracking performance for various trajectories and various tasks. The selection of trajectories was based on the most common cases form the literature and that allows us the comparison with the results from the literature.*

*We also presented results for the different class of nonholonomic system, that is, bipedal walking machines with the actuators that have muscle like properties. The detailed model that includes powered legs and the trunk was customized to resemble to humans with impact on walking. The task was to determine the actuation patterns (timing and intensity). The model comprises three compartment multiplicative models of muscles and non-linear activation curves. The aim of this analysis was to evaluate the feasibility of walking of humans with paralyzed legs who are using neural prosthesis, that is, functional electrical*

*stimulation. In addition, the results from the simulation were used to design the system that was tested with the laboratory version of the multi-channel electronic stimulators for walking of several humans after spinal cord injury. The simulation results matched satisfactory the performance of the real walking.*

*The differences between the two representative cases were the actuators and the complexities of the dynamic models. In the case of wheeled mobile robots the analysis allowed the selection of system characteristics; yet, in the case of bipedal walking the analysis provided information about the feasible trajectories since the system characteristics cannot be changed. In both cases the same interactive tool was used, and the changes were all performed through the user-friendly window dialogue within the Simulink program. In both cases all necessary constraints were introduced through the same type of windows dialogues.*

*The examples presented were selected in order to show the variety of problems that could be analyzed. The developed interactive tool allows the change of the analysis task and object by only designing a single Simulink block that in a defined form carries the dynamic model of the object; all other simulation actions can be made automatic and use dialogue windows. The tool is suitable for analysis of holonomic and nonholonomic nonlinear systems with time varying characteristics.*

# SADRŽAJ

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Predmet istraživanja . . . . .	2
1.2	Pregled sadržaja disertacije . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Mobilni roboti</b>	<b>7</b>
2.1	Uvod . . . . .	7
2.2	Mehanizmi za kretanje . . . . .	8
2.2.1	Mobilni roboti sa točkovima . . . . .	8
2.2.2	Mobilni roboti sa antropomorfnim lokomocionim mehanizmom . . . . .	9
2.3	Orijentacija u prostoru . . . . .	12
2.4	Planiranje putanje . . . . .	13
2.5	Osnovni principi i metode upravljanja mobilnim robotima . . . . .	17
2.5.1	Navigacione tehnike mobilnih robota . . . . .	18
2.5.2	Metode upravljanja mobilnim robotima kao neholonomnim sistemima . . . . .	19
2.6	Diskusija . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Modeliranje mobilnog robota</b>	<b>24</b>
3.1	Uvod . . . . .	24
3.2	Model mobilnog robota sa točkovima . . . . .	24
3.2.1	Kinematički model . . . . .	26
3.2.2	Dinamički model . . . . .	30
3.3	Model antropomorfnog mehanizma . . . . .	34
3.4	Diskusija . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Optimalno upravljanje i dinamičko programiranje</b>	<b>42</b>
4.1	Uvod . . . . .	42
4.2	Kriterijum optimalnosti . . . . .	43
4.3	Diskretizacija dinamičkog modela i optimizacionog kriterijuma . . . . .	44
4.4	Diskusija . . . . .	47

5	Interaktivni alat za simulacija kretanja mobilnog robota	48
5.1	Uvod . . . . .	48
5.2	Simulaciono okruženje . . . . .	49
5.3	Simulacioni rezultati kretanja mobilnog robota sa točkovima . . . . .	52
5.4	Diskusija . . . . .	64
6	Primjena alata u analizi bipedalne lokomocije	65
6.1	Uvod . . . . .	65
6.2	Modeli antropomorfnog mehanizma . . . . .	66
6.2.1	Planarni model . . . . .	66
6.2.2	Trodimenzijski model . . . . .	68
6.3	Rezultati simulacije za planarni model . . . . .	71
6.4	Rezultati simulacije za trodimenzijski model . . . . .	79
6.5	Diskusija . . . . .	83
7	Literatura	86



# Glava 1

## Uvod

Mobilni roboti su složeni pokretni sistemi koji mijenjajući poziciju u prostoru autonomno obavljaju određene zadatke. Izučavanja robotskih sistema ovog tipa su aktuelan i atraktivan problem za inženjere zbog svoje složenosti ali istovremeno i primjenljivosti. Kao pokretne platforme, mobilni robotski sistemi realizuju se za različite namjene. Oni se koriste u proizvodnim halama za opsluživanje alatnih mašina, u skladištima za transport i skladištenje komponenti, u građevinarstvu se koriste kao mašine koje autonomno nivelišu teren, u poljoprivredi se koriste za poljske i plantažne radove kao autonomne traktorske mašine i kombajni. Koriste se takođe za polaganje kablova po morskom dnu, farbanje brodova, nadzor i prikupljanje informacija u, za čovjeka, agresivnim sredinama, kao što se nuklearne centrale ili postrojenja hemijske industrije. Mobilni roboti se koriste za specijalne namjene u vojsci i policiji. Realizuju se kao izviđačka vozila bez posade, bespilotne letjelice, krstareće rakete, podmornice bez posade i dr. U zavisnosti od namjene, mobilni roboti su različite konstrukcije, dimenzija, težine i realizuju se sa različitim principima kretanja.

Mobilni roboti predstavljaju ključni element za integraciju funkcija transporta i manipulacije. Oni se kao automatski vođena vozila u proizvodnim procesima upotrebljavaju kao vučna vozila, paletna vozila, vozila za jedinični teret, vozila tipa viljuškara, vozila za lake jedinične terete i modularni transport i kao specijalna vozila. Ova vozila su različite konstrukcije i sa različitim lokomocionim sistemima.

Automatski vođenim vozilima putanja se zadaje kao fizički označena putanja ili virtuelno zadata putanja. Zavisno od namjene i postavljenog zadatka virtuelna putanja može biti zadata sistemu unaprijed ili se kreiranje putanje vrši koristeći informacije senzorskog sistema i zakona kretanja.

Od početka osamdesetih godina prošlog vijeka robotika i teorija upravljanja se dopunjuju. Sa jedne strane, modeli robota (uključujući nelinearne) koriste se kao veoma dobri primjeri za provjeru generalnih pristupa, analizu i projektovanje novih teorija upravljanja; dok se sa druge strane performanse robota poboljšavaju zahvaljujući novim algoritmima upravljanja. Mnogi problemi iz oblasti robotike, kao mobilni roboti na primjer, utiču na nove pravce istraživanja

u oblasti teorije upravljanja, dajući dobar motiv za razvoj novih upravljačkih algoritama. Roboti u teoriji upravljanju predstavljaju više od jednostavnog primjera. Oni predstavljaju prirodan izvor inspiracije i moćan pedagoški alat za istraživanje i edukaciju u oblasti teorije upravljanja.

## 1.1 Predmet istraživanja

Mobilni roboti sa točkovima<sup>1</sup> pripadaju klasi mehaničkih sistema koje karakterišu kinematičke veze neholonomnog tipa. Takve veze uzrokuju da generalizovane koordinate koje odgovaraju takozvanim zavisnim generalisanim brzinama, ne mogu biti eliminisane iz upravljačkih jednačina uslovljenih tim vezama. Neholonomni mehanički modeli su mnogo kompleksniji sa stanovišta proračuna što čini izazovnijim upravljanje u realnom vremenu zasnovano na ovim modelima, a i za njih ne važi većina uobičajeno korišćenih metoda klasične mehanike. Osim toga neholonomne veze uzrokuju složenost u planiranju trajektorije i projektovanju upravljačkog algoritma. Kao posledica navedenog, standardni načini planiranja putanje i upravljačkih algoritama razvijeni za manipulacione robote nijesu direktno primjenljivi i prihvatljivi za mobilne robote sa točkovima. Pregled dostignuća u projektovanju algoritama upravljanja neholonomnim robotskim sistemima dat je u [1], [2].

Drugi tip mobilnih robotskih sistema, koji pripada istoj klasi mehaničkih sistema, predstavljaju hodajuće mašine. Platforme sa antropomorfim lokomocionim mehanizmom predstavljaju, u skladu sa postavljenim zadatkom, jedino rješenje postavljenog zadatka. Nestabilnost i mala brzina ovakvih sistema predstavljaju osnovna ograničenja u industrijskoj primjeni. Od posebnog interesa su mobilni roboti zasnovani na dvonožnom hodu, tzv. bipedi. Analiza sistema ovog tipa predstavlja vječitu težnju čovjeka da napravi mašinu koja će ga što vjernije oponašati. Rezultati modelovanja i projektovanja upravljačkih algoritama dvonožnog hoda dali su značajan doprinos u oblasti medicinskog rehabilitacionog inženjstva.

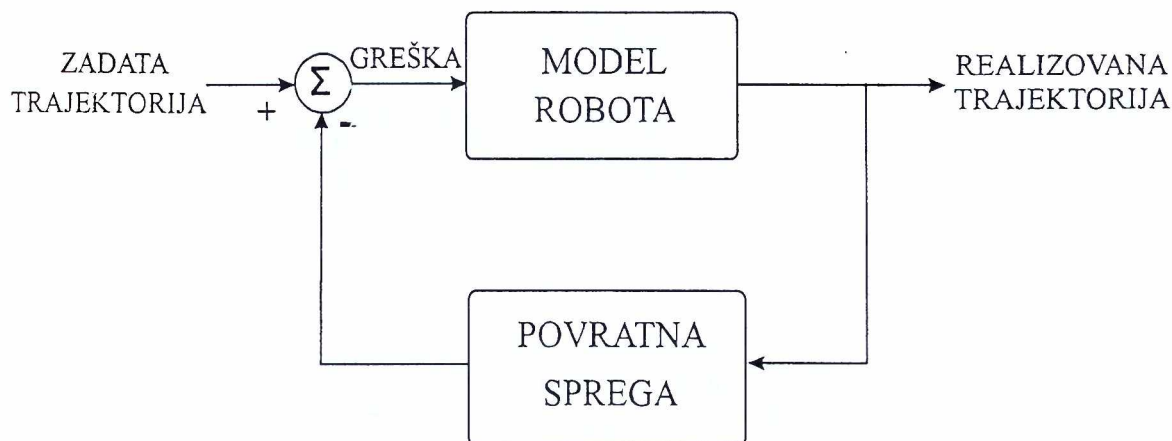
Savremeni robotski sistemi moraju da omoguće preciznost i brzinu rada. Da bi se ovaj zadatak uspješno realizovao neophodno je koncept upravljanja zasnovati na dinamičkom modelu robota i uključiti u razmatranje elemente karakterističnih za njegovu primjenu (Slika 1.1).

Iako su istraživanja u oblasti mobilnih robota prisutna u nekoliko prethodnih dekada naglo povećanje interesa za mobilne robote u poslednjoj dekadi prouzrokovano je napretkom pratećih tehnologija. Senzori su danas mnogo tačniji, jednostavniji za primjenu i daju više informacija o trenutnom stanju mobilnog robota i njegovog okruženja. Računari obavljaju operacije mnogo brže i raspolazu sa više memorijskog prostora, čime se ostvaruje relizacija velikih i kompleksnih programa. Razvijeni su vrlo savršeni metodi povezivanja senzora, aktuatora i računara. S obzirom na razvoj hardvera razvijen je i prateći softver koji daje sasvim nove mogućnosti računarima kako u primjeni klasičnih numeričkih metoda, tako i u primjeni vješ-

---

<sup>1</sup>Wheeled Mobile Robots





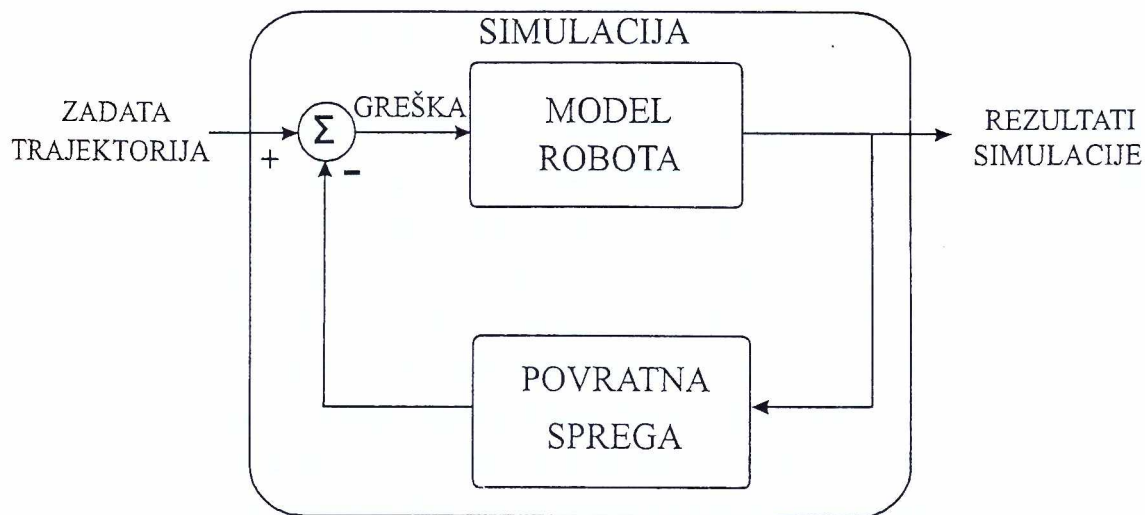
Slika 1.1: Opšta šema upravljanja mobilnim robotskim sistemom

tačkih neuralnih mreža, mašinskom učenju, itd. Veći broj istraživanja realizovanih u nekoliko poslednjih dekada zasnivao se na kinematičkoj analizi mobilnih robota [3, 4, 5, 6, 7]. Pokazalo se da je kinematički model mobilnog robota adekvatan jedino ako se robot pomjera malim brzinama i ograničenim ubrzanjima, tako da se dinamički efekti mogu zanemariti. Novija istraživanja uključuju dinamički model mobilnog robota slijedeći dva pristupa. Prvi pristup [8], [9], [12]-[25], [85], [90] se zasniva na definisanju jednostavnijeg dinamičkog modela robota, zanemarujući neke dinamičke efekte, tako da model ne izaziva poteškoće pri implementaciji u upravljački sistem. Pretpostavlja se savršeno kotrljanje po podlozi i zanemaruju se proklizavanja točkova kao i fenomen bočnog klizanja. Drugi pristup [10], [11] analizira robot kao sistema sastavljen od više krutih tijela koja dinamički utiču jedno na drugo. Ovakav pristup omogućava analizu tačnog modela sa velikim brojem varijabli. Upravljačka implementacija ovog modela u realnom vremenu veoma je težak, a vjerovatno i nepotreban zadatak. Ovakav pristup modelovanja vozila je uglavnom našao primjenu u istraživanjima vezanim za automobilsku industriju. Praktična aplikacija modela ovog tipa u mobilnoj robotici ne očekuje se u kratkom periodu.

Predmet istraživanja ove disertacije je razvoj interaktivnog alata za analizu mobilnih robota (Slika 1.2). Zadatak ove teze je da da doprinos simulaciji i provjeri performansi različitih tipova mobilnih robota čemu u literaturi nije dovoljno posvećena pažnja. Uobičajen je pristup da se u cilju rješavanja definisanog zadatka i poznatih karakteristika mobilnog robota realizuju programi za simulaciju ponašanja. Cilj teze je da da generalni pristupu projektovanja alata za simulaciju različitih klasa mobilnih robota. Razlog za ovakvu odluku je primjenjivost mobilnih robotskih sistema u širokom spektru raznorodnih aplikacija.

Kao primjeri primjene interaktivnog alata u radu su analizirane performanse mobilnog robota sa dva pogonska i jednim oslonim točkom [87, 88, 89, 91, 92] i lokomocije dvonožnog hoda čovjeka. Prvi tip robota je izabran zbog njegove primjene u fleksibilnim tehnološkim linijama. Pokazuje se da su vozila sa tri točka od kojih su dva pogonska posjeduju dobre





Slika 1.2: Opšta šema interaktivnog simulacionog alata za analizu performansi mobilnih robota

manevarske karakteristike. Ova osobina je bitna za izvršenje zadataka robota u proizvodnim halama i skladištima. Naime, mobilni roboti treba da prilaze i odlaze od mašina za obradu i skladišnih rafova. U ovim primjenama je važno da se manevar realizuje što brže i jednostavnije.

U tezi se posmatraju robotski sistemi sa virtuelno definisanom putanjom. Simulacija ponavljanja ovog tipa mobilnog robota zasnovana je na primjeni optimalnog upravljanja na bazi dinamičkog programiranja. Virtuelno zadate putanje daju daleko veću fleksibilnost u kretanju robota od fizički obilježenih putanja. Upravljanje zasnovano na fizički označenim putanjama je jednostavnije, jer se problem ograničava na praćenje putanje principom samonavođenja na trasu.

Opšta karakteristika većeg dijela istraživanja u oblasti mobilnih robota je pretpostavka da karakteristike pojedinih komponenti robota odgovaraju zadatku, da je sistem opservabilan i kontrolabilan. Za razliku od tih istraživanja, usvojen je zadatak ispitivanja karakteristika mobilnog robota pri zadatim uslovima. S obzirom na karakteristike sistema: nelinearnost, nestacionarnost, neholonomnost opredijelili smo se na osnovu proučavanja literature na primjenu diskretnog matematičkog modela i dinamičkog programiranja [98]. Koristeći prethodne rezultate u analizi mobilnih hodajućih robota i primjenama metoda u medicinske namjene [93], [94], [95] realizovan je model, a zatim i optimalni kontroler. Algoritam optimalnog upravljanja je baziran na minimizaciji cost-funkcije koja je odabrana kao suma normalizovane srednje kvadratne greške praćenja zadate putanje u odnosu na maksimalnu grešku i normalizovanih snaga aktuatora oba točka u odnosu na maksimalne snage. U radu je prikazan, na modelu zasnovan, algoritma upravljanja u cilju praćenja trajektorije zadate mobilnom robotu.

U okviru oba zadataka fokusirana je primjena Simulink simulacionog softvera u projektovanju i evaluaciji mobilnih robota. Dinamički model je testiran na mobilnom robotu simulacijom u MatLab-Simulink okruženju. U disertaciji je prikazano kako simulacioni metod može biti korišćen za projektovanje kretanja na osnovu poznatih opsega brzina, trajektorija,

opterećenja koja se prevoze mobilnim robotom i željene brzine. Analizirani su pogonski momenti na točkovima neophodni da bi mobilni robot sa različitim opterećenjima duž iste putanje obavio zadatak za dato vrijeme. Takođe su analizirani različiti tipovi pogonskih motora sa posebnim naglaskom na jednosmjernu električne motore. Na taj način moguće je izabrati motor koji optimalno odgovara postavljenom zadatku. Analiza obezbjeđuje selekciju najprikladnijih komponenti za projektovanje mobilnog robota. Simulacioni paket omogućava unošenje parametara robota i primijenjenih DC motora putem dijaloga prozora.

Drugi primjer koji je razmatran u tezi je sinteza i provjera performansi spolja kontrolisanog hodanja čovjeka. Mehanički posmatrano kretanje "mobilnog robota" je dvonožno i na određeni način komplementarno kretanju mobilnog robota sa točkovima. Osnovna razlika u ovom sistemu je što je kretanje posledica dejstva aktuatora koji imaju osobine mišića čovjeka. Sistem je neholonoman, nelinearan, nestacionaran i redundantan. Primjenjujući alat koji je razvijen u tezi može se projektovati i provjeriti mogućnost praćenja željenih trajektorija uzimajući u obzir fiziološka ograničenja. Ovo je inicijalno testirano za hod sa vještačkom nogom [93, 117], a zatim je analiziran i slučaj hodanja paralizovanih ljudi [86].

U tezi je prikazana primjena interaktivnog alata u medicinske svrhe [86]. U cilju rehabilitacije osoba sa nepokretnim ekstremitetima alat je upotrebljen u cilju određivanja nivoa signala neophodnog za aktivaciju mišića koji nijesu upravljivi od centralnog nervnog sistema. Na osnovu rezultata analize čovječijeg hoda, dobijenih primjenom ovog alata, realizovan je sistem koji pomaže osobama tokom rehabilitacije od posledica moždanog udara i paraplegičarima. Ovom primjenom razvijeni alat je prošao kroz proces evaluacije i pokazao zadovoljavajuće rezultate.

## 1.2 Pregled sadržaja disertacije

U prvom dijelu definisana je oblast istraživanja. Date su osnovne osobine objekta istraživanja. Opisan je i razlog i opravdanost izbora ispitivanja karakteristika mobilnih robota pri datim uslovima kao predmeta istraživanja.

Druga cjelina ovog rada daje prikaz osnovnih problema koji se postavljaju pred istraživačima u oblasti mobilnih robota. U okviru ove glave prezentiran je novi pristup analizi mehaničkih sistema sa neholonomnim vezama sa osvrtnom na primjenu na mobilne robotske sisteme.

Treća glava daje metodološki pristup u formiranju pojedinih elemenata simulacionog paketa za analizu ponašanja mobilnog robota sa točkovima. Prikazan je način formiranja dinamičkog modela, za izabrane konfiguracije mobilnih robota.

Primijenjeni metod optimalnog upravljanja koji predstavlja, sa dinamičkim modelom, osnovu za projektovanje interaktivnog alata za simulaciju ponašanja mobilnog robota sa točkovima je opisan u četvrtoj glavi.

Peta glava obuhvata prikaz alata i rezultata koji se dobijaju kao izlazi simulacionog procesa na primjeru mobilnog robota sa točkovima.



U šestoj glavi je pokazana primjena alata u analizi čovječijeg hoda. Rezultati su primijenjeni u medicinske svrhe u procesu rehabilitacije osoba sa oštećenim nervnim sistemom. Usled oštećenja mišići ne dobijaju aktivacione impulse neophodne za realizaciju kretanja. Rezultati analize čovječijeg hoda primjenom projektovanog interaktivnog alata omogućavaju određivanje nivoa aktivacije pojedinih mišića. U ovom primjeru alat je dospio do nivoa evaluacije pri uslovima praktične realizacije i pokazao zadovoljavajuće rezultate.

CD, koji je dat kao prilog ovoj disertaciji, sadrži MatLab programe pomoću kojih je realizovana simulacija za oba posmatrana primjera.

## Glava 2

# Mobilni roboti

### 2.1 Uvod

Mobilni roboti su pokretne platforme ili vozila, opremljena računarima i različitim senzorima. Studije o mobilnim robotima koncentrisane su na centralno pitanje:

“Kako se pomjeriti od jedne do druge tačke u struktuiranom ili nestruktuiranom okruženju?”

Odgovor na ovo pitanje uključuje različite pristupe rješavanju problema: planiranja kretanja, navigacije, obrade senzorskih informacija i lokalizacije. Mobilni robotski sistemi, generalno posmatrano, u zavisnosti od namjene različito se konstruišu i upravljaju se na različite načine. Za realizaciju kretanja robota koriste se različiti principi u zavisnosti da li se roboti kreću u dvodimenzionalnom ili trodimenzionalnom prostoru. Za kretanje se mogu koristiti noge, točkovi, kombinacija nogu i točkova i gusjenice. Lokomocioni sistem može biti realizovan na više načina sa različitim konstrukcijama i sa različitim brojem nogu i točkova [2].

Upravljanje kretanjem mobilnim robotima u proizvodnim halama i skladištima najčešće se danas realizuje na osnovu obilježenih putanja. Pored ovog načina moguće je upravljati i pomoću virtuelno definisane putanje i na osnovu poznavanja pozicija orijentira. Upravljanje na bazi obilježenih putanja je jednostavnije ali pruža manju fleksibilnost u kretanju robota. Kod ovakvog koncepta upravljanja zadatak upravljačkog sistema je da obezbedi praćenje obilježene trajektorije na osnovu zadataka koje dobija sa hijerarhijski višeg nivoa koji koordinira rad više mašina i robota.

Zadaci upravljačkog sistema kod neobilježenih putanja su znatno složeniji. Oni se moraju rješavati i boljim poznavanjem dinamike sistema i korišćenjem konceptata vještačke inteligencije. Osnovni problem kod upravljanja na bazi virtuelno obilježenih putanja ili na bazi označenih orijentira je tačno određivanje pozicije i pravca kretanja u odnosu na fiksirani koordinatni sistem.

Za istraživače mobilnih robota, koji se koriste u industrijskim namjenama, postavlja se više interesantnih problema:

- izbor mehanizama za kretanje,

- prepoznavanje položaja robota u prostoru,
- planiranje putanje od jednog do drugog položaja,
- izbor principa i metoda upravljanja mobilnim robotima.

Namjera nam je da kroz kratak osvrt na svaki od ovih problema pokažemo širinu istraživačke oblasti i neophodnost multidisciplinarnog pristupa u analizi ovakvih sistema. Osim Teorije upravljanja, Mehanike neholonomnih sistema, Diferencijalne geometrije i Numeričke analize problemi koji se nameću za rješavanje praktične implementacije mobilnih robota kao autonomnih sistema uključuju brojne discipline.

## 2.2 Mehanizmi za kretanje

Konstrukcija lokomocionog mehanizma, osnovnog elementa mobilnosti, izvodi se najčešće pomoću točkova ili antropomorfnih mehanizama. Sa energetskog aspekta, u 2D prostoru, roboti koji se kreću pomoću točkova imaju izrazitu prednost nad svim ostalim vrstama kretanja, što je veoma značajno ako se želi da robot bude energetski samostalan. Kretanje pomoću točkova ima i druge prednosti, prije svega u jednostavnijem upravljanju takvim pogonom i mogućnošću određivanja položaja robota na osnovu mjerenja broja okreta točkova. Međutim, lokomocioni mehanizmi zasnovani na primjeni točkova imaju značajne nedostatke među kojima se ističe smanjena mogućnost savladavanja prepreka.

### 2.2.1 Mobilni roboti sa točkovima

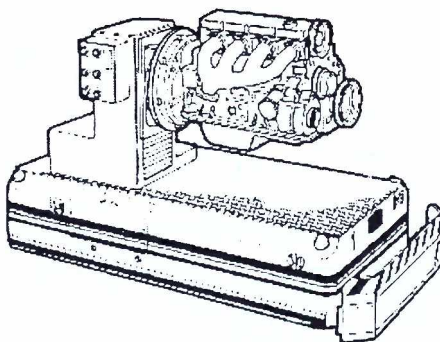
U industrijskim primjenama kada mobilni roboti opslužuju alatne mašine (Slika 2.1) ili vrše skladištenje komponenti i proizvoda (Slika 2.2) koriste se roboti sa točkovima [26, 27]. Postoje realizacije sa različitim brojem i različitim rasporedom točkova. Od rasporeda i broja točkova zavisi stabilnost kretanja, brzina rada i sposobnost manevra. Konfiguracija, odnosno raspored, točkova kod mobilnog robota je veoma značajna karakteristika jer od nje neposredno zavisi izbor navigacione tehnike, manevarski prostor i mnoge druge važne osobine mobilnog robota.

U literaturi se susreću razni predlozi ali su u praktičnim realizacijama najčešće konfiguracije (Slika 2.3) [26]:

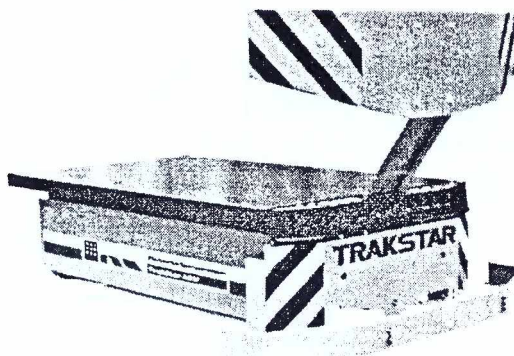
- tricikla,
- diferencijalni raspored
- dvostrukog tricikla i
- četiri pogonska zakretna točka.

Neophodno je napomenuti da ova podjela važi za vozila koja koriste kovencionalne točkove za razliku od višesmjernih vozila sa točkovima specijalne konstrukcije, tzv *MECANUM* točkovima, koja uslovljava izmijenjen način upravljanja ovakvim vozilom.





Slika 2.1: Primjer mobilnog robota koji se koristi u automobilskoj industriji prilikom asembliranja motora

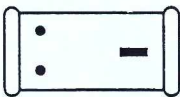
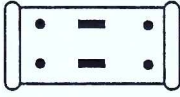
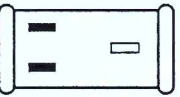
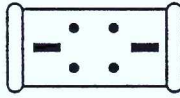



Slika 2.2: Mobilni robot firme TRAKSTAR za prenošenje jediničnih tereta pri obradi u fleksibilnim proizvodnim sistemima

### 2.2.2 Mobilni roboti sa antropomorfnim lokomocionim mehanizmom

Drugi tip lokomocionog mehanizma zasniva se na imitaciji ljudskog, odnosno animalnog hoda (tzv. antropomorfni mehanizmi). Time se značajno povećava mogućnost kretanja u prostoru sa preprekama, ali uz velike gubitke na energiji i posebno na složenosti sistema za upravljanje takvim kretanjem. I pored kompleksnosti ovakvih sistema oni predstavljaju jedino rješenje u skladu sa postavljenim zadatkom. Vozila sa točkomvima omogućavaju brzo kretanje po podlozi koja nema mnogo neravnina i prepreka. Za kretanje po neravnom terenu projektuju se vozila sa većim brojem točkova ili sa gusjenicama koje predstavljaju jednu posebnu varijantu upotrebe točkova. Ako je teren izuzetno nepravilan i sa mnoštvom prepreka, po njemu se ne može kretati ni gusjenično vozilo. Ovo su razlozi koji nameću ideju o konstruisanju vozila koje bi se kretalo nogama, odnosno hodajućeg vozila.

Kada se govori o hodajućim vozilima neizbježno se nameće pitanje broja nogu kod takvog vozila. Na osnovu broja nogu određuje se način kretanja i održavanja ravnoteže. Ovi problemi

tip manevra			konfiguracija točkova
naprijed	nazad	višesmjerno	
✓			 triciklična (a)
✓	✓		 diferencijalni raspored (b)
✓	✓		 diferencijalni raspored (c)
✓	✓	✓	 dvostruko triciklo (d)
✓	✓	✓	 četiri zakretna točka (e)

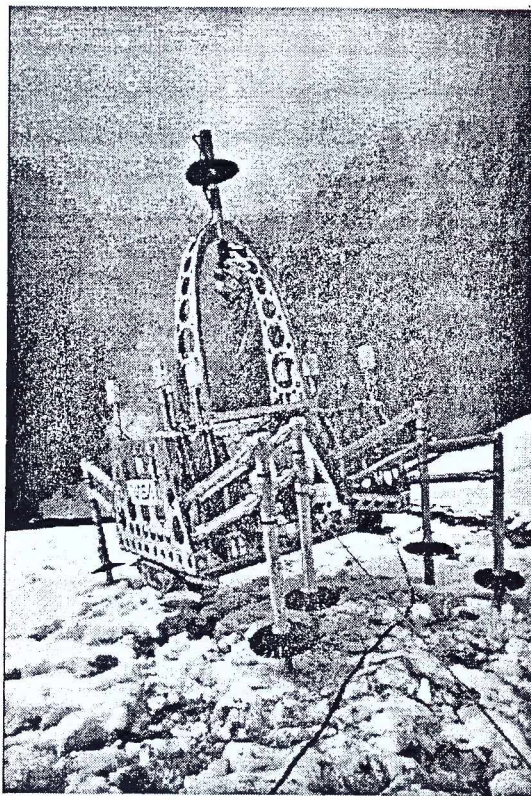
Slika 2.3: Šematski prikaz najčešće korišćenih konfiguracija točkova mobilnih robota

su usko povezani sa realizacijom upravljanja koje treba da obezbijedi koordinisani rad nogu i ostvarivanje određenog tipa hoda i posebno stabilnosti kretanja.

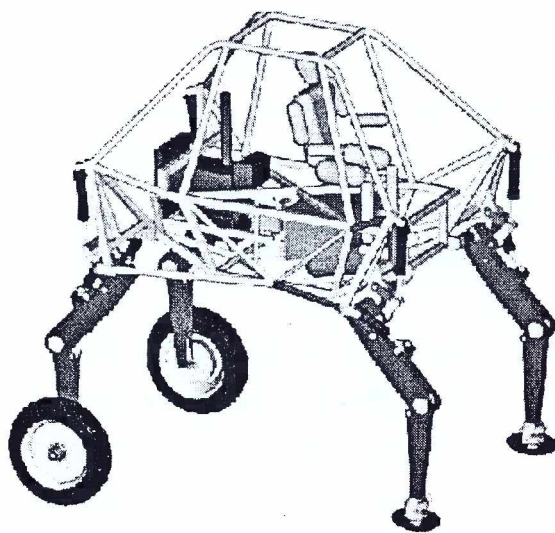
Na slici 2.4 je prikazana fotografija mobilnog robota DANTE II čiji lokomocioni mehanizam ima osam nogu. Ovaj robot služi za izučavanje aktivnog vulkanskog kratera na planini Spurr na Aljasci. Robotom se upravlja satelitskom komunikacijom. Podaci koje prikupe senzori, postavljeni na platformi, Internet vezom se prosleđuju na adrese više istraživačkih centara (NASA, Carnegie Mellon University, Alaska Volcano Observatory,...). Osmonožna vozila ostvaruju stabilnost mnogo jednostavnije jer se uslov statičke ravnoteže može obezbijediti i pri većim brzinama kretanja.

U cilju korišćenja prednosti obje lokomocijske konfiguracije: boljih manevarskih karakteristika "hodajućih" vozila odnosno veće brzine i stabilnosti vozila sa točkovima predlaže se kombinacija nogu i točkova. Na slici 2.5 je prikazan ALDURO (Anthropomorphically Legged and Wheeled Duisburg Robot). Ovaj četvoronožni mobilni robot dimenzija 2,5 x 2,10 m i težine oko jedne tone projektovan je sa ciljem da iskoristi prednosti obje lokomocijske konfiguracije. Jedan par nogu kod ovog vozila posjeduje točkove kao oslonce čime se omogućava brži manevar u situacijama kada podloga nema mnogo neravnina ili prepreka.





Slika 2.4: Dante II- osmonožni robot koji se nalazi u krateru aktivnog vulkana na planini Spurr, na Aljasci. Robotom se upravlja, preko satelita i Internet veze, iz više istraživačkih centara (NASA, Carnegie Mellon University, the Alaska Volcano Observatory, ...)



Slika 2.5: ALDURO (Anthropomorphically Legged and Wheeled Duisburg Robot) mobilni robot sa kombinovanim lokomocionim mehanizmom.



## 2.3 Orijentacija u prostoru

Orijentacija u prostoru, odnosno mogućnost određivanja sopstvenog položaja, je osnovni zahtjev koji mobilni roboti moraju ispuniti. U industrijskim aplikacijama, mobilni roboti su vođeni bilo telekomandama od strane čovjeka bilo senzorima koji detektuju unaprijed im zadate putanje (induktivni kabl, pogodno optički označen put i sl.). Međutim za veću fleksibilnost i samostalnost u kretanju roboti moraju biti sposobni da se orijentišu u prostoru koji nije specijalno pripremljen. Mogućnost mehaničkog sistema da se orijentiše daje mu sposobnost da se kreće u prostoru na neki konvencionalan način, kao što su točkovi ili noge, dopuštajući ujedno sistemu da bude nezavisan u donošenju inteligentnih odluka kako se mijenja situacija u okruženju. Za tu svrhu mogu se koristiti sledeće vrste informacija [28, 84, 102]:

- informacije koje robot generiše mjerenjem vlastitog kretanja,
- informacije koje robot prikuplja preko svojih senzora i
- informacije o okruženju koje su mu unaprijed poznate.

Mobilni robot mora biti u stanju da na osnovu pomjeranja elemenata lokomocionog mehanizma određuje smjer i dužinu puta koji prelazi od jednog položaja do drugog [102]. U idealnom slučaju ova informacija bi bila dovoljna za potpuno određivanje njegovog položaja u prostoru. Međutim, zbog postojanja raznih poremećaja pri kretanju (proklizavanje točkova na primjer) ova informacija nije pouzdana, pa se mora kombinovati sa ostalim informacijama.

Senzori koji daju informaciju o geometriji okruženja imaju značajnu ulogu za orijentisanje u prostoru. Od posebnog interesa su sledeće vrste senzora [26]:

- sistemi za viziju sa korišćenjem kamere,
- ultrazvučni senzori rastojanja,
- laserski senzori rastojanja i
- senzori bliskosti (taktilni i infracrveni).

Pored navedenih senzora mogu biti korišćeni i drugi senzori koji prikupljaju informacije o specijalnim orijentirima postavljenim u prostoru (toplotni, senzori svjetlosti, senzori radioaktivnosti itd.). Informacije dobijene putem senzora i lokomocionog sistema dovoljne su za kreiranje "slike" prostora u kojem se robot kreće. Međutim, iz razloga veće pouzdanosti, potrebno ih je pridružiti informacija koje su robotu zadate unaprijed (tzv. fiksnom mapom okruženja).

Ono što razlikuje mobilne robote od daljinski upravljanih vozila, koja se oslanjaju na inteligenciju operatera, je struktura vještačke inteligencije koja im omogućava transformaciju verbalne ili grafičke ulazne informacije u izlaz koji predstavlja orijentisano kretanje ka cilju. Iako nije neophodno da robot pamti svoje okruženje u poslednje vrijeme sistemi vještačke inteligencije uključuju i tu funkciju. Potreba za inteligencijom kao sposobnošću kreiranja alternativnih rješenja i izbora u situacijama sa više rješenja pojavljuje se zbog preodređenosti sistema. Moguće je uočiti tri tipa redundanse:

- percepcijsku,

- konstrukcionu i
- operacionalnu.

Informacije sa senzora mobilnog robota znatno prevazilaze podatke potrebne za konvencionalno upravljanje. Tako je broj ulaznih varijabli znatno veći od broja upravljačkih. Percepciona redundansa dopunjuje nedostatak direktno željenih informacija. Takođe, mobilni robot može imati više stepeni slobode nego što je minimum potreban za upravljanje kretanjem. Konstrukciona redundansa se kompenzuje zahtjevom za nepredvidljivim trajektorijama kretanja. Operacionalna redundansa pojavljuje se kao rezultat percepcione i konstrukcione redundanse i procesa zaključivanja o osobinama neprogramiranih operacija, pri postojanju više od jedne moguće putanje do cilja. U stvari, redundantan sistem može imati neodređeno optimalno rješenje.

Tipična struktura inteligencije koja se može naći kod svih mobilnih robota uključuje [2, 26, 27]:

**viši nivo inteligencije** - to je "kreativna inteligencija" koja se bavi prognozom opšteg scenarija, selekcijom ciljeva, njihovo dekopozicijom i distribucijom u prostoru i vremenu. Iako je djelokrug aktivnosti veoma širok situacija se razmatra generalno bez ulaženja u detalje.

**srednji nivo inteligencije** - ovaj stepen karakteriše posjedovanje kolekcije "kliše" ponajavljajućih u situacijama koje se mogu javiti, što omogućava "on-line" proračunavanje upravljačkih komandi.

**niži nivo inteligencije** - takozvana "motorna inteligencija" koja se brine o optimalnoj kontroli kretanja koristeći tipične metode manevra. Najveći broj detalja razmatra se ovim nivoom inteligencije

Svi ovi nivoi inteligencije mogu funkcionisati jedino ako egzistira sistem kriterijuma koji određuje prioritet. Ova tri nivoa predstavljaju veoma grubu generalizaciju. Očito je da se hijerarhija nekog problema (npr.: hijerarhija okruženja, upravljanja, memorije, percepcije i sl.) može predstaviti u više nivoa, gdje broj nivoa zavisi od želje za pažljivijim ispitivanjem sistema.

## 2.4 Planiranje putanje

Pozicija (konfiguracija) robota je definisana određenim brojem varijabli. Za mobilne robote to su pozicija i orijentacija robota (tj. tri varijable u ravni). Za manipulacione robote konfiguracione varijable su u stvari pozicije svi zglobova manipulatora. Kretanje robota može se prema tome opisati putanjom u konfiguracionom prostoru. Takva putanja treba da obuhvata podprostore konfiguracionog prostora u kojima ne dolazi do kolizije između robota i prepreka, tzv. slobodne prostore. Problem planiranja kretanja postavlja pitanje određivanja takve putanje koja prolazi kroz slobodne podprostore na efikasan način.

Algoritmi, kojima se rješava ovaj problem, imaju za cilj izračunavanja niza podataka namijenjenih nižem nivou upravljanja. Opšta podjela algoritama planiranja putanje je na eksplic-



itne i implicitne.

Osnovna karakteristika eksplicitnih algoritama je planiranja putanje prije početka kretanja. Eksplicitni metodi mogu biti diskretni ili kontinualni. Diskretni metodi [2, 29, 38] fokusiraju se na geometrijska ograničenja, uključujući generalni pristup izbjegavanja statičkih prepreka kao i nalaženje seta diskretnih konfiguracija između startne i ciljne konfiguracije. Kontinualni metodi pokušavaju da riješe problem feedforward zakona upravljanja dinamičkog sistema [30, 31, 32, 33]. U stvari, eksplicitno, kontinualno planiranje putanje može se posmatrati kao određivanje zakona upravljanja u otvorenoj konturi. Ovim algoritmima se uobičajeno definiše referentna trajektorija sistema i odgovarajući pogoni aktuatora. Eksplicitne algoritme karakteriše potpuno odsustvo povratne sprege preko senzorskog sistema.

Diskretne algoritme planiranja čine u osnovi dvije klase algoritama: mapa puteva i dekomponovanje prostora na elementarne podprostore [38]. Metod mape puta [2, 29] formira set krivih, tzv. mapu puteva, koja povezuje tačke u radnom prostoru. Putanja između dvije izabrane tačke određuje se izborom krive koja ih povezuje. Metod ćelijske dekompozicije [34, 35], sa druge strane, dijeli prostor na nepreklapajuće podprostore i formira graf međusobne konekcije podprostora. Prilikom planiranja trajektorije ovom metodom u prvom koraku se identifikuje koridor koji preko podprostora povezuje početnu i krajnju tačku, a nakon toga u okviru izabranog koridora definiše putanja u skladu sa izabranim kriterijumom.

Za razliku od eksplicitnih metoda planiranja, kod implicitnih algoritama planiranja putanje trajektorija (i ulazi za aktuatora) ne proračunavaju se prije početka kretanja. U osnovi ovih algoritama je specificiranje načina interakcije robota sa okruženjem i načina reakcije na informacije prikupljene sa sistema senzora. Primjer implicitne šeme je algoritam zasnovan na potencijalnom polju [36]. Ključna ideja je konstrukcija vještačkog potencijalnog polja koje će privući robot do ciljne tačke istovremeno mu omogućivši obilaženje prepreka u okruženju. Kretanje robota je određeno potencijalnim poljem koje se interaktivno proračunava tokom kretanja.

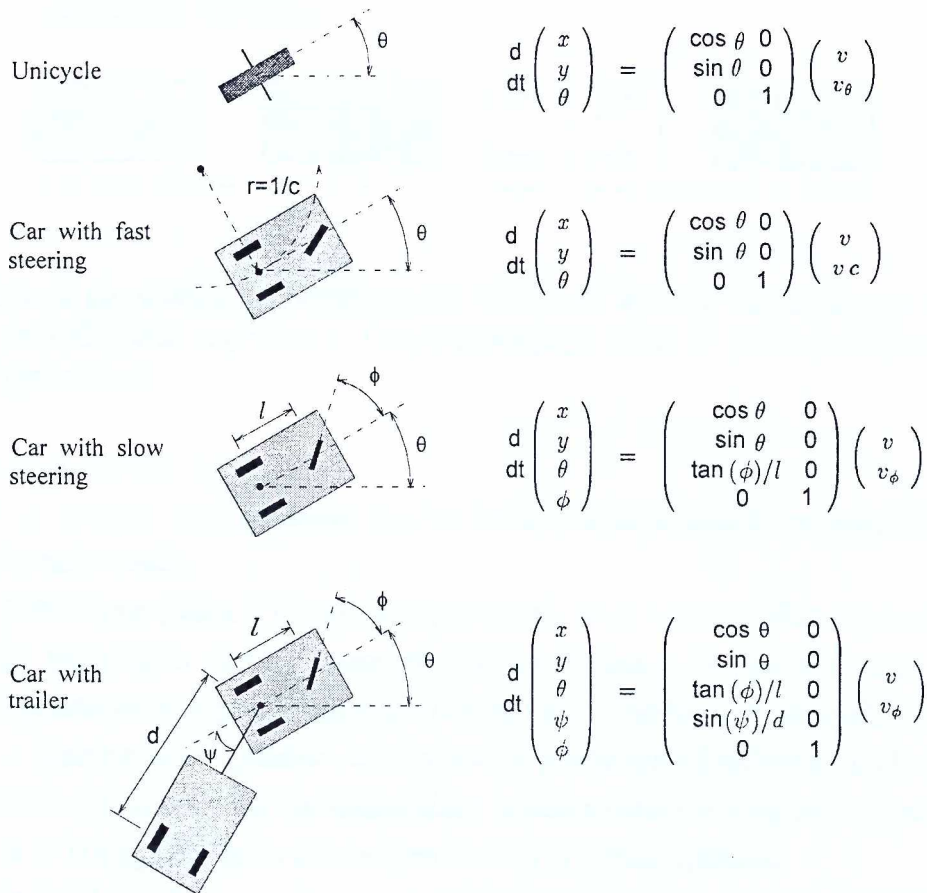
Implicitni algoritmi se primjenjuju u cilju projektovanja upravljanja u zatvorenoj konturi jer uključuju odstupanja dinamičkog sistema od nominalne trajektorije. Generalno posmatrajući implicitni metodi su kontinualni i predviđeni su za upravljanje robotima u okruženju sa dinamičkim preprekama

Čest je slučaj u robotici, posebno u dijelu planiranja kretanja, da posmatrani sistem ima manje aktuatora nego stepeni slobode. Ovi sistem se uobičajeno nazivaju *underactuated*. Problem planiranja putanje za ovakve sisteme se usložnjava kada željeni pravac kretanja nije moguće realizovati zbog kinematičkih ograničenja. Mobilni roboti sa točkovima su klasičan primjer ovakvog sistema. Kada stepeni slobode robotskog sistema nijesu nezavisni govorimo o neholonomnom planiranju kretanja [37] (*nonholonomic motion planning*). U ovom slučaju, bilo koja putanja u slobodnom konfiguracionom prostoru ne odgovara putanji koje sistem može realizovati u prisustvu neholonomnih ograničenja.

Neholonomno planiranje putanje pokazalo se mnogo kompleksnijim problemom od holo-

nomnog. Ovo predstavlja fundamentalno pitanje za većinu tipova mobilnih robota. Rješavanje ovog problema zaokuplja pažnju velikog broja istraživača [42, 43, 46]. Sa druge strane, neholonomnost produkuje probleme sa aspekta egzekutivnog nivoa upravljanja. Praćenje zadate referentne trajektorije proračunate na nivou planiranja i dostizanje cilja sa određenom tačnošću zahtijeva nestandardne feedback tehnike.

### Neholonomni Sistemi

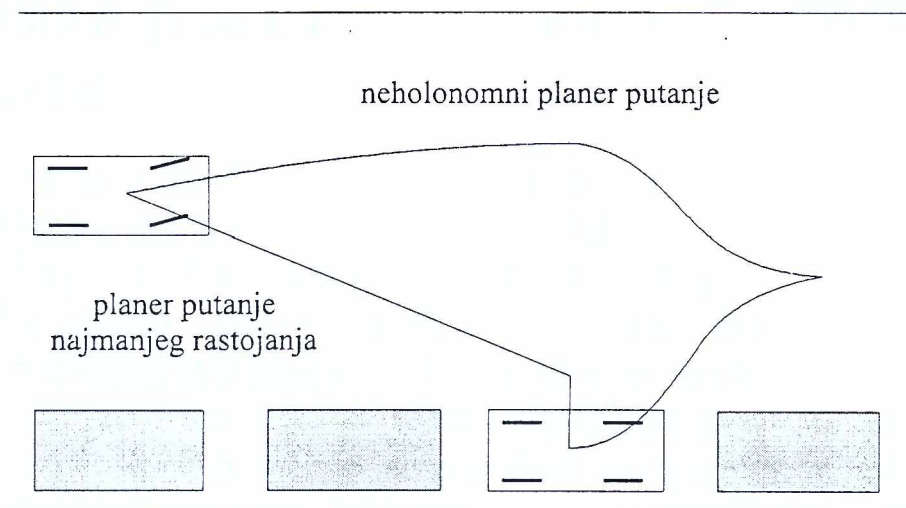


Slika 2.6: Različite konfiguracije točkova mobilnih robota koji se analiziraju sa aspekta Teorije neholonomnih sistema

U ovom radu naša pažnja je usmjerena na mobilne robote sa točkovima koji predstavljaju karakterističan primjer neholonomnog sistema. Na slici 2.6 dat je prikaz u literaturi najčešće analiziranih konfiguracija mobilnih robota. Takođe su dati i kinematički modeli posmatranih konfiguracija.

Tradicionalni pristupi, analize sistema primjenom geometrijske mehanike imaju za posledicu ignorisanje uloge kinematičkih ograničenja i spoljašnjih sila u dinamici sistema. Kao posledicu takvog pristupa imamo neprimjenljivost većeg broja tehnika nelinearnog upravljanja. Među tim aplikacije u robotici i drugim oblastima pobudile su interes za mehaničke sisteme. To se uočava, u prethodnoj dekadi, u primjeni različitih tehnika rješavanja problema upravljanja ovakvim sistemima koji uključuju redukovani dinamički model mehaničkog sistema proširen





Slika 2.7: Putanja generisana konvencionalnim planerom ignoriše neholonomna ograničenja i sastoji se od pravolinijskih segmenata. Druga putanja je jedna od putanja koje zadovoljavaju kinematička ograničenja

jednačinama kinematičkih ograničenja.

Elementaran primjer koji pokazuje značaj analize neholonomnih mehaničkih sistema je paralelno parkiranje vozila.

Vozilo sa tačkovima (Slika 2.7) nije u mogućnosti, zbog kinematičkih ograničenja, da realizuje putanju generisanu pod uslovom minimalne dužine. Ako se u analizu uključe neholonomne kinematičke veze planer generiše putanju koju vozilo može da realizuje [46]. Jasno se uočava da u posmatranom primjeru za realizaciju postavljenog zadatka vozilo mora kretati unazad na jednom dijelu putanje. Sa energetskog aspekta manevri ovog tipa nijesu prihvatljivi i neophodno ih je izbjegavati, osim ako ne predstavljaju jedino rješenje.

Istraživanja u dijelu planiranja kretanja mobilnih robota povezana su sa praktičnim realizacijama. Većina ovih radova koncentrisala se na generisanje efikasnog algoritma za planer putanje u slučaju kada je poznata pozicija prepreka pri tome ne uključujući u analizu dinamička ograničenja. Ova istraživanja su dala doprinos boljem razumijevanju kompleksnosti proračuna neophodnih za planiranje putanje robota da bi on izbjegavao i statične i pokretne prepreke [2, 38, 39]. Drugi pristupi uključuju primjenu algoritama zasnovanih na potencijalnim poljima u cilju navigaciju u okruženju sa preprekama [36] i prilagođenje planiranog kretanja za navigaciju u slučaju nepredviđenih situacija [40, 41] ( istovremeno prisustvo dva mobilna robota na istoj putanji).

Novi pristupi ne slijede navedene, ali su komplementarni. Oni uvode prisustvo neholonomnih ili neintegrabilnih ograničenja. Razmatraju se sistemi u kojima postoje takva ograničenja brzina robota čijom integracijom nije moguće dobiti ograničenja koja su samo funkcije konfiguracionih varijabli. Kinematika lokomocionog mehanizma robota rezultuje vezama koje brzine moraju ostvariti u svakom trenutku tokom kretanja [5, 42, 43].

## 2.5 Osnovni principi i metode upravljanja mobilnim robotima

Sistem upravljanja mobilnog robota realizuje se na različite načine zavisno od izabranog pristupa rješavanju pitanja navedenih u prethodnom dijelu. Pri organizaciji upravljačkog sistema neophodna je hijerarhijska organizovanost, koja je prisutna u svim složenijim sistemima automatskog upravljanja. Moguće je uočiti tri hijerarhijska nivoa: strategijski, taktički i egzekutivni. Strategijski nivo planira i određuje putanje, a taktički i egzekutivni nivoi realizuju te putanje. Može se povući paralela između: strategijskog nivoa upravljanja i "kreativne inteligencije", taktičkog nivoa i srednjeg nivoa inteligencije i egzekutivnog nivoa upravljanja i "motorne inteligencije".

Za razliku od mobilnih robota koji su u širokoj industrijskoj upotrebi autonomni mobilni roboti na svojoj konstrukciji "nose" pored energetske i cjelokupne resurse inteligencije. Na primjeru organizacije upravljanja takvih sistema uočavaju se svi elementi koji su neophodni za uspješno izvršenje zadatka. Kod mobilnih robota koji se koriste u funkciji transporta pojedini funkcije upravljačkog sistema u nadležnosti su računara koji nadgleda rad cjelokupnog sistema, ali, takođe, egzistiraju.

Sistem upravljanja kretanjem definisan je kao kombinacija principa, algoritama i uređaja namijenjenih za biranje konfiguracije putanje, brzine, zakona ubrzanja i usporenja itd. na način koji će minimizirati zahtijevane kriterijume.

Takav upravljački sistem se, uobičajeno, konfiguriše u četiri upravljačka nivoa [53, 56]:

- nivo planiranja,
- nivo navigacije,
- nivo pilotiranja i
- egzekutivni nivo.

Na osnovu zadatog cilja i opisa zadatka nivo planiranja daje plan seta operacija koje su neophodne za realizaciju kretanja. To zahtijeva analizu pozicije cilja, analizu terena, cjelokupni opis mehanizma i matematičkog modela za identifikaciju plana operacija. Informacije koje se prosleđuju narednom nivou predstavljaju se nizom prolaznih tačaka uključujući i smjerove kretanja od jedne tačke do druge. Ovaj skup podataka određuje se na osnovu kriterijuma:

$$J = \text{ukupno vrijeme kretanja} + \text{pouzdanost} + \text{energetski gubici}$$

Funkcija navigacionog nivoa je proces generisanja ruta (sa mogućim alternativama) za cjelokupnu putanju ili za djelove putanje između prolaznih tačaka. Alternativno ponašanje dolazi do izražaja u situacijama kada se pojavi razlika između opisa prostora koji posjeduje nivo planiranja i trenutnog stanja koje detektuje senzorski sistem (kretanje ljudi u radnom prostoru npr.). U tom slučaju navigacioni nivo mora biti sposoban da izvrši korekciju putanje i dovede mobilni robot do sledeće prolazne tačke.





Nivo pilotiranja dobija informaciju od navigacionog nivoa o: lokaciji prve prolazne tačke, pravcu ka prvoj okretnici, željenom stepenu brzine i zahtijevanom nivou potrošnje energije, a zadatak mu je da generiše sekvence komandi koje obezbjeđuju izvršenje postavljenog zadatka. Pilotiranje je proces koji je uslovljen trenutnim stanjem okruženja. Npr., zadata brzina mobilnog robota mora zavisiti od trenutnih uslova površine, iznenadnog okretanja i sl. Pilotsko upravljanje odlučuje o implementaciji mogućih prilagođenja uslovljenih procesa. Neravnine podloge i vlažnost, manevrisanje u uskim prolazima, prolazak kroz vrata, nagle promjene smjera na malim djelovima putanje, svi ovi podproblemi moraju biti prepoznati na osnovu informacije sa sistema senzora visoke rezolucije i riješeni korišćenjem znanja i rezona pilotskog nivoa [58].

Egzekutivni nivo je nivo izvršnog upravljanja veoma blizak pilot nivou. Ovaj nivo je zadužen, ne samo, za precizno izvršenje pilot komandi već i za senzorsko praćenje: brzine aktuatora, momenta na osovinama, ubrzanja sistema, oscilacija itd. Od egzekutivnog pod-sistema sistema upravljanja zahtijeva se više od prosleđivanja komandi višeg nivoa ka nižem. Okruženje se ovim podsistemom posmatra većom rezolucijom sa više detalja.

Da bi sistem upravljanja mogao da funkcioniše potrebno je svim nivoima proslijediti potrebne informacije za donošenje potrebnih odluka. Ovaj zahtjev nameće potrebu pažljivog organizovanja percepcijskog podsistema. On obuhvata sistem senzora i sistem procesiranja informacija u cilju nadgledanja kontrole kretanja na strategijskom, taktičkom i operativnom nivou. Percepcijski podsistem mora omogućiti ekstrakciju podataka sa senzora konstrukcijom niza podataka čime se stvara unutrašnji model okruženja koji je potrebno proslijediti višim nivoima upravljanja radi korekcije opisa scene koji je njima zadat "a priori". Istovremeno, da bi sistem postigao željenu efikasnost, potrebno je veoma brzo proslijediti informaciju pilotskom i egzekutivnom nivou koji direktno podržavaju vođenje mobilnog robota.

### 2.5.1 Navigacione tehnike mobilnih robota

Izbor navigacionog sistema definiše, u najvećem dijelu, koncepciju strategijskog i taktičkog nivoa upravljanja. Iako, napredovanje navigacionih tehnika predstavlja najveću potrebu u sadašnjem trenutku, najvažnije je u primjeni slijediti tehnike koje su dokazale svoju pouzdanost u višegodišnjoj praktičnoj primjeni. Navigacioni sistemi mogu, a ne moraju, obuhvatati podsistem planiranja manevra. To je pogodno sa aspekta podjele aktivnosti nižih nivoa upravljanja od kojih se očekuje da "rade" po dobro uvježbanoj šemi, zavisno od zahtijevanog nivoa, u nekim nepredvidljivim situacijama kada je neophodna brza reakcija na novonastalu situaciju. Viši nivo navigacije vrši selekciju putanje između krajnjih tačaka unutar opisa konkretne strukture radnog prostora, poznavajući poziciju mobilnog robota. Prepreke mogu biti opisane kao zabranjeni podprostori u okviru radnog prostora (pozicija mašine, mjesta za odlaganje obradnih elemenata i sl.) ili kao podprostori specificiranih karakteristika (stepenice, nagib podloge koji može uzrokovati klizanje i sl.). Na nižem nivou navigacije pozicija



i orijentacija mobilnog robota određuju se relativno u odnosu na okolne objekte i on predstavlja proces vođenja u realnom vremenu. Ovaj nivo je zadužen za manevar i optimizaciju trajektorije kretanja. Ipak, program kretanja se ne može proračunati bez realne interakcije sa okruženjem što je posebno važno pri navigaciji po nepoznatom terenu. Navigacione tehnike, zbog toga, moraju biti "taktične" jer se planiranje vrši na osnovu podataka koji se u realnom vremenu dobijaju sa senzorskog podsistema. Obilaženje prepreka ili sprečavanje sudara su još jedan ključni dio problema lokalne navigacije. Nema sumnje da se izbjegavanje prepreka može posmatrati kao poseban slučaj interakcije sa pokretnim objektima uključujući praćenje i izbjegavanje [52, 53].

Navigacioni sistemi se mogu podijeliti, zavisno od tipa putanje u dvije grupe. Jedna grupa koristi fizičke putanje, tj. putanje označene na podlozi po kojoj se mobilni robot kreće, dok druga grupa navigacionih sistema koristi virtualne (memorisane) putanje, tj. putanje smještene, odgovarajućim zapisom, u memoriji računara koji može biti sastavni dio vozila ili povezan sa vozilom komunikacionom linijom. Prema karakteru fizičke putanje mogu biti aktivne (induktivni kabl) i pasivne (obojene linije ili metalne trake).

Moguće je definisati podjelu, zavisno od sposobnosti donošenja "inteligentnih odluka", na sisteme statičkog i dinamičkog upravljanja [58]. U slučaju statičkog upravljanja data je samo jedna putanja između krajnjih tačaka koje definišu putanju vozila. Ako postoji mogućnost izbora više različitih putanja koje se biraju na osnovu nekog kriterijuma ( brzine, utroška energije, gustine saobraćaja itd.) govori se o dinamičkom upravljanju.

Zavisno od načina samonavođenja na trasu uočavaju se dva pristupa koja se sreću u praktičnim realizacijama i koja su, prisutna kod većine navigacionih tehnika. Prvi način samonavođenja realizuje se preko senzora koji detektujući putanju daju informaciju koja se koristi za formiranje upravljačkog signala ka lokomocionom mehanizmu [47]. Drugi pristup se zasniva na posrednom "praćenju" putanje na bazi informacija o kretanju pojedinih elemenata lokomocionog mehanizma [102]. Odstupanje od zadate putanje, u tom slučaju, određuje se proračunom koji vrši računarski sistem, pa se na osnovu dobijenog signala greške i novog željenog položaja definiše signal koji se prosleđuje lokomocionom mehanizmu.

### 2.5.2 Metode upravljanja mobilnim robotima kao neholonomnim sistemima

Mobilni roboti i njihova primjena su samo jedan od motiva zbog čega su se neholonomni sistemi i realizacija upravljanja takvim sistemima nametnuli kao veoma važna oblast istraživanja. Sa aspekta istraživača neholonomni sistemi su prototip izuzetno nelinearnih sistema, koji zahtijevaju potpunu nelinearnu analizu. Projektovanje upravljanja za dati neholonoman sistem predstavlja izazovan zadatak. Sa druge strane, gledano iz perspektive primjene, neholonomni sistemi su privlačni zbog svoje korisnosti i fleksibilnosti.

Analiza neholonomnih sistema datira još od 1894. kada je Hertz uveo distinkciju između



holonomnih i neholonomnih ograničenja dinamičkog sistema. Atraktivnost ovog problema privukla je pažnju brojnih eminentnih naučnika tokom niza godina (Bobylev, Caplygin, Maggi, Voronec ...). Interes za razvoj analitičke mehanike neholonomnih sistema zadržao se do danas. Pristup teoriji neholonomnih sistema je blisko povezan sa mehanikom holonomnih sistema preko teorije diferencijalnih jednačina, tenzorskog računa i diferencijalne geometrije. Istrživanja u oblasti neholonomnih sistema dovela su do nove grane diferencijalne geometrije, tzv. geometrije neholonomne višestrukosti (Schouten, Vagner, ...). Druge karakteristike neholonomnih sistema, uključujući razmatranje njihove stabilnosti, zadovoljavajući pri tome neholonomna ograničenja, razmatrane su prvom polovinom prošlog vijeka. Whittaker (1937), Aizerman i Gantmaher (1957) analiziraju problem stabilnost neholonomnih sistema.

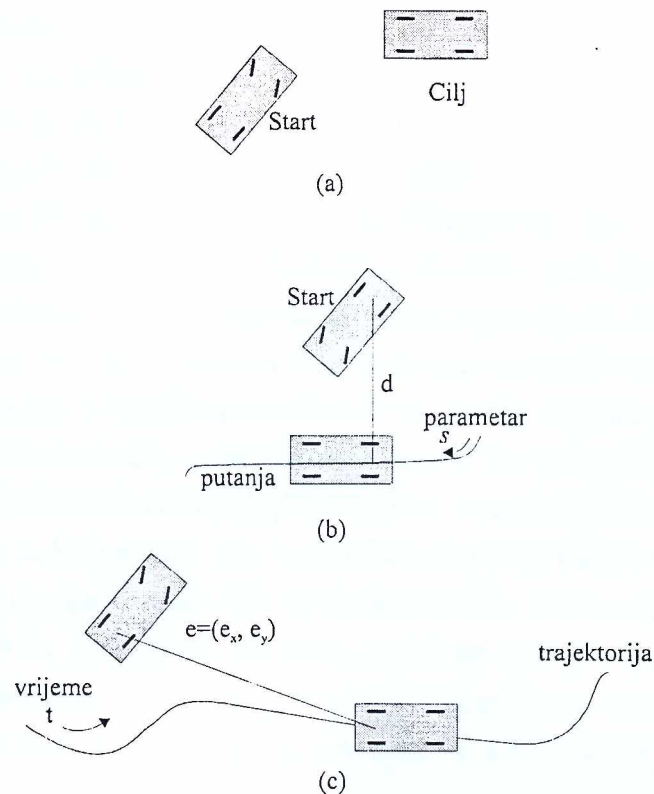
Teorija neholonomnih mehaničkih sistema se susreće sa ograničenjima koja nijesu do sada razmatrana. Takvi sistemi uključuju automobile, avione pri ateriranju, kao i brojne sisteme koje karakteriše kotrljanje po elastičnoj površini. Ovi novi tipovi problema, sa tehničkog i praktičnog gledišta, analiziraju se u kontestu proučavanja stabilnosti iako se još uvijek ne raspolaze njihovom strogom matematičkom karakterizacijom. Sa aspekta upravljanja neholonomnim sistemima prvi značajni doprinosi pojavili su se osamdesetih godina. Problem razvoja upravljačke metodologije, za nelinearne sisteme ovoga tipa, karakteriše nemogućnost uzimanja u obzir kompletne strukture sistema. Tehnike koje se najviše danas primjenjuju, za analizu i upravljanje ovakvim sistemima, zasnivaju se na prevođenju diferencijalnih jednačina kretanja koje su drugog reda na diferencijalne jednačine prvog reda nakon čega se vrši njihova linearizacija. Ovakav pristup uzrokuje gubitak važnih geometrijskih informacija koje mogu da utiču na globalno ponašanja sistema.

U cilju nalaženja odgovarajućeg upravljanja zadatak kretanja može biti klasifikovana u tri bazična problema (Slika 2.8) [99]:

- a) **dovođenje u željenu poziciju** ("point stabilization"),
- b) **praćenje putanje** ("following a path") i
- c) **praćenje referentne trajektorije** ("trajectory tracking").

Ovdje pod putanjom ("path") podrazumijevamo krivu (sa nekim regularnim ograničenjima) u ravni kretanja robota; dok je trajektorija ("trajectory") putanja sa odgovarajućim vremenskim tokom (tj. od robota se zahtijeva da u datom trenutku bude na odgovarajućoj poziciji). Za neholonomne sisteme problem praćenja trajektorije ili putanje je prostiji u poređenju sa problemom dovođenja u željenu poziciju ("stabilizing to a point").

Upravljanje neholonomnim mehaničkim sistemima je ipak samo naizgled jednostavno. Problemi dolaze iz činjenice da mobilni robot sa točkovima u ravni posjeduje tri stepena slobode, dok se upravljanje zasniva na dva upravljačka ulaza pod neholonomnim vezama. Nekoliko autora daje indiciju, bazirano na Brockett-ovoj teoremi [44], da je takav sistem u otvorenoj sprezi kontrolabilan, ali ga nije moguće stabilisati vremenski-invarijantnom povratnom spregom [45, 46]. To znači da ne postoji smooth ili kontinualna povratna sprega koja može stabilisati sistem.



Slika 2.8: Tri osnovna zadatka upravljačkog sistema mobilnog robota: dovođenje u željenu poziciju (a), praćenje putanje (b) i praćenje trajektorije (c)

Metodi korišćeni za rješavanje problema upravljanja kod mobilnih robota u prethodnim godinama mogu se klasifikovati u tri kategorije. Prva kategorija su pristupi zasnovani na rješavanju navigacionog problema upotrebom senzora. Posebno naglašavajući interaktivno planiranje kretanja u dinamičkom okruženju [47, 48]. Razlog tome je nestrukturiranost i vremenska promjenljivost radnog okruženja robota, pa robot mora koristiti senzore da bi se “izborio” sa dinamičkim okruženjem. Najčešće prezentirani pristupi oslanjaju se na inteligentne šeme upravljanja, kao što su fazi logika [49] i neuralne mreže [50, 51, 52]. Estimacija pomjeranja prepreka i procjena konfiguracije okruženja, korišćenjem informacija dobijenih sa senzora, veoma su značajne za odabir planiranja kretanja [53, 54]. Ipak dok mobilni robot reaguje na svoje okruženje na reaktivan ili refleksivan način; realizovana trajektorija ne može biti globalno optimizirana.

U drugoj kategoriji, navigacioni problem se dekomponuje u fazu planiranja putanje i fazu realizacije putanje. Generišu se nepodudarne slobodne putanje a realizacija se bazira na apriornoj mapi okruženja. Realizovana putanja se planira korišćenjem određenog optimizacionog algoritma baziranog na indeksu minimalnog vremena, minimalnog rastojanja ili minimalnog energetskeg utroška. Metode izbjegavanja statičkih i pokretnih prepreka dat je u literaturi [55]-[61]. U ovim metodama nezavisne slobodne putanje se planiraju saglasno sa mapom okruženja u prostorno vremenskim relacijama. Mobilni robot slijedi planiranu putanju korišćenjem tzv.



path-following kontrolera.

Treća kategorija slijedi prilaz upravljanju u kojem se postavlja uslov tačnog praćenja trajektorije. Kontroleri ovog tipa zasnivaju se na upotrebi uprošćenog linearnog modela o čemu je pisano u [45, 62]. Song i Li [63] razvijaju kontroler baziran na linearizovanom modelu stanja. U njihovoj prezentaciji greška praćenja može biti eliminisana i mobilni robot može slijediti specificiranu trajektoriju. U približnom linearnom modelu, ipak, kontroler radi samo kada linearna brzina nije jednaka nuli. Pod takvim uslovima nije moguće realizovati praćenje specificirane trajektorije i u značenju vremena zaustavljanja sa specifičnom pozicijom. Saglasno tome, brojni su pokušaji primjene Teorije nelinearnih sistema za rješavanje ovog problema [5], [64]-[69]. Mogu se razlikovati dva najistaknutija pravca istraživanja primjenom nelinearnog upravljanja. Prvi, dat od Bloch-a i ostalih [70, 71]; koristi diskontinualnu povratnu spregu, dok drugi pravac istraživanja, koji je prvi put dat od Samsona [72], koristi vremenski promjenljivu kontinualnu povratnu spregu. Pomet [69] predlaže nekoliko zakona upravljanja sa “smooth” povratnom spregom. Ova rješenja regulacionog problema ipak daju sporu asimptotsku konvergenciju. U cilju dobijanja brze konvergencije (eksponencijalne konvergencije) alternativni pristup je bio inicijalizovan od M'Closkey-a i Murray-a [73], i bio je primijenjen u nekoliko narednih studija [74].

Istraživanja problema praćenja trajektorije za mobilne robote bila su široka [75, 76, 77, 78, 79, 80, 81]. Korišćenjem Barbalat-ove leme ili bekstepping metode, predložene su šeme upravljanja za globalno praćenje specijalnih putanja kao što su krug ili prava linija. Slični rezultati prikazani su od Fliess-a i ostalih [67], primjenom vremenske reparametrizacije i planiranjem kretanja koje predviđa diferencijalno gladak sistem.

Bez obzira na vidan napredak, egzistira nekoliko ključnih restrikcija u ovim aplikacijama. U nekim studijama [63, 68, 78, 82], riješeni su jedino neki specijalni slučajevi (prava linija ili krug) kada se prati linijska brzina  $v_r$ , ili ugaona brzina  $w_r$ , koje ne konvergiraju ka nuli. Ova ograničenja limitiraju opseg primjenljivosti i što je veoma važno nemoguće je napraviti jedan kontroler za tretman regulacionog problema i problema praćenja trajektorije simultano. U drugim pristupima [65, 69, 71, 72, 74, 83] probemi praćenja sa linearnim i ugaonim brzinama približnim nuli ostaju neriješeni.

U praktičnim aplikacijama daje se prednost rješavanju problema praćenja i regulacionog problema simultano korišćenjem jednog kontrolera, u protivnom, neophodan je ostvariti prelaz između dva različita kontrolera. U [8] simultano je rješavan problem praćenja i regulacioni problem mobilnog robota zasnovan na kinematičkom modelu. Vrijednosti brzina točkova izabrane su tako da se vodilo računa o izbjegavanju visokog pojačanja upravljačkog signala. Ograničenja na upravljačkim ulazima (linearne i ugaone brzine) su također uključena u model kontrolera.

## 2.6 Diskusija

U ovom dijelu dat je samo kratak osvrt na probleme koji se postavljaju istraživačima u oblasti mobilne robotike. Navedeni pristupi rješavanju problema upravljanja mobilnim robotima predstavljaju samo dio različitih načina koji se predlažu od velikog broja istraživača. Kompleksnost oblasti istraživanja i primjenjivost rješenja u brojnim praktičnim aplikacijama čine mobilne robote atraktivnim problemom istraživanja za široki krug istraživača različitih profila.

Na ovom nivou studije autor nije u mogućnosti da izloži sve probleme koji se postavljaju pred istraživačima u ovoj oblasti. Namjera je da se pokaže multidisciplinarnost oblasti i neophodnost uključivanja više različitih naučnih i inženjerskih oblasti u cilju rješavanja ovako kompleksnih problema.



## Glava 3

# Modeliranje mobilnog robota

### 3.1 Uvod

U nekoliko prethodnih dekada modeliranje mobilnih robota se zasnivalo na kinematičkoj analizi. Kinematički model mobilnog robota je adekvatan samo ako se robot pomjera malim brzinama i sa ograničenim ubrzanjima, tako da dinamički efekti mogu biti zanemareni. Noviji pristupi uključuju u modeliranje mobilnih robota i dinamiku sistema. Uočavaju se dva pristupa analize dinamike ovih sistema. Prvi pristup se zasniva na definisanju prostijih dinamičkih modela, zanemarujući neke dinamičke efekte kako bi se napravio model čija implementacija u upravljački sistem nije previše komplikovana. Najčešće se zanemaruje proklizavanje točkova (idealno kotrljanje) kao i pojava bočnog klizanja tokom kretanja u krivinama. Drugi pristup analizi dinamike zasnovan je na kompleksnoj analizi koja mobilni robot posmatra kao sistem više krutih tijela dinamički povezanih jedno sa drugim. Ovakvi modeli su tačniji, ali uključivanje velikog broja varijabli čini praktičnu primjenu ovakvih modela u cilju dinamičkog upravljanja u realnom vremenu veoma teškim zadatkom.

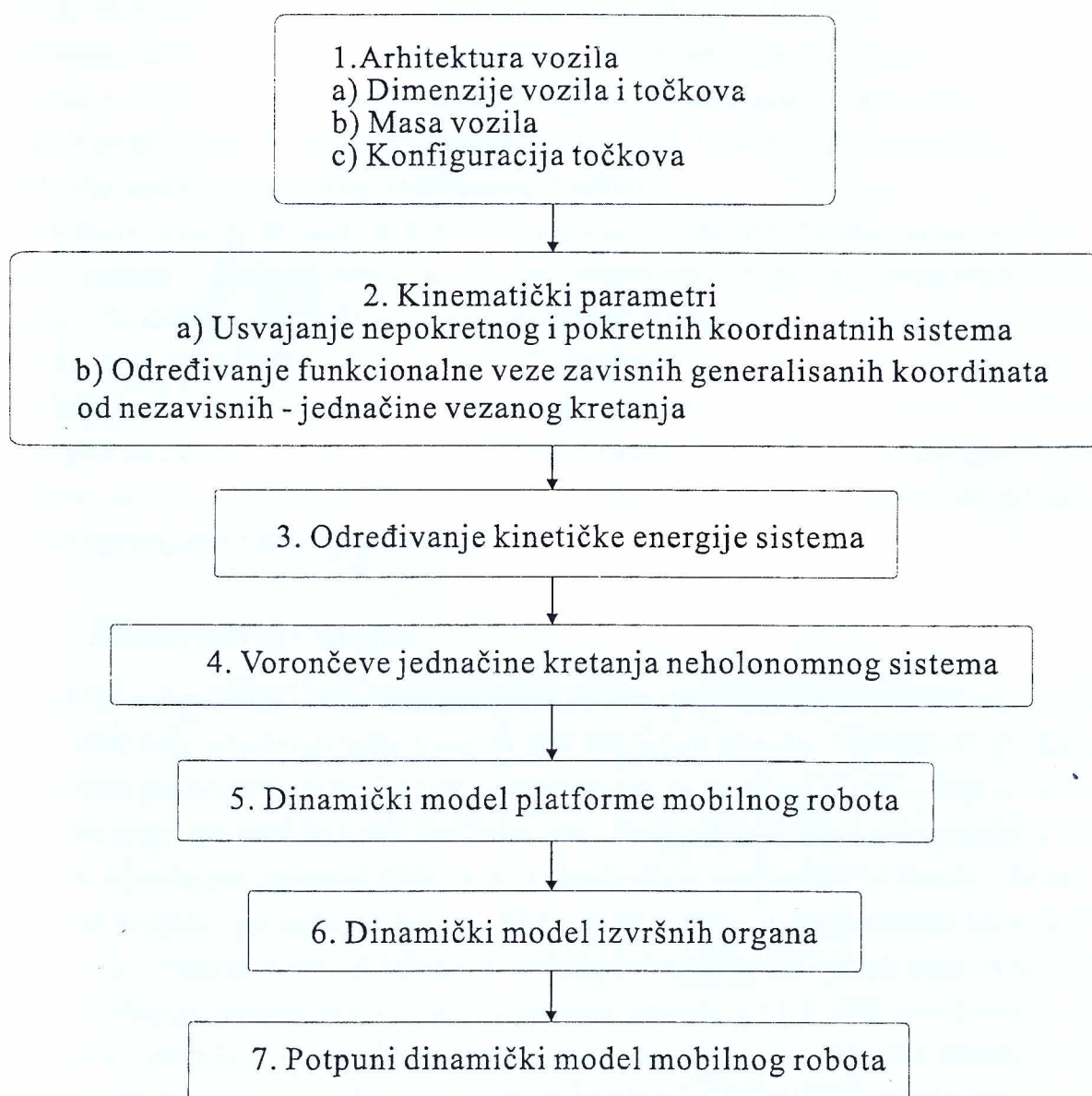
Dinamički model postaje potreba uspješnog projektovanja mobilnih robota. Analiza dinamike i simulacija na dinamičkom modelu omogućavaju nalaženje optimalnog konstruktivnog rješenja i omogućava da se u fazi projektovanja predvidi optimalni režim rada. Dinamički model se pokazuje neophodnim u cilju realizacije efikasnog upravljanja, jer upravljanje na bazi poznavanja dinamike omogućava brži i precizniji rad robota. Ujedno je moguće ostvariti optimalne uslove sa stanovišta utroška energije. U ovom dijelu disertacije je prikazan način formiranja matematičkog modela mobilnog robota sa točkovima kao i modeliranje čovječijeg hoda, odnosno bipedalne lokomocije.

### 3.2 Model mobilnog robota sa točkovima

U ovom dijelu opisane su jednačine kretanja mobilnog robota sa točkovima. Prvo ćemo razmatrati kinematičke jednačine, odnosno jednačine veza, a nakon toga izvesti jednačine



kretanja. Kao konačni rezultat prezentirane su jednačine kretanja posmatranog neholonomnog sistema u prostoru stanja. Bez realnih gubitaka u generalizaciji i vodeći računa da matematička izvođenja budu što je moguće jednostavnija, posmatraćemo, u ovoj analizi, mobilni robot kao kruta kolica sa nedeformabilnim točkovima koja se kreću u horizontalnoj ravni. Pozicija robota u ravni je opisana u nepokretnom koordinatnom sistemu fiksiranom za ravan kretanja, dok je pokretni koordinatni sistem vezan za mobilni robot.



Slika 3.1: Blok šema procedure formiranja dinamičkog modela mobilnog robota

Dinamički model mobilnog robota sa dva pogonska točka koji čini osnovu simulacionog paketa izveden je na osnovu teorije neholonomnih sistema. Za modeliranje dinamike sistema korišćene su jednačine Vornca. Za razliku od dinamičkih modela prisutnih u literaturi izvedeni model je proširen, a kao parametar se pojavljuje i pozicija centra mase mobilnog robota. Ovo proširenje modela omogućava analiziranje uticaja i ovog parametra na kretanje sistema.

Takođe, primijenjena metodologija daju prikladnu formu za prevođenje dinamičkog modela sistema u prostor stanja i primjenu optimalnog upravljanja.

Na slici 3.1 je prikazan dijagram toka formiranja dinamičkog modela mobilnog robota. Na početku procedure neophodno je izabrati dimenzije vozila, željenu nosivost vozila, kao i dimenzije, broj i raspored točkova. Izbor ovih parametara vrši se zavisno karakteristika postavljenog zadatka.

Drugi blok dijagrama pokazuje sledeću fazu u postupku definisanja dinamičkog modela. Određivanje kinematičkih parametara mobilnog robota zahtijeva usvajanje koordinatnih sistema nakon čega se mogu odrediti relacije koje daju funkcionalnu vezu između zavisnih i nezvisnih generalisanih koordinata posmatranog sistema. U ovom dijelu procedure definiše se kinematički model posmatranog neholonomnog sistema.

Procedura koja se izvršava u trećem bloku ima za cilj određivanja izraza za kinetičku energiju sistema. Dobijeni izrazi zajedno sa kinematičkim modelom predstavljaju ulaz za proceduru formiranja dinamičkog modela mobilnog robota zasnovanog na Voroncovim jedinačama kretanja neholonomnih dinamičkih sistema. Ovaj oblik jednačina kretanja daje formu koja je pogodna za primjenu predloženog načina upravljanja sistemom. Sledeći korak u postupku formiranja modela je pridruživanje dinamičkog modela aktuatora izvedenom dinamičkom modelu mobilnog robota. Ovim dolazimo do kompletnog dinamičkog modela koji povezuje upravljačke veličine sa kretanjem robota.

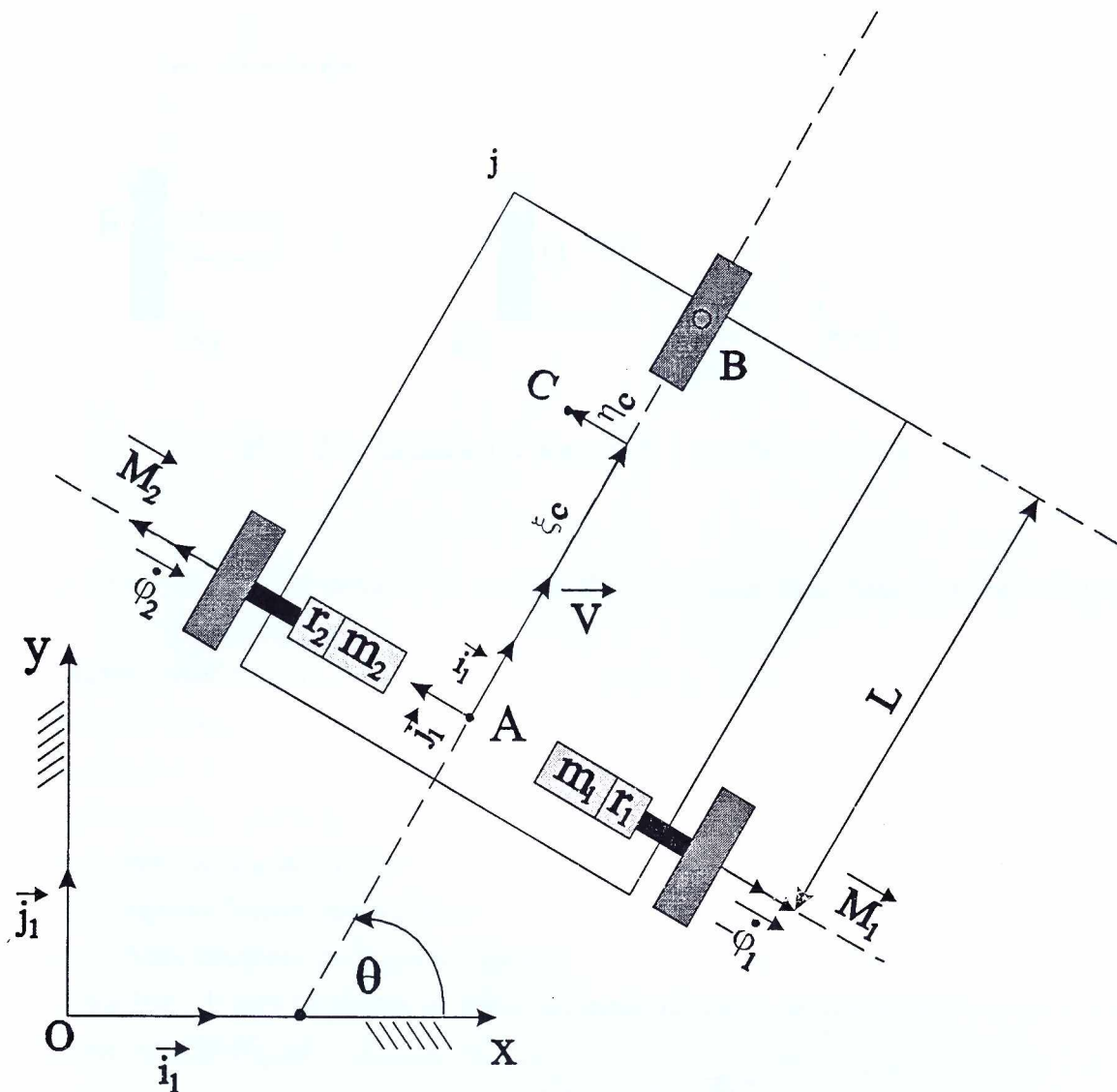
### 3.2.1 Kinematički model

Mobilni robot (Slika. 3.2), čine platforma sa dva pogonska točka postavljena paralelno bočnim stranama platforme upravljana sa dva nezavisna motora. Stabilnost platforme je obezbijedena pasivnim točkom (castor), postavljenim na prednjoj strani, koji se slobodno okreće oko svoje ose rotacije i oko vertikalne ose. Pomjeranje i orijentacija mobilnog robota postižu se nezavisnim pogonom točkova koji obezbjeđuju neophodne momente. Sistem ima tri stepena slobode (ravansko kretanje). Kretanje je opisano u nepokretnom koordinatnom sistemu  $xOy$ . Pozicija mobilnog robota je definisana koordinatama  $(x, y)$  tačke  $A$  koja predstavlja koordinatni početak pokretnog koordinatnog sistema  $A - \mathbf{i}_1 \mathbf{j}_1$ , dok je orijentacija definisana uglom  $\theta$  između  $x$  ose nepokretnog koordinatnog sistema i ose simetrije mobilnog robota mjenog u smjeru suprotno od smjera kretanja kazaljke na časovniku kao što je prikazano na Slici 3.2.

Pretpostavljeno je da, tokom kretanja, ravan pogonskih točkova ostaje vertikalna i točak se rotira oko svoje horizontalne ose čija je orijentacija u odnosu na vozilo fiksna. Posmatraćemo konvencionalni točak, za koji usvajamo klasičnu hipotezu da u tački kontakta između točka i podloge zadovoljava uslove da nema proklizavanja točkova i bočnog klizanja tokom kretanja.

Sledeća notacija je korišćena pri izvođenju jednačina veza i dinamičkog modela mobilnog robota:

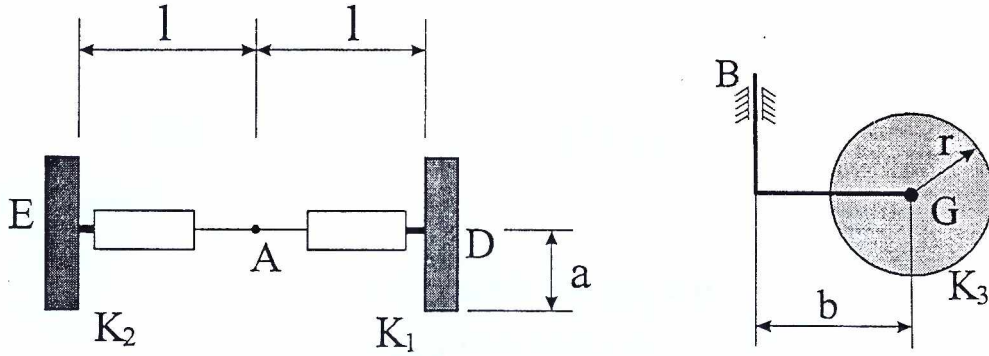




Slika 3.2: Skica mobilnog robota. Svi parametri su opisani u tekstu.

- $O - i_j$  : nepokretni koordinatni sistem;
- $A(x, y)$ : presjek ose simetrije sa osom točkova, gdje su  $(x, y)$  koordinate tačke  $A$  u nepokretnom koordinatnom sistemu  $O - i_j$  ;
- $A - i_1 j_1$ : koordinatni sistem vezan za mobilni robot;
- $C(\xi_c, \eta_c)$ : centar masemobilnog robota, gdje su  $(\xi_c, \eta_c)$  koordinate tačke  $C$  u koordinatnom sistemu  $A - i_1 j_1$ ;
- $l$ : rastojanje između pogonskih točkova i ose simetrije;
- $a$ : poluprečnik pogonskih točkova;
- $m_p$ : masa platforme bez točkova i pogona pripojenih točkovima;
- $m_w$ : masa pogonskog točka sa pripadajućim rotacionim djelovima pogona;
- $J_A^{(p)}$ : moment inercije platforme, bez točkova i pogona, oko vertikalne ose kroz tačku  $A$ ;
- $J_{w_a}$ : moment inercije točka sa pripadajućim rotacionim djelovima pogona oko ose rotacije





Slika 3.3: Geometrija pogonskih i pomoćnog točka

točka;

-  $J_{wd}$ : moment inercije točka sa pripadajućim rotacionim djelovima pogona oko prečnika točka ;

-  $L$ : dužina platforme u pravcu normalnom na pravac osovine točkova.

Za usvojene koordinatne sisteme definišemo generalisane koordinate:

-  $x$  i  $y$  kao koordinate položaja tačke  $A$  u nepokretnom koordinatnom sistemu,

-  $\theta$  ugao između uzdužne ose vozila i pozitivnog dijela  $x$  ose mjeren u smjeru suprotnom od kretanja kazaljke na časovniku,

-  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ , ugaone brzine pogonskih točkova.

Točkovi vozila dodiruju podlogu u tačkama  $K_1, K_2$  i  $K_3$  koje predstavljaju trenutne polove brzina (Slika 3.3). U tim tačkama, uz uslov da nema klizanja, brzina je jednaka nuli. Za prvi točak brzina u tački  $K_1$  je:

$$\vec{v}_{K1} = \vec{v}_D + (\vec{\theta} + \vec{\varphi}_1) \times \overrightarrow{DK_1} \quad (3.1)$$

odnosno

$$\vec{v}_{K1} = \vec{v}_A + \vec{\theta} \times \overrightarrow{AD} + (\vec{\theta} + \vec{\varphi}_1) \times \overrightarrow{DK_1} \quad (3.2)$$

Koristeći vezu između pokretnog i nepokretnog koordinatnog sistema koja je data relacijama:

$$\vec{i}_1 = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}, \quad (3.3)$$

$$\vec{j}_1 = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j},$$

$$\vec{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_1 \vec{j}_1,$$

$$\vec{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_2 \vec{j}_1,$$

$$\vec{\theta} = \dot{\theta} \vec{k}$$

i obzirom da je brzina u tački kontakta jednaka nuli:

$$\vec{v}_{K1} \cdot \vec{i}_1 = 0 \quad (3.4)$$

$$\vec{v}_{K1} \cdot \vec{j}_1 = 0 \quad (3.5)$$

odnosno

$$\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta + \dot{\theta} \left( \overrightarrow{AD} \times \vec{i}_1 \right) + \left( \vec{\theta} + \vec{\varphi}_1 \right) \left( \overrightarrow{DK} \times \vec{i}_1 \right) = 0 \quad (3.6)$$

dolazi se do relacija:

$$\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta + l\dot{\theta} - a\dot{\varphi}_1 = 0 \quad (3.7)$$

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (3.8)$$

Analogno predhodnom, za tačku  $K_2$  drugog točka važe relacije:

$$\vec{v}_{K2} = \vec{v}_E + \left( \vec{\theta} + \vec{\varphi}_2 \right) \times \overrightarrow{EK_2}$$

$$\vec{v}_{K2} = \vec{v}_A + \vec{\theta} \times \overrightarrow{AE} + \left( \vec{\theta} + \vec{\varphi}_2 \right) \times \overrightarrow{EK_2}$$

$$\vec{v}_{K2} \cdot \vec{i}_1 = 0$$

$$\vec{v}_{K2} \cdot \vec{j}_1 = 0$$

Na osnovu čega dobijamo jednačine:

$$\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - l\dot{\theta} - a\dot{\varphi}_2 = 0 \quad (3.9)$$

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (3.10)$$

Relacije (3.8) i (3.10) su identične i njima se definiše prva kinematička veza koja onemogućava mobilnom robotu kretanje u pravcu osovine pogonskih točkova (bočno klizanje).

$$\dot{y} \cos \theta - \dot{x} \sin \theta = 0 \quad (3.11)$$

Druga dva kinematička ograničenja opisana relacijama (3.7) i (3.9) definišu zahtjev kotrljanja točkova po podlozi bez proklizavanja:

$$\dot{y} \sin \theta + \dot{x} \cos \theta + l\dot{\theta} = a\dot{\varphi}_1 \quad (3.12)$$

$$\dot{y} \sin \theta + \dot{x} \cos \theta - l\dot{\theta} = a\dot{\varphi}_2 \quad (3.13)$$

Među ove tri kinematičke veze dvije su neholonomne, a jedna od njih je holonomna. Da bi dobili holonomnu vezu oduzećemo relaciju (3.12) od relacije (3.13):

$$2l\dot{\theta} = a(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \quad (3.14)$$



Integracijom gornje jednačine i prikladnim izborom početnih uslova za  $\theta$ ,  $\varphi_1$ , i  $\varphi_2$ , dobijamo:

$$\theta = \frac{a}{2l} (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.15)$$

Rezultati dva neholonomna ograničenja su:

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (3.16)$$

$$\dot{y} \sin \theta + \dot{x} \cos \theta = \frac{a}{2} (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \quad (3.17)$$

Neholonomna veza data relacijom (3.17) je dobijena sabiranjem (3.12) i (3.13).

Preuređivanjem relacija (3.14), (3.16) i (3.17) tako da zavisne generalisane brzine izrazimo u funkciji nezavisnih, odnosno upravljivih, dolazimo do kinematičkog modela analiziranog mobilnog robota:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{2} \cos \theta & \frac{a}{2} \cos \theta \\ \frac{a}{2} \sin \theta & \frac{a}{2} \sin \theta \\ \frac{a}{2l} & -\frac{a}{2l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

### 3.2.2 Dinamički model

Razmotrimo sada dinamiku sistema mobilnog robota, sa neholonomnim vezama. Trajektorija mobilnog robota je vezana za ravan, čime sistem ne može mijenjati svoju vertikalnu poziciju i njegova potencijalna energija  $U$  ostaje konstantna.

Kinetička energija sistema je suma kinetičkih energija platforme i dva pogonska točka. Ukupna kinetička energija je data sa:

$$T = \frac{1}{2} \left[ mV_A^2 + 2m(\vec{V}_A \times \vec{\omega}) \cdot \vec{AC} + \vec{\omega} J_{AZ} \vec{\omega} + J_{wa} (\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2) \right] \quad (3.19)$$

gdje je:

$$m = m_p + 2m_w,$$

$\vec{V}_A$  – linearna brzina,

$\vec{\omega}$  – ugaona brzina,

$C$  – centar mase krutog tijela, i

$J_{AZ} = J_C^{(p)} + m_p(\xi_c^2 + \eta_c^2) + 2(J_{wd} + m_w l^2)$  – moment inercije platforme sa točkovima oko vertikalne ose u tački  $A$ .

Kada posmatramo opisani mobilni robot sa platformom ( $p$ ) čiji je centar mase u tački  $C$  ( $\xi_c, \eta_c$ ) (Sl. 3.2) kinetička energija platforme dobija formu:

$$T = \frac{1}{2} \left[ m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + 2m \begin{vmatrix} \xi_c & \eta_c & 0 \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta & -\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\theta} \end{vmatrix} + J_{AZ} \dot{\theta}^2 + J_{wa} (\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2) \right] \quad (3.20)$$

kojoj odgovara sledeći zapis:

$$T = \frac{1}{2} \left\{ m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + 2m\dot{\theta} [\xi_c (-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta) - \eta_c (\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta)] + J_{AZ} \dot{\theta}^2 + J_{wa} (\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2) \right\} \quad (3.21)$$

Zamijenimo li  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  i  $\dot{\theta}$  relacijama 3.18 dobijamo izraz za kinetičku energiju  $\hat{T}$ :

$$\hat{T} = \frac{1}{2} \left\{ m \frac{a^2}{4} (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 + 2m \frac{a}{2l} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) [-\eta_c \frac{a}{2} (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)] + J_{AZ} \frac{a^2}{4l^2} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 + J_{wa} (\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2) \right\} \quad (3.22)$$

Nakon elementarnih transformacija izraz za kinetičku energiju  $\hat{T}$  dobija formu:

$$\hat{T} = \frac{ma^2}{8} \left\{ \left( 1 - \frac{2\eta_c}{l} + \frac{J_{AZ}}{ml^2} + \frac{4J_{wa}}{ma^2} \right) \dot{\varphi}_1^2 + 2 \left( 1 - \frac{J_{AZ}}{ml^2} \right) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \left( 1 + \frac{2\eta_c}{l} + \frac{J_{AZ}}{ml^2} + \frac{4J_{wa}}{ma^2} \right) \dot{\varphi}_2^2 \right\} \quad (3.23)$$

### Jednačine Voroneca

Budući da analiziramo neholonoman sistem neophodno je navesti neke važne karakteristike takvog sistema. Posmatrajmo neholonoman mehanički sistem određen  $n$ -dimenzionalnim konfiguracionim prostorom sa generalizovanim koordinatama  $q_1, \dots, q_n$ , ukupnom kinetičkom energijom  $T = T(q_1 \dots q_n, \dot{q}_1 \dots \dot{q}_n, t)$  i generalisanim silama sistema  $Q_i(q_1 \dots q_n, \dot{q}_1 \dots \dot{q}_n, t)$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Pretpostavimo da kretanje sistema ograničava  $k$  diferencijalnih veza, čije se jednačine mogu napisati u obliku:

$$\dot{q}_{m+\nu} = \sum_{i=1}^m \alpha_{\nu i} \dot{q}_i, \quad \nu = 1, \dots, k < n; \alpha_{\nu i} = \alpha_{\nu i}(q_1 \dots q_m) \quad (3.24)$$

gdje su  $\dot{q}_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) nezavisne generalizovane koordinate sistema

Za dalju analizu kretanja veoma su prikladne jednačine uvedene od strane Voroneca [96]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \hat{T}}{\partial q_i} - \sum_{\nu=1}^k \frac{\partial \hat{T}}{\partial q_{m+\nu}} \alpha_{\nu i} - \sum_{\nu=1}^k \sum_{j=1}^m \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{m+\nu}} \beta_{ij}^{\nu} \dot{q}_j = Q_i + \sum_{\nu=1}^k Q_{m+\nu} \alpha_{\nu i}; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.25)$$

gdje su koeficijenti  $\beta_{ij}^{\nu}$  ( $i, j = 1, \dots, m; \nu = m+1, \dots, n$ ) određeni sa:



$$\beta_{ij}^\nu = \frac{\partial \alpha_{\nu i}}{\partial q_j} + \sum_{\mu=1}^k \frac{\partial \alpha_{\nu i}}{\partial q_{m+\mu}} \alpha_{\mu j} - \frac{\partial \alpha_{\nu j}}{\partial q_i} - \sum_{\mu=1}^k \frac{\partial \alpha_{\nu j}}{\partial q_{m+\mu}} \alpha_{\mu i} \quad (3.26)$$

a  $\hat{T} = \hat{T}(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t)$  se dobija kada se u izrazima za kinetičku energiju  $T$  zavisne generalisane brzine izraze preko nezavisnih, tj. relacije (3.24) uvrste u izraz za  $T$ . Diferencijalne jednačine (3.25) i jednačine veza (3.24) čine sistem čijom se integracijom, uz poznate početne uslove:  $q_1(t_0) = q_{10}, \dots, q_n(t_0) = q_{n0}, \dot{q}_1(t_0) = \dot{q}_{10}, \dots, \dot{q}_n(t_0) = \dot{q}_{n0}$ , određuju konačne jednačine kretanja sistema  $q_1(t), \dots, q_n(t)$ .

U slučaju opisane konfiguracije mobilnog robota imamo pet generalisanih koordinata od kojih su dvije nezavisne, tj. određuju broj stepena slobode,  $q_1 = \varphi_1, q_2 = \varphi_2, q_3 = x, q_4 = y, q_5 = \theta$ , odnosno  $m = 2$  i  $\nu = 3$ . Generalisane sile su  $Q_1 = M_1$  i  $Q_2 = M_2$ , dok su preostale jednake nuli. Relacije (3.25) uvode vezu između kinetičke energije i generalisanih sila. Kako  $\hat{T}$  zavisi samo od  $\dot{\varphi}_1$  i  $\dot{\varphi}_2$  onda je:  $\frac{\partial \hat{T}}{\partial q_{m+\nu}} = 0$ , pa sistem jednačina (3.25) u analiziranom primjeru postaje:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \dot{q}_1} - \sum_{\nu=1}^3 \frac{\partial T}{\partial q_{2+\nu}} \beta_{12}^\nu \dot{q}_2 = Q_1 \quad (3.27)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \dot{q}_2} - \sum_{\nu=1}^3 \frac{\partial T}{\partial q_{2+\nu}} \beta_{21}^\nu \dot{q}_1 = Q_2 \quad (3.28)$$

Iz jednačina veza dobijamo za usvojenu notaciju:

$$\dot{q}_{2+1} = \left(\frac{a}{2} \cos \theta\right) \dot{q}_1 + \left(\frac{a}{2} \cos \theta\right) \dot{q}_2 \Rightarrow \alpha_{11} = \alpha_{12} = \frac{a}{2} \cos q_5$$

$$\dot{q}_{2+2} = \left(\frac{a}{2} \sin \theta\right) \dot{q}_1 + \left(\frac{a}{2} \sin \theta\right) \dot{q}_2 \Rightarrow \alpha_{21} = \alpha_{22} = \frac{a}{2} \sin q_5$$

$$\dot{q}_{2+3} = \frac{a}{2l} \dot{q}_1 + \frac{a}{2l} \dot{q}_2 \Rightarrow \alpha_{31} = \alpha_{32} = \frac{a}{2l}$$

Koristeći jednačine (3.26) dolazimo do:

$$\begin{aligned} \beta_{12}^1 &= -\beta_{21}^1 = \frac{a^2}{2l} \sin \theta; \\ \beta_{12}^2 &= -\beta_{21}^2 = -\frac{a^2}{2l} \cos \theta; \\ \beta_{12}^3 &= \beta_{21}^3 = 0 \end{aligned}$$

Nakon zamjene dobijenih koeficijenat i sređivanja izraza sistem diferencijalnih jednačina (3.27) može se zapisati na sledeći način:

$$\begin{aligned} C_1 \ddot{\varphi}_1 + C_2 \ddot{\varphi}_2 + C_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \dot{\varphi}_2 &= M_1 \\ C_4 \ddot{\varphi}_1 + C_5 \ddot{\varphi}_2 - C_6 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \dot{\varphi}_1 &= M_2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

gdje su  $M_1$  i  $M_2$  momenti na osovinama lijevog i desnog točka respektivno i :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{ma^2}{4} \left( 1 - \frac{2\eta_c}{l} + \frac{J_{AZ}}{ml^2} + \frac{4J_{wa}}{ma^2} \right); \\ C_2 &= \frac{ma^2}{4} \left( 1 - \frac{J_{AZ}}{ml^2} \right) = C_4; \\ C_3 &= \frac{ma^3}{4l^2} \xi_c = C_6; \\ C_5 &= \frac{ma^2}{4} \left( 1 + \frac{2\eta_c}{l} + \frac{J_{AZ}}{ml^2} + \frac{4J_{wa}}{ma^2} \right) \end{aligned}$$

Relacije (3.18) i (3.29) predstavljaju konačnu formu diferencijalnih jednačina kretanja mobilnog robota. Da bi se definisao potpuni dinamički model mobilnog robota neophodno je u dobijene relacije uključiti i dinamički model izvršnih organa koji pokreću mehaničke stepene slobode. Za ovu studiju izabran je dinamički model motora jednosmjerne struje sa permanentnim magnetom opisan relacijama [97]:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{m1} &= A_1 u_1 - A_2 \ddot{\varphi}_1 - A_3 \dot{\varphi}_1 \\ \bar{M}_{m2} &= A_1 u_2 - A_2 \ddot{\varphi}_2 - A_3 \dot{\varphi}_2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$A_1 = \frac{C_m N_M}{R_r}; A_2 = J_m N_v N_M; A_3 = B_c - \frac{C_e N_v C_m N_M}{R_r}$$

U relacijama (3.30) primijenjena je sledeća notacija:

$u_1, u_2$  - normalizovani naponi DC motora prema maksimalnom naponu napajanja;

$C_m$  - konstanta momenta;

$R_r$  - otpornost namotaja rotora;

$J_m$  - moment inercije rotora DC motora;

$B_c$  - koeficijent viskoznog trenja;

$C_e$  - konstanta elektromotorne sile;

$\bar{M}_{m1}, \bar{M}_{m2}$  - ukupan moment na osovini reduktora;

$N_v, N_M$  - prenosni odnos (brzine i momenta).

Uključujući dinamički model aktuatora u jednačine (3.29) dobijamo :

$$\begin{aligned} C_1 \ddot{\varphi}_1 + C_2 \ddot{\varphi}_2 + C_3 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \dot{\varphi}_2 &= A_1 u_1 - A_2 \ddot{\varphi}_1 - A_3 \dot{\varphi}_1 \\ C_4 \ddot{\varphi}_1 + C_5 \ddot{\varphi}_2 - C_6 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \dot{\varphi}_1 &= A_1 u_2 - A_2 \ddot{\varphi}_2 - A_3 \dot{\varphi}_2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

čime smo došli do potpunog dinamičkog modela mobilnog robota koji uključuje dinamički model platforme i dinamički model aktuatora. Primijenjena metodologija omogućava da se veoma jednostavno mogu u analizu uključiti i drugi tipovi pogona.

Završni korak u matematičkom modeliranju mobilnog robota je prevođenje modela datog sistemom diferencijalnih jednačina (3.31) u prostor stanja. Za izabrani vektor promjenljivih stanja je  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ , gdje je  $x_1 = \varphi_1, x_2 = \dot{\varphi}_1, x_3 = \varphi_2, x_4 = \dot{\varphi}_2$ , rješavajući sistem



(3.31), dinamika mobilnog robota se može opisati u formi:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= P_2 + \sum_{j=1}^2 G_{2j} u_j \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= P_4 + \sum_{j=1}^2 G_{4j} u_j\end{aligned}\tag{3.32}$$

Izrazi  $P_2$ ,  $P_4$ ,  $G_{2j}$ ,  $G_{4j}$ ,  $j = 1, 2$  su nelinearne funkcije dobijene kao rezultat niza linearnih transformacija sistema (3.31).

$$\begin{aligned}P_1 &= S_1 x_1^2 + S_2 x_1 + S_3 x_1 x_2 + S_4 x_2 + S_5 x_2^2 \\ G_{11} &= S_6 \quad G_{12} = S_7 \\ P_2 &= S_8 x_1^2 + S_9 x_1 + S_{10} x_1 x_2 + S_{11} x_2 + S_{12} x_2^2 \\ G_{21} &= S_{13} \quad G_{22} = S_{14}\end{aligned}\tag{3.33}$$

gdje su

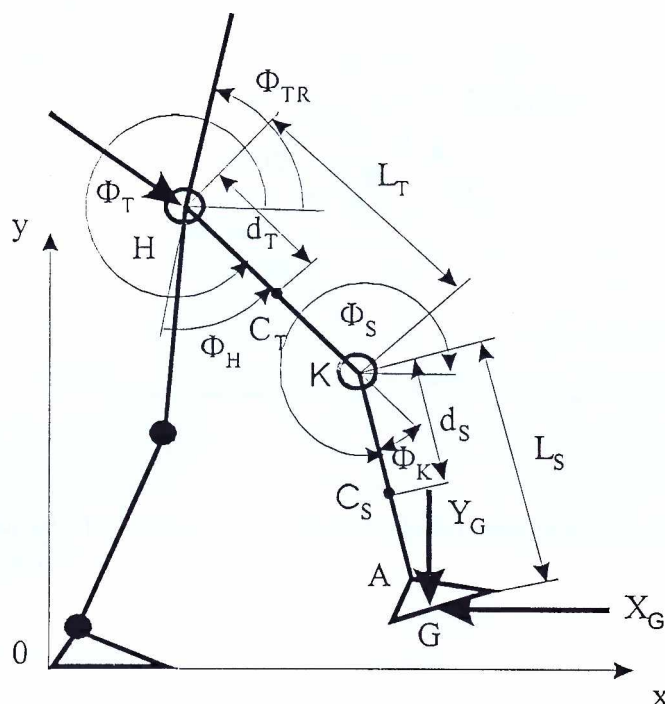
$$\begin{aligned}S_1 &= -C_2 C_6 / \Delta ; S_2 = -A_3 (C_5 + A_2) / \Delta ; \\ S_3 &= (C_2 C_6 - C_3 C_5 - A_2 C_3) / \Delta ; S_4 = C_2 A_3 / \Delta ; \\ S_5 &= C_3 (C_5 + A_2) / \Delta ; S_6 = A_1 (C_5 + A_2) / \Delta ; \\ S_7 &= -C_2 A_1 / \Delta ; S_8 = C_6 (C_1 + A_2) / \Delta ; S_9 = C_4 A_3 / \Delta ; \\ S_{10} &= (C_4 C_6 - C_1 C_6 - A_2 C_6) / \Delta ; S_{11} = -A_3 (C_1 + A_2) / \Delta ; \\ S_{12} &= C_4 C_6 / \Delta ; S_{13} = -C_4 A_1 / \Delta ; S_{14} = A_1 (C_1 + A_2) / \Delta \\ \Delta &= (C_1 + A_2) (C_5 + A_2) - C_4 C_2\end{aligned}\tag{3.34}$$

Matematički model mobilnog robota sa točkovima u prostoru stanja opisan relacijama (3.32), uključujući nelinearne funkcije  $P_2$ ,  $P_4$ ,  $G_{2j}$ ,  $G_{4j}$ ,  $j = 1, 2$  (relacije 3.33 i 3.34) predstavlja osnovu za formiranje interaktivnog simulacionog alata za analizu ponašanja mobilnog robota.

### 3.3 Model antropomorfnog mehanizma

Modelovanje bipedalne lokomocije, primijenjeno u ovom radu, je zasnovano na D’Alambert-ovom principu pri čemu je uticaj pomjeranja tijela (ruke, glava, trup i kontralateralna noga) predstavljen djelovanjem odgovarajuće sile i momenta u zglobovima kuka noge čije se kretanje modelira. Noga se modelira kao planarni dvosegmentni sistem krutih tijela. Efekti reakcije podloge i veza sa tijelom su uključeni u prikazanom modelu. Model koji je ovdje simuliran je

redukovano dvosegmentno klatno čija se tačka vješanja pomjera sa tijelom u odnosu na zemlju (Slika 3.4).

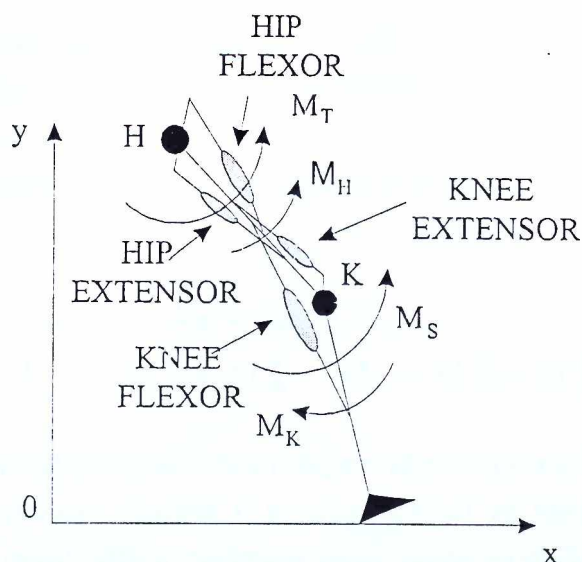


Slika 3.4: Model tijela na kome su definisani uglovi, segmenti dužina i interaktivne sile uključene u planarni dinamički model bipedalne lokomocije.

Noga predstavlja dvosegmentno klatno pri čemu su ekstenzija i fleksija u kuku i koljenu sa fiziološkim ograničenjima. Pretpostavljamo da se noga pomjera sa dva para monoartikularnih mišića (Slika 3.5) koji djeluju na zglobove kuka i koljena. Model ne uključuje aktivan skočni i zglobove prstiju. Ova ograničenja su uvedena obzirom na postavljeni zadatak. Model predstavlja osnovu za projektovanje interaktivnog alata koji treba da omogući određivanje aktivacionog nivoa naponskih signala neophodnih za funkcionalnu električnu stimulaciju mišića osoba sa oštećenjima centralnog nervnog sistema. Pretpostavlja da pacijent koristi ortozu koja daje stabilnost skočnog zgloba onemogućavajući bočne otklone.

Zbog raznih poremećaja i ograničene snage mišića ekstenzora i fleksora kuka i koljena, potkoljenica i butina neće savršeno pratiti željenu trajektoriju. Tada prevodimo trajektorije potkoljenice i butine u ubrzanje kuka, brzinu i poziciju, silu u kuku i reakciju podloge kao i ugao trupa. Kao ulaze u simulaciju posmatramo ubrzanje kuka, ugao trupa u odnosu na horizontalu, i reakciju podloge, tako da oni ostaju nepromjenljivi. Pretpostavka da pacijent može ova ograničenja kompenzovati voljnom akcijom trupa i gornjih ekstremiteta. Trajektorija, korišćena za simulaciju, snimljena je tokom kretanja zdrave osobe sa ortozom koja učvršćuje stopalo i skočni zglob.





Slika 3.5: Model mišića koji pokreću nogu sa momentima neophodnim za definisanje planarnog dinamičkog modela bipedalne lokomocije.

Sledeći sistem diferencijalnih jednačina opisuje dinamiku:

$$A_1\ddot{\phi}_S + A_2\ddot{\phi}_T \cos(\phi_T - \phi_S) + A_3\dot{\phi}_T^2 \sin(\phi_T - \phi_S) - A_4\ddot{x}_H \sin \phi_S - \\ - A_5(\ddot{y}_H + g) \cos \phi_S - X_G L_S \sin \phi_S + Y_G L_S \cos \phi_S = M_S \quad (3.35)$$

$$B_1\ddot{\phi}_T + B_2\ddot{\phi}_S \cos(\phi_T - \phi_S) + B_3\dot{\phi}_S^2 \sin(\phi_T - \phi_S) - B_4\ddot{x}_H \sin \phi_T - \\ - B_5(\ddot{y}_H + g) \cos \phi_S - X_G L_T \sin \phi_T + Y_G L_T \cos \phi_T = M_T \quad (3.36)$$

gdje su koeficijenti u gornjim relacijama dati izrazima

$$\begin{aligned} A_1 &= J_{CS} + m_S d_s^2, \quad B_1 = J_{CT} + m_S L_T^2 + m_T d_T^2 \\ A_2 &= m_S d_s L_T, \quad B_2 = A_2, \quad A_3 = -A_2, \quad B_3 = B_2 \\ A_4 &= m_S d_S, \quad B_4 = m_S L_T + m_T d_T, \quad A_5 = -A_4, \quad B_5 = -B_4 \end{aligned}$$

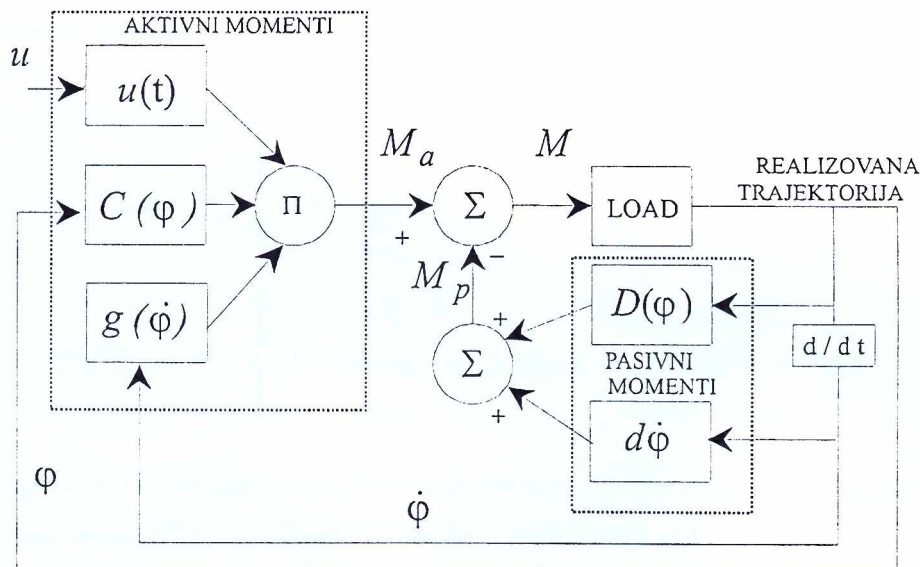
Korišćena je sledeća notacija:  $S$ - potkoljenični segment (uključujući stopalo);  $T$  - butni segment;  $CS$ ,  $CT$  - centar mase potkoljeničnog i butnog segmenta;  $H$ - zglob kuka;  $K$  - zglob koljena;  $G$  - tačka kontakta sa podlogom;  $d_s, d_t$  - rastojanje odgovarajućeg zgloba i centra mase segmenta;  $L_s, L_t$  - dužine potkoljenice i butine;  $m_s, m_t$  - mase potkoljenice i butine;  $J_{cs}, J_{ct}$ - moment inercije potkoljenice i butine oko centralne ose normalno na  $xOy$  ravan;  $g$  - gravitaciono ubrzanje;  $F_H$ - sila akcije u zglobu kuka;  $X_G, Y_G$ - horizontalna i vertikalna komponenta sile reakcije podloge;  $M_S, M_T$  - ukupni momenti koji djeluju na pripadajuće segmente;  $M_K, M_H$  - momenti u zglobu koljena i kuka;  $\ddot{x}_H, \ddot{y}_H$  - horizontalna i vertikalna

komponenta ubrzanja kuka;  $\phi_S$ ,  $\phi_T$  - uglovi potkoljeničnog i butnog segmenta u odnosu na horizontalnu osu ( $Ox$ );  $\phi_K$ ,  $\phi_H$  - uglovi u zglobo koljena i kuka;  $\phi_{TR}$  - ugao trupa u odnosu na horizontalnu osu ( $Ox$ ).

Relacijama (3.37) definisani su ukupni momenti koji djeluje na pojedine segmente (Slika 3.5):

$$\begin{aligned} M_S &= -M_K, & M_T &= M_K + M_H \\ M_K &= M_K^f - M_K^e - M_K^r, & M_H &= M_H^f - M_H^e - M_H^r \end{aligned} \quad (3.37)$$

Fleksija zgloba je definisana u pozitivnom smjeru ugaone promjene; uzimamo prema tome fleksioni moment kao pozitivan. Indeks  $f$  je odgovarajući za fleksioni mišić, a indeks  $e$  je ekvivalent sa ekstenzionim mišić. Uticaj pasivnog tkiva zgloba je uključen otpornim momentom (indeks  $r$ ) koji će biti opisan kasnije jednačinama (3.38). Razlika u znaku ekstenzione i fleksione komponente momenta u zglobo posledica je definicije referentnog koordinatnog sistema. Na primjer, ekstenzija u kuku je suprotna pozitivnom smjeru, ali je akt ekstenzije u koljenu u istom smjeru kao pozitivan ugao u  $xOy$  koordinatnom sistemu.



Slika 3.6: Blok šema prikazan na slici je ekvivalentna mišićnoj aktivnosti u zglobovima koljena i kuka opisanih u tekstu.

Model mišića korišćen za simulaciju ekvivalentnih fleksionih i ekstenzionih mišića je baziran na originalnom radu Hill-a [103] i Wilkie [104], koji reprezentuju dinamiku mišića preko kontraktivne komponente i nelinearnog niza i paralelnih viskozoelastičnih elemenata. Specifičan model korišćen u ovoj studiji sličan je sa prezentiranim u [112]. Kao što je prikazano na slici 3.6, aktivni momenti zavise od proizvoda tri faktora: neuralnih aktivacionih ulaza, dužine i brzine mišića. Uglovi u zglobovima koljena i kuka  $\phi_K = \phi_T - \phi_S$  i  $\phi_H = \phi_T - \phi_{TR} - \pi$ , i



njihovi izvodi povezani su sa brzinom skraćivanja mišića. Pretpostavljajući da se svi fleksioni mišići zglobova mogu predstaviti jednim fleksionim mišićem i svi ekstenzionim mišići zglobova jednim ekstenzorom [105], i koristeći modifikovani Hill-ov model takvog mišića [106, 107, 108, 109] mogu se primijeniti sledeće jednačine (Sl. 3.6):

$$\begin{aligned}
 M_K^f &= (c_{12}\dot{\phi}_K^2 + c_{11}\dot{\phi}_K + c_{10}) g_K^f(\dot{\phi}_K) u_1 \\
 M_K^e &= (c_{22}\dot{\phi}_K^2 + c_{21}\dot{\phi}_K + c_{20}) g_K^e(\dot{\phi}_K) u_2 \\
 M_H^f &= (c_{32}\dot{\phi}_K^2 + c_{31}\dot{\phi}_K + c_{30}) g_H^f(\dot{\phi}_H) u_3 \\
 M_H^e &= (c_{42}\dot{\phi}_H^2 + c_{41}\dot{\phi}_H + c_{40}) g_H^e(\dot{\phi}_H) u_4
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Koeficijenti  $c_{ij}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 0, 1, 2$ ) u jednačinama (3.38) određuju najbolju polinomno fitovanje drugog reda eksperimentalno snimljenih podataka za zdravu osobu i osobu sa oštećenjem nervnog sistema. Kvadratni polinom je izabran kao najjednostavnija fitujuća kriva. Procedura određivanja parametara je opisana detaljno u [95, 110, 111]. Napomenimo da su sve vrijednosti pozitivne (tj., ako je desna strana jednačina (3.38) postaje negativna odgovarajući moment dobija vrijednost 0).

Normalizovani momenti zglobova u odnosu na ugaone brzine zglobova u (3.38) određene su sa:

$$\begin{aligned}
 g_K^f(\dot{\phi}_K) &= \begin{cases} c_{14}, & \dot{\phi}_K < (1 - c_{14})/c_{13} \\ 1 - c_{13}\dot{\phi}_K, & (1 - c_{14})/c_{13} < \dot{\phi}_K < 1/c_{13} \\ 0, & 1/c_{13} \leq \dot{\phi}_K \end{cases} \\
 g_K^e(\dot{\phi}_K) &= \begin{cases} 0, & \dot{\phi}_K < 1/c_{23} \\ 1 + c_{23}\dot{\phi}_K, & -1/c_{23} < \dot{\phi}_K < (c_{24} - 1)/c_{23} \\ c_{24}, & 1/c_{13} \leq \dot{\phi}_K \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Jednačine za zglob kuka imaju istu formu samo koeficijente  $c_{12}, c_{14}, c_{23}, c_{24}$  treba zamijeniti sa  $c_{33}, c_{34}, c_{43}, c_{44}$  respektivno, i indeks  $K$  sa  $H$ . Koeficijenti  $c_{ij}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 3, 4$ ) determinišu nagib i nivo saturacije linearizovanih momenata u odnosu na brzinu mišićnog skraćjenja. Ovi koeficijenti su određeni metodologijom opisanom u [95].

Upravljački ulazi  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) su varijable ograničene između 0 i 1, i daju nivo aktivacije svakog ekvivalentnog mišića i njihovo određivanje je svrha simulacije. U cilju pojednostavljenja namjeravamo koristiti samo nivo aktivacije. Kompletniji model mora uključiti dinamiku aktivacije, u značenju usporenog dejstva nakon što se primijeni aktuelna električna stimulacija. Tada izgled aktivacija ima oblik impulsa filtriranog niskopropusnim filtrom [112].

$$\begin{aligned}
 M_K^r &= d_{11}(\phi_K - \phi_{K0}) + d_{12}\dot{\phi}_K + d_{13}e^{d_{14}\phi_K} - d_{15}e^{d_{16}\phi_K} \\
 M_H^r &= d_{31}(\phi_H - \phi_{H0}) + d_{32}\dot{\phi}_H + d_{33}e^{d_{34}\phi_H} - d_{35}e^{d_{36}\phi_H}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Jednačine (3.40) daju nelinearne otporne momente koji zavise i od ugla zgloba i od njegove ugaone brzine. Prva dva izraza u jednačinama (3.40) su povezana sa modelovanjem ponašanja vezivnog tkiva zgloba svedena na funkciju prvog reda. Preostali izrazi su nelinearne komponente reaktivnog momenta u blizini krajnjeg položaja, i modelovane su kao dvije eksponencijalne funkcije [111]. Određivanje otpornih momenata je kompleksan problem kod osoba sa oštećenjima centralnog nervnog sistema. Parametri  $d_{ij}$  ( $i = 1, 3; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) su određeni na osnovu eksperimentalnih podataka [111]. Uglovi  $\phi_{K0}$ ,  $\phi_{H0}$  su neutralne pozicije zgloba koljena i kuka kada je ukupni moment jednak nuli. Dužine i inercijalni parametri opisani na slici 3.4 i potrebni za simulaciju određuju se procedurom datom u [111] za svakog pacijenta pojedinačno.

Ulazni fajl za simulaciju je pripremljen procesiranjem podataka koje čine: ugao trupa u odnosu na horizontalnu podlogu, uglovi zglobova koljena i kuka, ubrzanje kuka i sila reakcije podloge. Podaci su snimljeni u toku kretanja zdrave osobe na pokretnoj traci u trajanju od pet minuta, pri čemu su skočni zglob i stopalo imali ortozu. Kao senzori su korišćeni senzori sile (četiri otporničke trake) ugrađeni u uložak cipele, fleksibilni goniometri na zglobovima noge i potencijometrijsko klatno na tijelu [113]. Podaci su odabirani učestanošću 100 Hz. Originalni kinematički i dinamički podaci su filtrirani niskopropusnim filtrom od 5 Hz [114]. Komponente ubrzanja kuka su proračunate na osnovu kinematičkih podataka. Dva seta površinskih elektroda snimala su EMG aktivnost kvadricepsa i hamstring mišića. EMG signal je pojačavan, ispravljan i integraljen u intervalima od 10ms.

Matematički model za simulaciju je izveden u prostoru stanja. Vektor promjenljivih stanja je  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ , gdje je  $x_1 = \phi_S$ ,  $x_2 = \dot{\phi}_S$ ,  $x_3 = \phi_T$ ,  $x_4 = \dot{\phi}_T$ . Promjenljive stanja sistema su ograničene fiziološkim granicama kretanja na  $0 \leq \phi_K \leq \pi/2$ ,  $-\pi/4 \leq \phi_H \leq 3\pi/8$  i  $2\pi/5 \leq \phi_{TR} \leq 3\pi/5$ , što implicira ograničenja promjenljivih stanja  $a \leq x_1 \leq b$  i  $c \leq x_3 \leq d$ , gdje je:  $a = 1.15\pi$ ,  $c = 0.65\pi$ ,  $b = d = 1.975\pi$ .

Rješavajući sistem (3.35-3.36) obzirom na  $\dot{x}_2$  i  $\dot{x}_4$ , moguće je opisati dinamiku noge upravljane sa dva mišićna ekvivalenta u kuku i u koljenu sa:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= P_2 + \sum_{j=1}^4 G_{2j} u_j \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= P_4 + \sum_{j=1}^4 G_{4j} u_j\end{aligned}\tag{3.41}$$

Izrazi  $P_2, P_4, G_{2j}, G_{4j}$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  su nelinearne funkcije dobijene kao rezultat niza lin-



earnih transformacija sistema (3.35-3.41), date su izrazima:

$$\begin{aligned}
 \Delta &= A_1 B_1 - A_2 B_2 \cos^2(x_3 - x_1) \\
 P_2 &= [B_1 F_{10} - A_2 F_{20} \cos(x_3 - x_1)] / \Delta \\
 P_4 &= [A_1 F_{20} - B_2 F_{10} \cos(x_3 - x_1)] / \Delta \\
 G_{21} &= [B_1 F_{11} - A_2 F_{21} \cos(x_3 - x_1)] / \Delta \\
 G_{22} &= [B_1 F_{12} - A_2 F_{22} \cos(x_3 - x_1)] / \Delta \\
 G_{23} &= -A_2 F_{23} \cos(x_3 - x_1) / \Delta \\
 G_{24} &= -A_2 F_{24} \cos(x_3 - x_1) / \Delta \\
 G_{41} &= [A_1 F_{21} - B_2 F_{11} \cos(x_3 - x_1)] / \Delta \\
 G_{42} &= [A_1 F_{22} - B_2 F_{12} \cos(x_3 - x_1)] / \Delta \\
 G_{43} &= A_1 F_{23} / \Delta, \quad G_{44} = A_1 F_{24} / \Delta
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

gdje su:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= F_{10} + F_{11} u_1 + F_{12} u_2 \\
 F_2 &= F_{20} + F_{21} u_1 + F_{22} u_2 + F_{23} u_3 + F_{24} u_4
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

a pojedini članovi izraza

$$\begin{aligned}
 F_{10} &= A_3 x_4^2 \sin(x_3 - x_1) - A_4 \ddot{x}_H \sin x_1 - A_5 (\ddot{y}_H + g) \cos x_1 - X_G L_S \sin x_1 + Y_G L_S \cos x_1 + \\
 &\quad + d_{11}(x_3 - x_1 - \phi_{K0}) + d_{12}(x_4 - x_2) + d_{13} e^{d_{14}(x_3 - x_1)} - d_{15} e^{d_{16}(x_3 - x_1)} \\
 F_{11} &= -[c_{12}^2(x_3 - x_1)^2 + c_{11}(x_3 - x_1) + c_{10}](1 - c_{13}x_4 + c_{13}x_2) \\
 F_{12} &= [c_{22}(x_3 - x_1)^2 + c_{21}(x_3 - x_1) + c_{20}](1 + c_{23}x_4 - c_{23}x_2) \\
 F_{20} &= -B_3 x_2^2 \sin(x_3 - x_1) + B_4 \ddot{x}_H \sin x_3 + B_5 (\ddot{y}_H + g) \cos x_1 + X_G L_T \sin x_3 - Y_G L_T \cos x_3 - \\
 &\quad - d_{11}(x_3 - x_1 - \phi_{K0}) - d_{12}(x_4 - x_2) - d_{13} e^{d_{14}(x_3 - x_1)} + d_{15} e^{d_{16}(x_3 - x_1)} + \\
 &\quad + d_{31}(x_3 - \phi_{TR} - \phi_{H0} - \pi) + d_{32}(x_4 - \dot{\phi}_{TR}) + d_{33} e^{d_{34}(x_3 - \phi_{TR} - \pi)} - d_{35} e^{d_{36}(x_3 - \phi_{TR} - \pi)} \\
 F_{21} &= -F_{11}, \quad F_{22} = -F_{12} \\
 F_{23} &= [c_{32}(x_3 - \phi_{TR} - \pi)^2 + c_{31}(x_3 - \phi_{TR} - \pi) + c_{30}](1 + c_{33}x_4 - c_{33}\dot{\phi}_{TR}) \\
 F_{24} &= -[c_{42}(x_3 - \phi_{TR} - \pi)^2 + c_{41}(x_3 - \phi_{TR} - \pi) + c_{40}](1 + c_{43}x_4 - c_{43}\dot{\phi}_{TR})
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Relacije (3.41), koje opisuju dinamiku ovog sistema u prostoru stanja imaju istu formu kao relacije (3.32) kojima je opisana dinamika mobilnog robota sa točkovima. Oba modela su prikazana u istoj formi. Razlika je u izrazima koji opisuju nelinearne funkcije  $P_2, P_4, G_{2j}, G_{4j}$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ .

## Glava 4

# Optimalno upravljanje i dinamičko programiranje

### 4.1 Uvod

Razvoj teorije optimalnog upravljanja iniciran je 60-tih godina objavljivanjem radova grupe ruskih matematičara prevođenih prof. L. S. Potrjaginom i radovima američkih istraživača R. Belmana (Bellman) i R. E. Kalmana (Kalman). U toj teoriji se na bazi klasičnog varijacionog računa, Belmanovom metodom dinamičkog programiranja ili na osnovu Pontrjaginovog principa maksimuma određuje zakon upravljanja i parametri regulatora tako da sistem bude optimalan u smislu maksimalne brzine dejstva, minimuma integrala kvadrata dinamičke greške ili, pak, minimuma ili maksimuma bilo koje druge pogodno odabrane veličine [98]. Pri ekstremizaciji kriterijuma performanse sistema, odabranog u skladu sa postavljenim tehničkim zahtjevima, metode teorije optimalnog upravljanja vode računa o ograničenjima koja su u posmatranoj sistemu nametnuta promjenljivim objektima upravljanja, brzinama promjena tih promjenljivih, upravljačkim promjenljivim i tome slično. Princip optimalnog upravljanja pomaže da se zaključi šta se može maksimalno postići iz datog sistema pri specificiranom kriterijumu performanse i nametnutim ograničenjima i, što je svakako najvažnije, da se uoči put ka optimizirajućem nelinearnom zakonu upravljanja, koga u konkretnom sistemu treba slijediti da bi se što je moguće više približili teorijskom etalonu. Na taj način se može, usvajajući pogodan optimizirajući zakon upravljanja, doći do jednostavnog rješenja regulatora u sistemu, sa tačke gledišta njegove realizacije, a da se pri tome ne izgubi mnogo na indeksu performanse, odnosno da se dođe do sistema bliskog strogo optimalnom. U literaturi su predloženi različiti upravljački algoritmi u cilju rješavanja problema kretanja mobilnih robota. Ta oblast predstavlja područje intenzivnog istraživanja u par poslednjih decada. Generalni pristup rješenju problema nije definisan tako da svi predloženi algoritmi imaju svoje mane i prednosti u odnosu na specifične zadatke koji se postavljaju mobilnom robotu.

Pored nepostojanja generalnog pristupa rješenju problema upravljanja obzirom na karak-



teristike sistema: nelinearnost, nestacionarnost neholonomnost primijenjen je diskretni matematički model i dinamičko programiranje. Koristeći prethodne rezultate u analizi mobilnih hodajućih robota [95] i primjenama metode u medicinske namjene [86, 93, 94] realizovan je model, a zatim i optimalni kontroler.

## 4.2 Kriterijum optimalnosti

Da bi se zadovoljili zahtjevi u pogledu odziva sistema i istovremeno minimizirao utrošak energije, potrebno je izvršiti sintezu upravljanja preko minimizacije nekog kriterijuma koji bi uzimao u obzir i željeni odziv sistema i zahtjeve u pogledu upravljačkog sistema. Moguće je postaviti različite kriterijume za sintezu upravljanja. Pogodan kriterijum za mjerenje performansi sistema je standardni kvadratni kriterijum koji obuhvata oba faktora.

U cilju izbora prihvatljivog upravljanja  $u = u(t)$  na takav način da aktuelna trajektorija  $X = X(t)$  bude što je moguće bliže željenoj trajektoriji  $Z = Z(t)$ , vodeći računa o ograničenju napona aktuatora, čime se (indirektno) vodi računa o utrošku energije u toku realizacije željenog stanja, uvodimo sledeći kriterijum:

$$R(u) = \int_{t_0}^{t_0+T} (\lambda \{ [\frac{x_1(t) - z_1(t)}{\max(x_1(t) - z_1(t))}]^2 + [\frac{x_3(t) - z_3(t)}{\max(x_3(t) - z_3(t))}]^2 \} + \{(1-\lambda)[u_1^2(t) + u_2^2(t)]\}) dt \quad (4.1)$$

gdje su  $\Delta x_1 = x_1(t) - z_1(t)$  i  $\Delta x_3 = x_3(t) - z_3(t)$  odstupanja promjenljivih stanja od zadatih (nominalnih) promjenljivih stanja, a  $u = [u_1, u_2]$  predstavlja vektor upravljanja. Minimizacija prvog člana u kriterijumu predstavlja zahtjev da se minimizira greška između stvarnog stanja i željenog (nominalnog) stanja; time se postavlja zahtjev da upravljanje obezbijedi željeno ponašanje sistema, tj. realizaciju zadatog stanja. Drugi član u kriterijumu predstavlja minimizaciju upravljačkog signala. Izbor parametar  $\lambda$  predstavlja kompromis između zahtjeva u pogledu brzine postizanja željenih stanja i zahtjeva u pogledu utroška energije, tj. veličine ulaznih signala.

Razmotrimo ograničenje napona baterija, neka relacija:

$$\Omega = \{(\bar{u}_1, \bar{u}_2) : -1 \leq \bar{u}_k \leq 1 \quad (k = 1, 2)\} \quad (4.2)$$

definiše oblast upravljanja. Upravljanja  $u = u(t)$  nazvaćemo prihvatljivim ako  $\bar{u}(t) \in \Omega$  i ako su neprekidne funkcije za  $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ .

Kretanje mobilnog robota je određeno uglovima  $\varphi_1 = x_1$  i  $\varphi_2 = x_3$ . Prema tome,  $X(t) = (x_1(t), x_3(t))$ ,  $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ , nazivaćemo trajektorijom. Neka je  $Z(t) = (z_1(t), z_3(t))$  željena trajektorija. Pretpostavimo da je:

$$x_{1,0} = z_{1,0}, \quad x_{1,N} = z_{1,N}, \quad x_{3,0} = z_{3,0}, \quad x_{3,N} = z_{3,N} \quad (4.3)$$



U cilju izbora prihvatljivog upravljanja  $u = u(t)$  na takav način da aktuelna trajektorija  $X = X(t)$  bude što bliža željenoj trajektoriji  $Z = Z(t)$ , uvodeći ograničenje minimalnog utroška energije koristićemo optimizacionu funkciju datu relacijom (4.1). Vrijednost parametra  $\lambda$  može se mijenjati između 0 i 1.

### 4.3 Diskretizacija dinamičkog modela i optimizacionog kriterijuma

Diskretna forma jednačine (3.32) može se dobiti ako uvedemo  $h = (T - t_0)/N$ ,  $t_n = t_0 + nh$  ( $n = 0, 1, \dots, N$ ) gdje je  $N$  dovoljno veliki prirodan broj i  $t_N - t_0 = T$  je korak ciklusa. Nadalje, za svako  $x = x(t)$  definišemo  $x(t_n) = x_n$ . Koristeći aproksimaciju  $\dot{x}(t_n) = \dot{x}_n = (x_{n+1} - x_n)/h$  kretanje može biti opisano u formi:

$$\begin{aligned} x_{1,n+1} &\approx x_{1,n} + hx_{2,n} \\ x_{2,n+1} &\approx x_{2,n} + h \left[ P_{2,n} + \sum_{j=1}^2 G_{2j,n} u_{j,n} \right] \\ x_{3,n+1} &\approx x_{3,n} + hx_{4,n} \\ x_{4,n+1} &\approx x_{4,n} + h \left[ P_{4,n} + \sum_{j=1}^2 G_{4j,n} u_{j,n} \right] \\ x_{i,N} &= x_{i0} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \end{aligned} \tag{4.4}$$

i, nakon malih manipulacija i rearanžiranja

$$\begin{aligned} x_{1,n+2} &\approx y_{1,n} + h^2 \sum_{j=1}^2 G_{2j,n} u_{j,n} \\ x_{3,n+2} &\approx y_{3,n} + h^2 \sum_{j=1}^2 G_{4j,n} u_{j,n} \\ y_{1,n} &= x_{1,n} + 2hx_{2,n} + h^2 P_{2,n} \\ y_{3,n} &= x_{3,n} + 2hx_{4,n} + h^2 P_{4,n} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Diskretna forma optimizacione funkcije je data kao:

$$R(u) = h \left[ \sum_{n=0}^{N-2} r_n(X_n, u_n) + r_{N-1}(X_{N-1}, u_{N-1}) \right] \tag{4.6}$$

gdje su izrazi  $r_n$  i  $r_{N-1}$  određeni sa:

$$\begin{aligned} r_n(X_n, u_n) = & (1-\lambda)[u_{1,n}^2 + u_{2,n}^2] + \lambda \{ [x_{1,n} - z_{1,n}]^2 + [x_{3,n} - z_{3,n}]^2 \\ & + \left( y_{1,n} - z_{1,n+2} + h^2 \sum_{j=1}^2 G_{2j,n} u_{j,n} \right)^2 \\ & + \left( y_{3,n} - z_{3,n+2} + h^2 \sum_{j=1}^2 G_{4j,n} u_{j,n} \right)^2 \} \\ & (n = 0, 1, \dots, N-2) \end{aligned} \quad (4.7)$$

i

$$r_{N-1}(X_{N-1}, u_{N-1}) = (1-\lambda)[u_{1,N-1}^2 + u_{2,N-1}^2] \quad (4.8)$$

Komponente vektora  $u_n$  su  $(u_{1,n}, u_{2,n})$ . Neka je:

$$R_n = R(X_n) \equiv \min_{(u_n, u_{n+1}, u_{n+2})} \sum_{k=n}^{N-1} r_k(X_k, u_k) \quad (4.9)$$

Pretpostavljajući da su  $X_n, u_n$  zadovoljavaju princip optimalnosti [98] dolazimo do relacije:

$$\begin{aligned} R(X_n) &= \min_{u_n \in \Omega} \{ r_n(X_n, u_n) + R_{n+1}(X_{n+1}) \} \\ R_0(X_0) &= R_o \equiv \min_{u_n \in \Omega} R_o(u^0), \quad u^0 \in \Omega \end{aligned} \quad (4.10)$$

Napomenimo da ako je  $X_o = Z_o$ ,  $X_N = Z_N$ , tada izračunate vrijednosti  $X_o$ ,  $X_N$  i  $R_{n+1}(X_{n+1})$  neće eksplicitno zavisiti od  $u_n$ .

Neka je  $u_n = u_n^o$  odgovarajuće upravljanje koje minimizira  $r_n(X_n, u_n)$ :

$$\min_{u_n \in \Omega} r_n(X_n, u_n) = r_n(X_n, u_o), \quad u_n \in \Omega \quad (4.11)$$

Budući da je  $r_n(X_n, u_n)$  kvadratna forma obzirom na njegove komponente  $u_{1,n}, u_{2,n}$  jedinstvena minimizacija  $u_n$  je određena jednačinama:

$$\frac{\partial r_n(X_n, u_n)}{\partial u_{k,n}} = 0 \quad k = (1, 2) \quad (4.12)$$

koje daju sledeći linearni sistem koji se odnosi na upravljačke varijable  $u_{j,n}$ :

$$\begin{aligned} \mu_k u_{k,n} + G_{2k,n}(y_{1,n} - z_{1,n}) + G_{4k,n}(y_{3,n} - z_{3,n}) + h^2 \sum_{j=1}^2 [G_{2k,n} G_{2j,n} + G_{4k,n} G_{4j,n}] u_{j,n} &= 0 \\ k &= 1, 2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

gdje je  $\mu_1 = \mu_2 = \lambda$ ,  $u_{k,N-1} = 0$ .

Sistem jednačina može biti transformisan u kompaktniju formu:

$$\sum_{j=1}^2 Q_{jk,n} u_{j,n} = R_{k,n}, \quad k = 1, 2; \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-2 \quad (4.14)$$

gdje je

$$\begin{aligned} Q_{jk,n} &= h^2 [G_{2j,n} G_{2k,n} + G_{4j,n} G_{4k,n} + \delta_{jk} \mu_k] \\ R_{k,n} &= G_{2k,n} (z_{1,n+2} - y_{1,n}) + G_{4k,n} (z_{3,n+2} - y_{3,n}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

a  $\delta_{jk}$  je Kronecker-ova *delta* funkcija. Ovaj linearni sistem može biti zapisan u matričnoj notaciji na sledeći način:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_n \tilde{U}_n &= \tilde{R}_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-2 \\ \tilde{Q}_n &= [Q_{jk,n}]_{2 \times 2}^T, \quad \tilde{U}_n = [u_{j,n}]_{2 \times 1}, \quad \tilde{R}_n = [R_{j,n}]_{2 \times 1} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Ova forma nam daje:

$$\tilde{U}_n = \tilde{Q}_n^{-1} \tilde{R}_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-2 \quad (4.17)$$

Selekcija ograničenja maksimuma utroška energije se vrši izborom parametra  $\lambda$ . Ako je  $\bar{u}_n = [\bar{u}_{1,n}, \bar{u}_{2,n}]^T$  rješenje sistema (4.12), tada je zahtijevano optimalno upravljanje:

$$\bar{u}_{j,n}^0 = \begin{cases} -1, & \bar{u}_{j,n} < -1 \\ \bar{u}_{j,n}, & -1 < \bar{u}_{j,n} < 1 \\ 1, & \bar{u}_{j,n} > 1 \end{cases} \quad (4.18)$$

Posmatrajmo rekursivni sistem (4.4) gdje vektor upravljanja zamjenjujemo sa vektorom optimalnog upravljanja  $u_n = (u_{1,n}^0, u_{2,n}^0)$ . Neka je rješenje sistema vektor  $\bar{X}_n = [\bar{x}_{1,n}, \bar{x}_{2,n}, \bar{x}_{3,n}, \bar{x}_{4,n}]$ . Tada postavljamo ograničenja

$$\bar{x}_{2,n}^0 = \begin{cases} -1, & \bar{x}_{2,n} < -1 \\ \bar{x}_{2,n}, & -1 < \bar{x}_{2,n} < 1 \\ 1, & \bar{x}_{2,n} > 1 \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\bar{x}_{4,n}^0 = \begin{cases} -1, & \bar{x}_{4,n} < -1 \\ \bar{x}_{4,n}, & -1 < \bar{x}_{4,n} < 1 \\ 1, & \bar{x}_{4,n} > 1 \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\bar{x}_{1,n}^0 = \bar{x}_{2,n}, \quad \bar{x}_{3,n}^0 = \bar{x}_{3,n} \quad (4.21)$$

Ako je set  $\{\bar{u}_n^0, \bar{X}_n^0\}$  prihvatljiv tada on predstavlja zahtijevano optimalno upravljanje i trajektoriju mobilnog robota u vremenskom intervalu  $t_0 \leq t \leq t_0 + T$



## 4.4 Diskusija

U prethodnom dijelu je prvo opisan izbor optimizacionog kriterijuma (4.1). Uvedena su ograničenja napona napajanja aktuatora (4.2). U nastavku je opisana procedura diskretizacije jednačina prostora stanja (relacije 4.4 i 4.5) i kriterijuma optimalnosti (4.6). Date su relacije (4.17) i (4.18) za određivanje vektora optimalnog upravljanja. U cilju nalaženja zahtijevanog optimalnog upravljanja i trajektorije mobilnog robota relacijama (4.19) i (4.20) uvedena su i ograničenja brzine aktuatora

Primjenom optimalnog upravljanja zasnovanog na dinamičkom programiranju dolazi se do forme pogodne za realizaciju simulacije ponašanja dinamičkog sistema u odnosu na postavljeni zadatak.

## Glava 5

# Interaktivni alat za simulacija kretanja mobilnog robota

### 5.1 Uvod

Simulacija predstavlja veoma važan proces u postupku razvoja i procjene novih metoda upravljanja robotima uopšte. Velika fleksibilnost simulacionih programa omogućava određivanje važnih karakteristika analiziranog robota: neophodne komponente, njihovu konfiguraciju, broj senzora, karakteristike aktuatora, potrebnu energiju,... Sa druge strane projektovanje simulatora utiče na smanjenje vremena neophodnog za implementaciju, omogućava veoma brzu izmjenu upravljačkih algoritama, odnosno selekciju najprihvatljivijeg. Simulacija pruža mogućnost provjere različitih režima rada, provjeru velikog broja zadataka koji se postavljaju analiziranom sistemu kao i otklanjanje mogućih grešaka.

Kao alat za razvoj simulacije kretanja mobilnog robota u ovom radu korišćen je MATLAB-ov Simulink. MATLAB predstavlja paket programa koji se najčešće koristi u istraživanjima koja zahtijevaju obimne matematičke proračune [118, 119]. Njegova široka oblast primjene i dostupnost istraživačima opredijelila nas je za korišćenje ovog programskog paketa, odnosno njegovog simulacionog alata Simulinka.

Simulacioni paket je modularnog tipa i čine ga:

- modul dinamičkog modela koji uključuje dinamiku aktuatora
- modul generisanja trajektorije
- modul optimalnog upravljanja i
- modul prikaza i analize rezultata simulacije.

Modularan pristup omogućava punu fleksibilnost simulacionog paketa. Zavisno od: načina formulacije dinamičkog modela, metoda zadavanja putanje, izbora upravljačkog algoritma i tipa prezentacije rezultata simulacije moguće je jednostavno vršiti izmijene u modulima. Time se omogućava primjena ovog simulacionog paketa za poređenje različitih pristupa kako u postupku modelovanja sistema i planiranja putanje tako i izboru različitih upravljačkih

algoritama kao i načina prikaza rezultata simulacije.

Dinamički model mobilnog robota sa dva pogonska točka koji čini osnovu drugog modula izveden je na osnovu teorije neholonomnih sistema i njegov detaljn opis je dat u trećoj glavi ovog rada. Za razliku od dinamičkih modela prisutnih u literaturi izvedeni model je proširen i kao parametar se pojavljuje i pozicija centra mase mobilnog robota. Ovo proširenje modela omogućava analiziranje uticaja i ovog parametra na kretanje sistema. Takođe, ove jednačine daju prikladnu formu za prevođenje modela sistema u prostor stanja i primjenu optimalnog upravljanja

Veoma važan korak u cilju realizacije simulacije je definisanje načina zadavanja trajektorije mobilnom robotu. Za ovaj dio zadatka odgovoran je planer trajektorije Trajektorija mora zadovoljiti sva ograničenja koja unosi analizirani sistem. U radu je izabran pristup parametarskog zadavanja putanje u funkciji vremena za koje mobilni robot ima zadatak da obiđe putanju. Na osnovu parametarskih jednačina putanje i kinematičkog modela analiziranog mobilnog robota definisane su neophodne ugaone brzine i ubrzanja točkova.

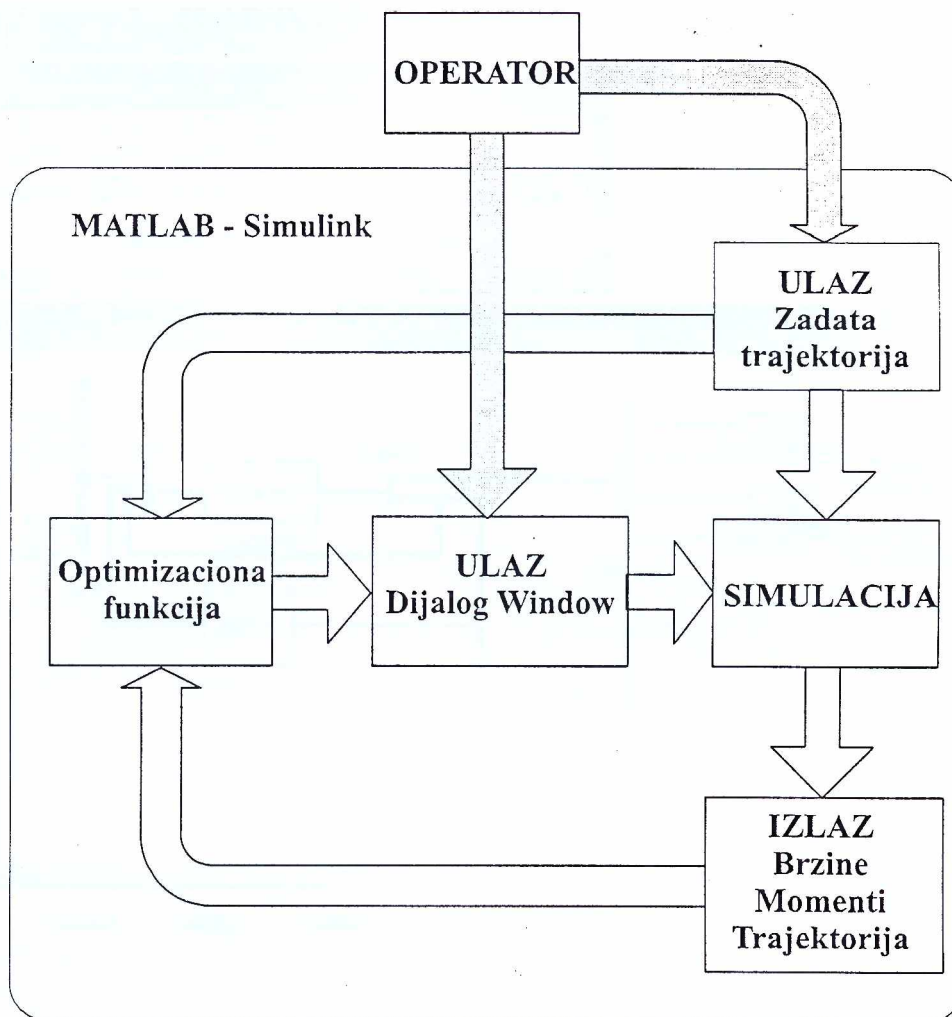
Moduo koji je zadužen za vizuelni i grafički prikaz dobijenih rezultata omogućava da zavisno od interesovanja i cilja analize prikazemo rezultate na različite načine. Ovaj moduo predstavlja izazov i onima koji nijesu eksperti u oblasti mobilnih robota. Uključivanjem velikog broja rezultata, iz prethodno opisanih modula, kao ulaza u ovaj omogućeno je predstavljanje rezultata simulacije na različite načine. Moguće je to uraditi u okviru Matlab Simulinka (kao što je prikazano u radu) ili te podatke prevesti u neki drugi programski paket koji omogućava bolju vizuelizaciju dobijenih rezultata.

## 5.2 Simulaciono okruženje

Na slici 5.1 je prikazana šema simulacionog paketa razvijenog primjenom optimalnog upravljanja. Ulazni podaci, neophodni da bi otpočeo simulacioni proces, su putanja i parametri platforme i aktuatora. Kao izlazi simulacije dobijaju se pogonski momenti, ugaone brzine točkova, realizovana trajektorija i greška praćenja.

Sa prikazanog blok dijagram se uočava da unos podataka neophodnih za simulaciju vrši operater. Na taj način se obzbjeđuje veoma brza izmjena neophodnih parametara simulacije koji zavise od izabrane konfiguracije vozila i izabranih aktuatora. Kao drugi ulazni blok prikazan je dio koji generiše željenu trajektoriju. Problem planiranja putanje mobilnih robota predstavlja posebno područje istraživanja. U literaturi postoje brojni predlozi kako planirati putanju mobilnom robotu za rad u okruženju bez prepreka ili sa statičkim ili dinamičkim preprekama. Kako je u pitanju neholonoman dinamički sistem problem planiranja putanje je od većeg značaja. Drugi ulazni blok u stvari predstavlja program u Matlabu koji generiše datoteku čiji su elementi: vrijeme i ugaoni pomjeraji točkova robota. Zadaćemo u stvari sekvence vremenski indeksirane trajektorije. Da bi se ispunila ograničenja nametnuta konfiguracijom i dimenzijama robota kao i parametrima aktuatora neophodno je u ovaj dio simulacije

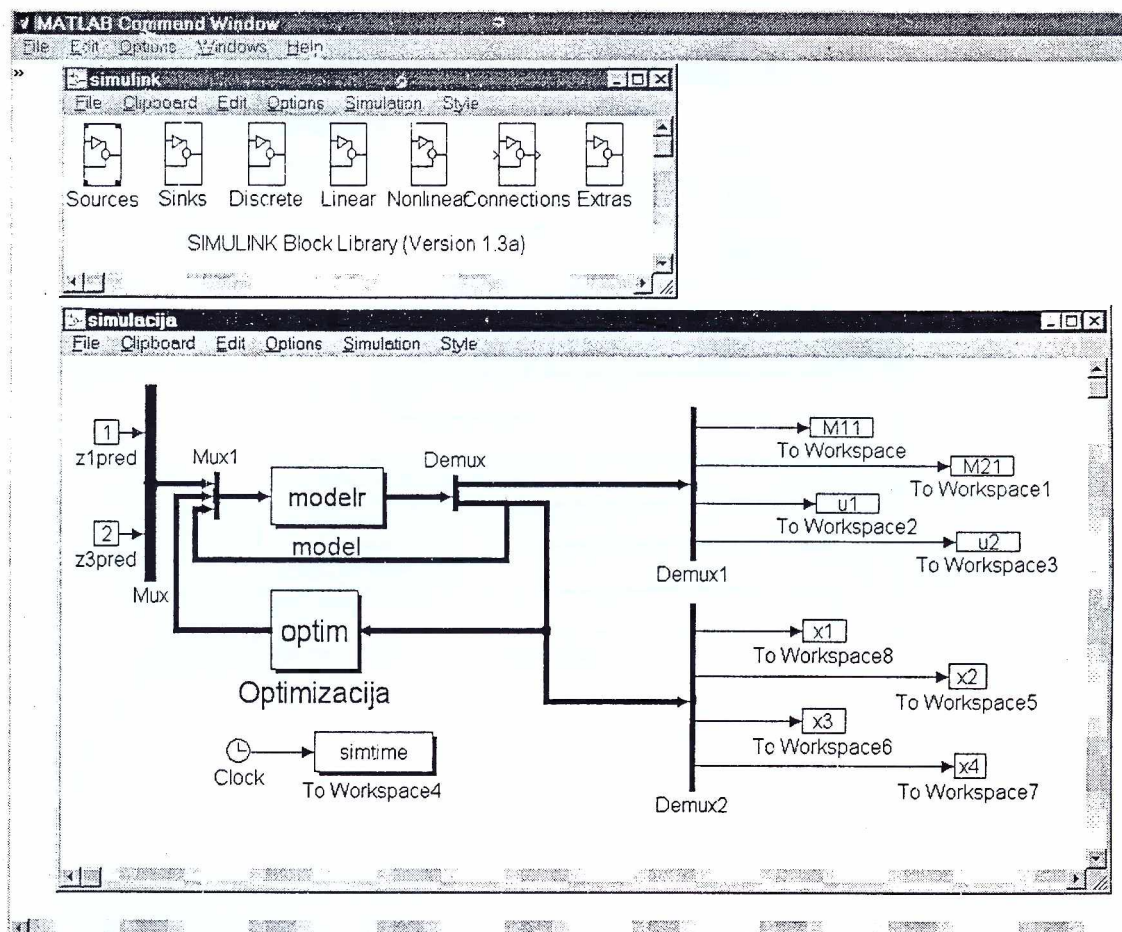




Slika 5.1: Šema simulacionog paketa razvijenog primjenom optimalnog upravljanja. Ulazi za simulaciju su putanja i parametri platforme i pogona. Izlazi simulacije su pogonski momenti, ugaone brzine točkova, dobijena trajektorija i greška praćenja. Pogledaj tekst za detalje.

uključiti kinematičke parametre platforme i brzine i ubrzanja aktuatora. Nezavisnim proračunom željene trajektorije obezbjeđuje se puna fleksibilnost simulacionog paketa. Blok koji generiše željenu trajektoriju moguće je projektovati na različite načine zavisno od zadatka koji se postavlja.

Simulacioni blok predstavlja ključni element simulacionog paketa. Za realizaciju ovog bloka nijesu korišćene samo standardni simulacioni elementi koje nudi Simulink već je projektovan određeni broj simulacionih funkcija (s-function). Na slici 5.2 prikazan je izgled bloka simulacije u Matlabu. Uočavaju se dvije s-funkcije *modelr* i *optim*. Uvođenjem ovih funkcija omogućava se rješavanje nelinearnog sistema jednačina kao i mnogo veća opštost simulacionog paketa. Promjenom u ovim funkcijama, koje su u stvari skript fajlovi, moguće je efikasno i brzo unijeti dinamički model za drugi tip mobilnog robota. Takođe, veoma je jednostavno izvršiti promjene optimizacionog kriterijuma promjenama u s-funkciji *optim*.



Slika 5.2: Blok dijagram siulacije u MatLabu 4.2c.1-Simulink, Ver 1.3a.

Na slici 5.3 prikazan je dijalog prozor s-funkcije *start*. U ovom dijalog prozoru operater unosi parametre vozila i karakteristike primijenjenih pogona. Kao parametri vozila figurišu: dužina, širina, masa, poluprečnik točka i pozicija centra mase, dok se parametri pogona uzimaju iz kataloga proizvođača. Zavisno od modela aktuatora za koji se opredijelimo definiše se broj potrebnih parametara za izvršenje simulacionog postupka.

Nakon izvršene simulacije programski paket omogućava grafički prikaz dobijenih rezultata. Može se vršiti poređenje zadatih i simulacijom dobijenih rezultata. Na osnovu simulacijom proračunatih momenata na osovina ma motora i nivoa upravljačkog signala moguće je vršiti selekciju unutar određene klase aktuatora. U zavisnosti od karakteristika postavljenog zadatka: opterećenja robota, zadatog vremena, zadate trajektorije vrši se izbor aktuatora koji optimalno odgovara postavljenim uslovima. Ovim simulacionim postupkom može se odrediti koridor u okolini trajektorije koji je neophodan za prolaz robota a da ne dođe do kontakta sa statičkim preprekama u radnom prostoru.



**start (Mask)**

Block name: S-Function  
Block type: start (Mask)

startovanje modela "robst".

period odabiranja:  
0.01

korak simulacije:  
0.01

broj isključenih elemenata:  
[10 10]

[start\_sim stop\_sim]  
[10 5800]

parametri vozila [m,lv, L,a,etac,epsc]:  
[20..5,1,0,1,0,0.5]

[Rr,ce,cm,bc,jm,nv,nm Mmax,Umax,ugubmax,nmax]:  
[1.34,0,0.01982,0.01982,4.15e-6,4.693e-6,159,159,0.05,12,74000,

OK  
Cancel  
Help

Slika 5.3: Dijalog prozor s-funkcije *start* koji služi za unošenje parametara vozila i karakteristika aktuatora.

### 5.3 Simulacioni rezultati kretanja mobilnog robota sa točkovima

U cilju prezentacije mogućnosti simulacionog paketa neophodno je definisati zadatak. Kao primjer je analizirano praćenje putanje u obliku osmice. Simulacija se vrši u cilju izbora adekvatnog pogona koji će za data konfiguraciju platforme i zadatu trajektoriju dati najprihvatljivije rezultate. Kao ograničavajući faktor pri selekciji postavljen je i uslov da mobilni robot zadatu putanju obiđe za definisano vrijeme. U nastavku ćemo prikazati na koji način se vrši priprema ulaznih podataka za simulaciju i rezultate koje dobijamo kao rezultat simulacije.

Kao što je ranije navedeno za izvršenje simulacionog postupka neophodna su dva tipa ulaznih podataka. Prvi set ulaza predstavljaju parametri aktuatora i platforme. Parametri korišćeni za prezentaciju u ovom radu dati su u Tabelama I i II. Parametri platforme su opisani Tabelom I. Dimenzije platforme, kao i njeno opterećenje i dimenzije točkova izabrane su saglasno podacima o mobilnim robotima dostupnih u literaturi i proizvođačkim katalozima.



TABELA I: Parametri platforme prikazane na Slici 1.

	Oznaka	Vrijednost
masa platforme	$m$	$5 \div 100 \text{ kg}$
dužina platforme	$L$	$1 \text{ m}$
rastojanje između točkova i ose simetrije	$l$	$0.5 \text{ m}$
poluprečnik pogonskog točka	$a$	$0.1 \text{ m}$
koordinata centra mase	$\xi_c$	$-0.3 \div 0.3 \text{ m}$
koordinata centra mase	$\eta_c$	$0 \div 0.7 \text{ m}$

TABELA II: Parametri četiri različita motora korišćenih u simulaciji. Podaci su preuzeti iz kataloga Faulhaber motora.

	Oznaka i jedinica	Tip motora 3557 ... Super			
		012CS	020CS	024CS	048CS
Nominalni napon	$U_n(\text{V})$	12	20	24	48
Preporučena brzina	$n_e(\text{rpm})$	$\leq 5000$	$\leq 5000$	$\leq 5000$	$\leq 5000$
Preporučeni moment	$M_e(\text{mNm})$	50	50	50	50
Otpornost namotaja rotora	$R(\Omega)$	1.34	4.0	5.5	23
Kostanta ems	$C_e(\text{mV}/(\text{rad/s}))$	19.82	32.24	41.05	81.75
Momentna konstanta	$C_M(\text{mNm/A})$	19.82	32.24	41.05	81.75
Moment inercije rotora	$J_M(10^{-6}\text{kgm}^2)$	4.693	4.690	4.903	4.649
Koeficijent viskoznog trenja	$B_c(10^{-6}\text{Nm}/(\text{rad/s}))$	4.150	3.920	4.685	5.680
Težina	$m_m(\text{kg})$	0.270	0.270	0.270	0.270
Ugaono ubrzanje, max	$\beta_{\max}(10^3\text{rad/s}^2)$	74	72	72	72
Struja neopterećenog motora	$I_0(\text{A})$	0.125	0.070	0.065	0.040
Brzina neopterećenog motora	$n_0(\text{rpm})$	5700	5500	5500	5500

Parametri motora (DC-Micromotors System Faulhaber Type 3557-... CS) preuzeti su direktno iz kataloga proizvođača (MINIMOTOR SA Agno, Switzerland). Parametri neophodni za simulacionu proceduru dati su u Tabeli II. Kako u katalogskim podacima jedinice fizičkih veličina nijesu najčešće usaglašene sa SI sistemom jedinica neophodno je izvršiti prevođenje vrijednosti pojedinih parametra na zahtijevani sistem. U Tabeli II samo su brzine date u obrtajima u minuti a ne u rad/s.

Navedene parametre unosimo u dijalog prozor prikazan na slici 5.4, prije startovanja simulacionog programa.

The screenshot shows a dialog box titled "start (Mask)". It contains the following fields and buttons:

- Block name: S-Function
- Block type: start (Mask)
- Buttons: OK, Cancel, Help
- Text: startovanje modela "robst".
- period odabiranja: 0.01
- korak simulacije: 0.01
- broj isključenih elemenata: [10 10]
- [start\_sim stop\_sim]
- [10 5990]
- parametri vozila [m,lv, L,a,etac,epsc]:
- [5, 5, 1, 0, 1, 0, 0, 5]
- [Rr, ce, cm, bc, jm, nv, nm Mmax, Umax, ugubmax, nmax]:
- [1.34, p, 0.01982, 0.01982, 4.15e-6, 4.693e-6, 159, 159, 0.05, 12, 74000,

Slika 5.4: Na slici je prikazan dijalog prozor u kojem korisnik unosi parametre platforme i aktuatora neophodne za izvršenje simulacije. Rezultati simulacije za date parametre dati su u nastavku.

Drugi set ulaza u simulacioni paket čine podaci o trajektoriji. Na osnovu primijenjenog dinamičkog modela i izabranog upravljačkog algoritma kao ulaz za simulacioni paket neophodno je pripremiti datoteku sa podacima o trajektoriji. Za svaku tačku trajektorije simulacionom paketu se prosleđuju vremenski indeksirane vrijednosti o ugaonom pomjeraju pogonskih točkova. Priprema ulazne datoteke se vrši van simulacione procedure što omogućava primjenu različitih algoritama koji uključuju provjeru prihvatljivosti putanje prema izabranoj konfiguraciji mobilnog robota uključujući kinematička pogonska ograničenja (brzinu i ubrzanje aktuatora). Prvi korak simulacione procedure je određivanje koficijenata datih relacijom (3.34) koji se izračunavaju na osnovu unešenih parametara platforme i aktuatora, kao i prevođenje podataka iz ulazne datoteke u formu koja odgovara simulacionoj proceduri. U sledećem koraku otpočinje simulacija optimalnog upravljačkog algoritma zasnovanog na dinamičkom programi-

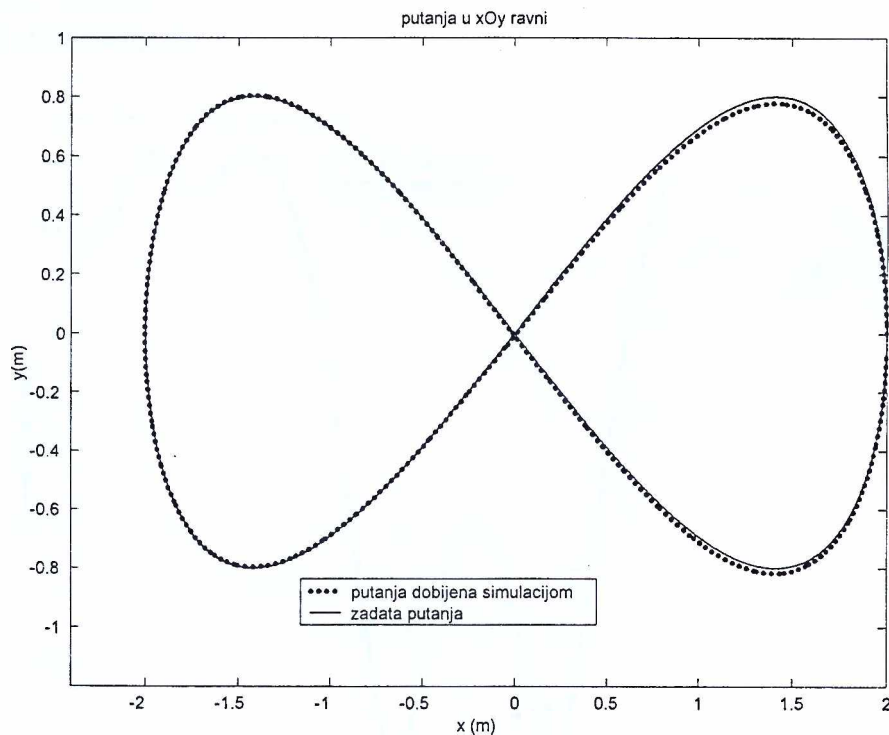
ranju. Kao izlazi simulacione procedure date su vrijednost ugaonog pomjerača i ugaone brzine točkova, kao i normalizovane vrijednosti napona i pogonskih momenata aktuatora. Ovi podaci se prevode u nezavisni blok koji ima zadatak da grafički prikaže dobijene rezultate. Na osnovu dobijenih rezultata simulacije moguće je vršiti izmjene: konstrukcionih parametara, opterećenja, vremena izvršenja postavljenog zadatka, izbor drugog tipa aktuatora,...

Primjer putanje [100] koji će poslužiti u cilju prikaza mogućnosti simulacionog paketa je data na slici 5.5. Parametarske jednačine ove trajektorije su date relacijama:

$$\begin{aligned}x &= 2a\cos(\omega t) \\ y &= b\sin(2\omega t)\end{aligned}$$

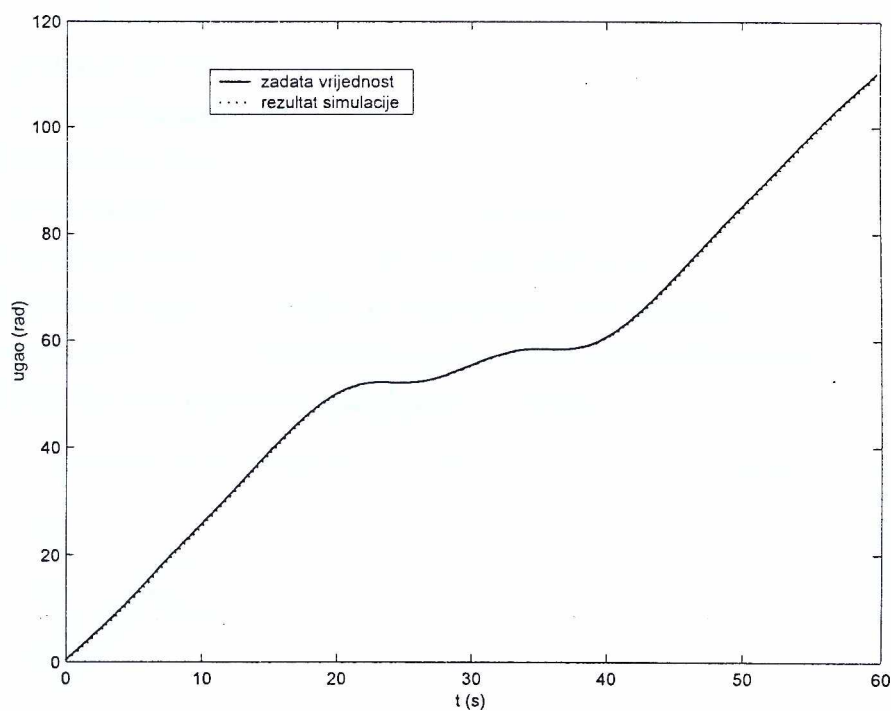
gdje je :  $a = 1$ ;  $b = 0.8$ ;  $t = 0 \div T$ ;  $T = 60s$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Vrijeme za koje mobilni robot treba da obiđe zadatu putanju je  $T = 60s$ . Dužina putanje je  $S = 11.035m$ . Pogonski motor, čiji su parametri korišćeni tokom simulacije je Faulhaber 3557012CS sa reduktorom prnosnog odnosa 1:159. Na slici 5.5. je prikazana zadata putanja punom linijom, a putanja dobijena kao rezultat simulacije prikazana je isprekidanom linijom.

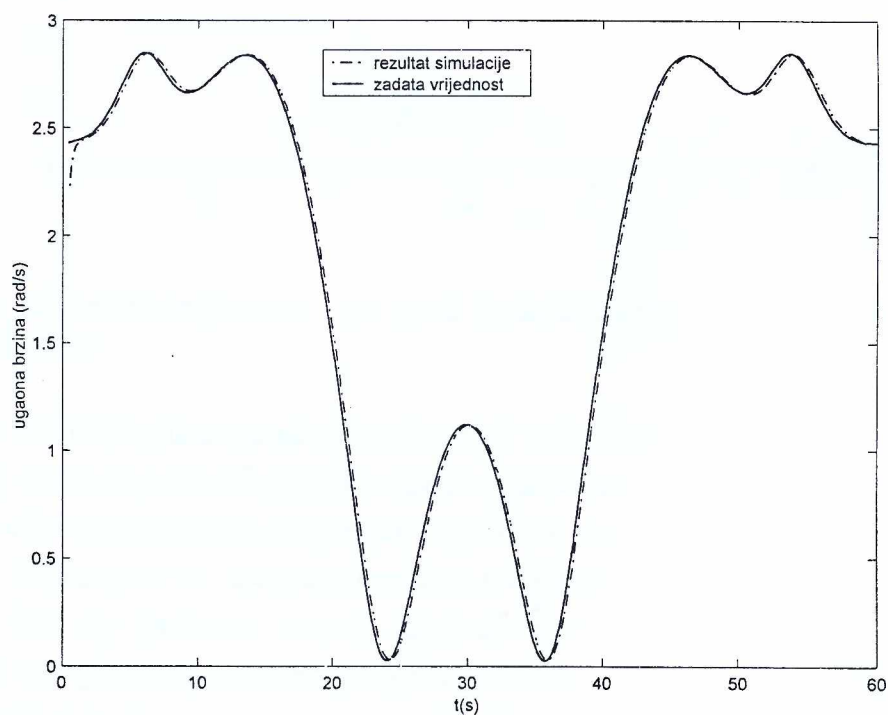


Slika 5.5: Simulacija kretanja mobilnog robota po putanji u obliku broja osam. Mobilni robot startuje sa kretanjem iz tačke  $y = 0$ ,  $x = 2$  m. Opterećenja platforme je pozicionirano u centru platforme i iznosi  $m = 5$  kg. Pogonski motor je Faulhaber 3557012CS sa reduktorom prenosnog odnosa 1:159.



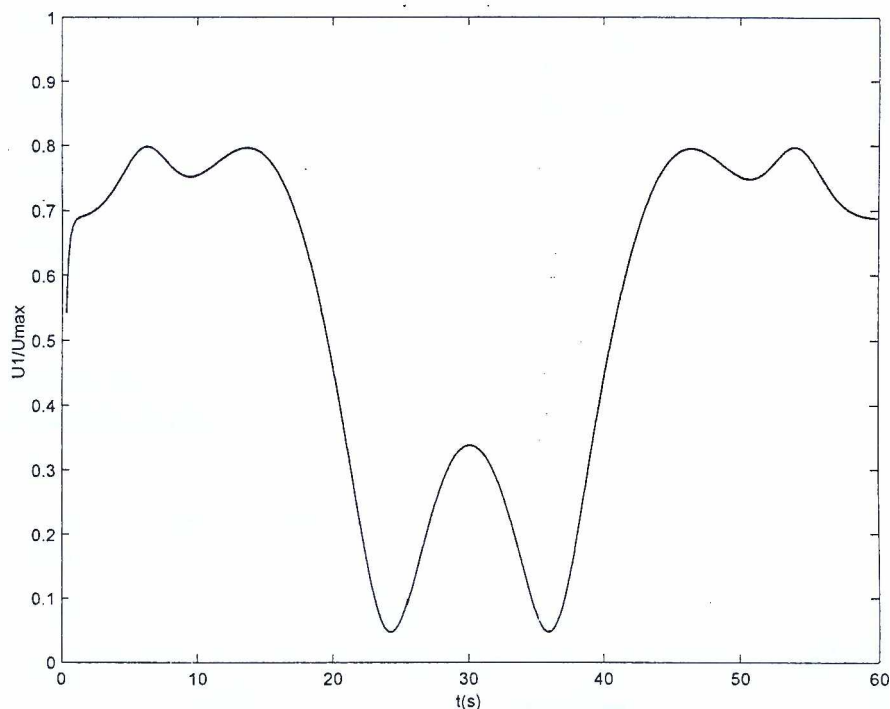


Slika 5.6: Promjena ugaonog pomjeraja na desnom točku mobilnog robota pri obilasku putanje date slikom 5.5. Punom linijom je predstavljena zadata trajektorija a isprekidanom trajektorija dobijena simulacijom.



Slika 5.7: Na slici je prikazan profil ugaone brzine na osovini desnog točka mobilnog robota pri kretanju po putanji datoj na slici 5.5. Punom linijom je prikazan zadati profil promjene brzine tokom kretanja, a isprekidanom simulacioni rezultat

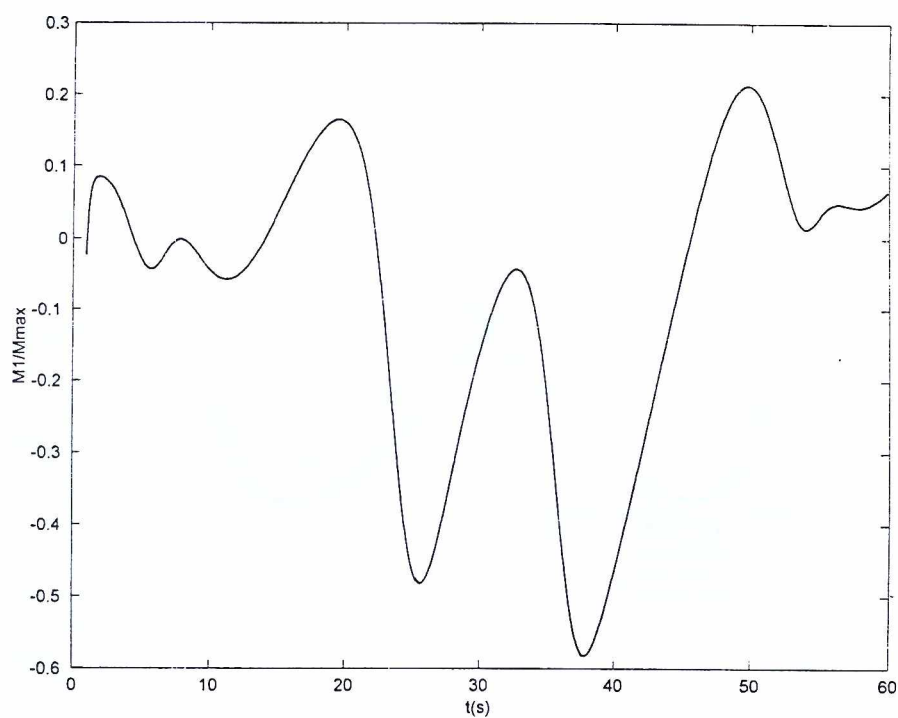
Na slici 5.6. prikazan je profil promjene ugla zakretanja desnog točka mobilnog robota pri obilaženju putanje date na slici 5.5. Punom linijom je prikazana zadata promjena ugla zakretanja točka, a isprekidanom ugaoni pomjeraj kao rezultat simulacije. Slika 5.7. prikazuje promjenu ugaone brzine desnog točka. I u ovom slučaju je punom linijom prikazana zadata promjena, a isprekidanom profil ugaone brzine dobijen simulacionim postupkom. Iako je u procesu generisanja putanje provjereno da li zadata putanja ispunjava ograničenja aktuatora u pogledu dopuštene brzine neophodno je analizirati i ovaj simulacioni rezultat. U postupku planiranja putanje, kao ulaza za simulaciju, nijesu uzeti u obzir dinamički efekti koji su primjenom dinamičkog modela u procesu simulacije uključeni.



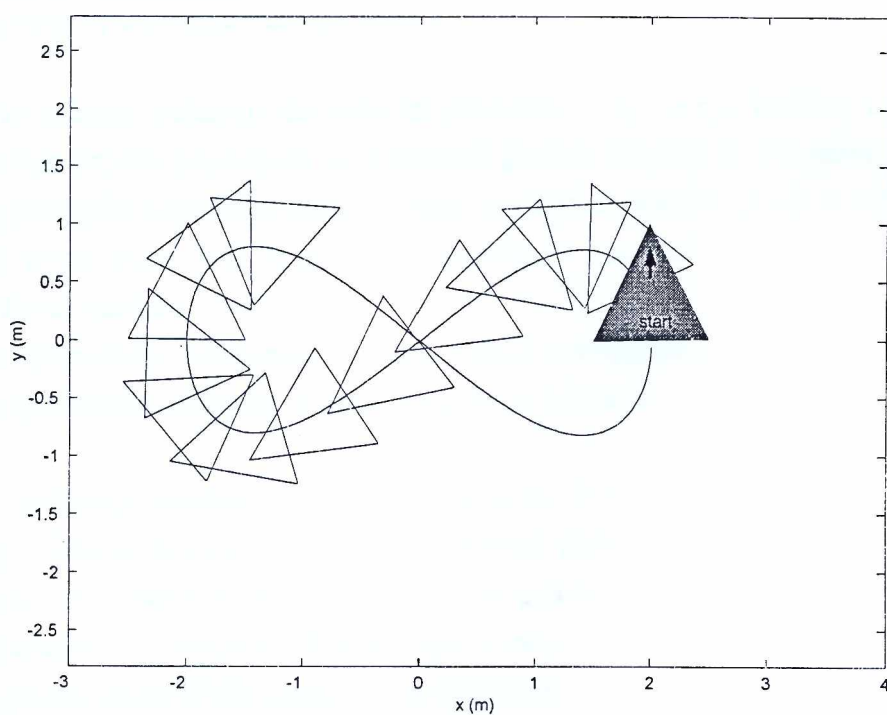
Slika 5.8: Normalizovana vrijednost napona na motoru desnog točka pri obilaženju putanje prikazane na slici 5.5.

Na slikama 5.8 i 5.9 prikazane su normalizovane vrijednosti napona i momenta na osovini motora desnog točka koje se dobijaju kao simulacioni izlazi. Osnovni kriterijum pri selekciji motora je da dobijene vrijednosti ne prelaze vrijednosti koje su date katalogskim podacima.

Slika 5.10 prikazuje stick dijagram kretanja mobilnog robota po putanji prikazanoj na slici 5.5. Na slici nije prikazan potpuni dijagram zbog preglednosti. Robot je stilizovan jednakokrakim trouglom čija se osnovica poklapa sa osovinom pogonskih točkova a vrh mu odgovara poziciji slobodnog, oslonog, točka. Grafik ovog oblika je neophodan u primjerima kada provjeravamo da li zadati parametri obezbjeđuju robotu prolaz kroz radni prostor bez kontakta sa mogućim statičkim preprekama ili dinamičkim preprekama.

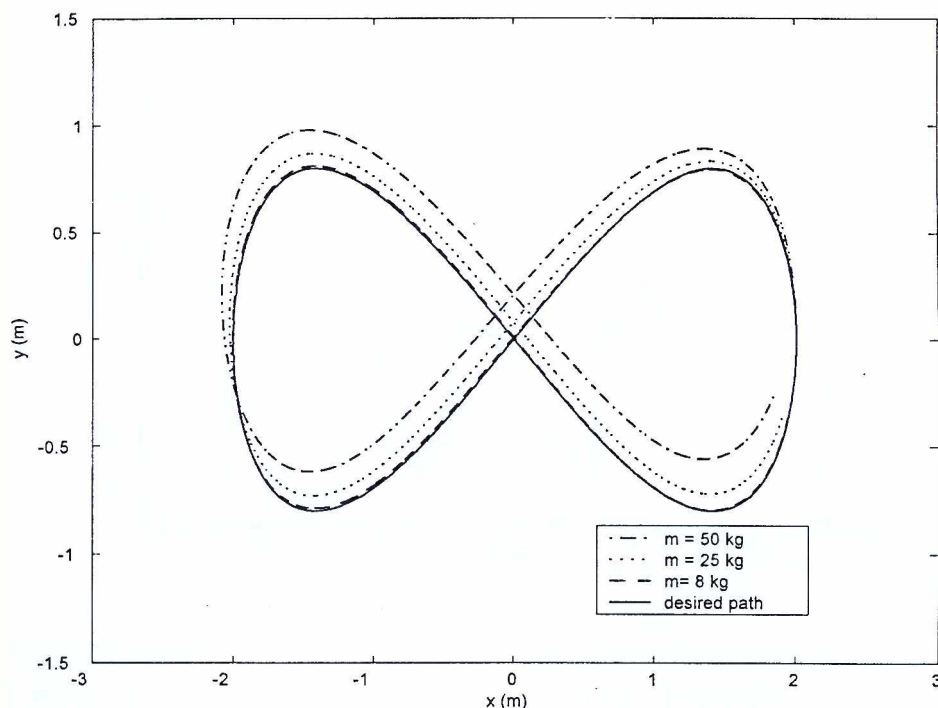


Slika 5.9: Normalizovane vrijednosti momenta na osovini motora desnog točka tokom obilaženja putanje zadate na slici 5.5



Slika 5.10: Slika prikazuje trouglom stilizovani mobilni robot koji startuje kretanje po zadatoj putanji iz tačke definisane koordinatama  $x=2$  i  $y=0$ . Smjer kretanja je suprotan kretanju kazaljke na časovniku.



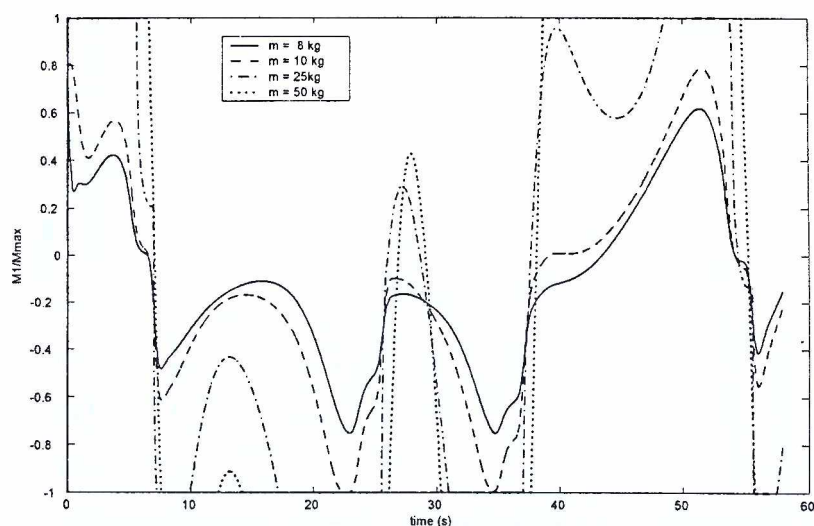


Slika 5.11: Simulacija kretanja mobilnog robota po putanji u obliku broja osam. Mobilni robot startuje sa kretanjem iz tačke  $y = 0$ ,  $x = 2$  m. Tri različita opterećenja su pozicionirana u centru platforme:  $m = 8$ , 25, and 50 kg. Pogonski motor je Faulhaber 3557012CS. Praćenje željene trajektorije (puna linija) je skoro perfektno sa opterećenjem  $m = 8$  kg, greške koje se pojavljuju za veća opterećenja nastaju zbog toga što izabrani pogon nema dovoljnu snagu.

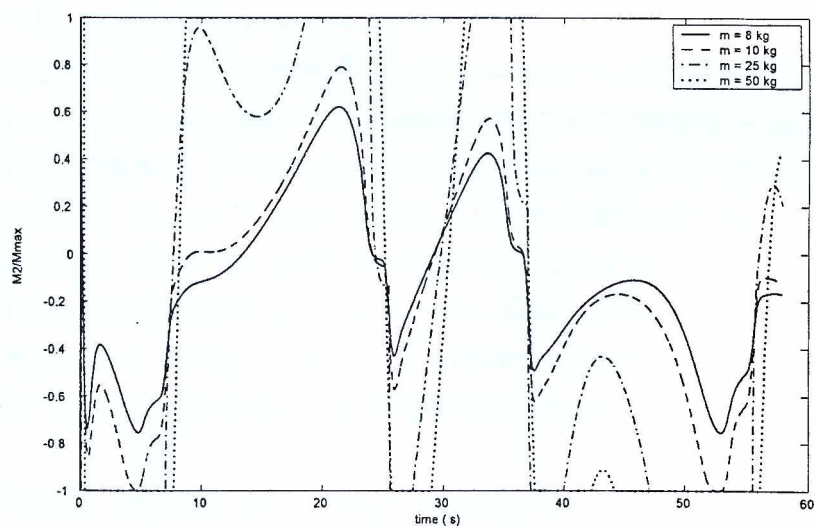
Posmatrani primjer pokazuje da izabrani parametri odgovaraju zadatoj trajektoriji. Neznatna odstupanja koja se pojavljuju na djelovima grafika moguća su posledica početnih uslova i numeričkog postupka reprodukovanja putanje iz simulacijom dobijenih rezultata. U svakom slučaju jedini pravi način koji bi provjerio ispravnost simulacionog paketa je evaluacija na eksperimentalnom modelu.

Izmjenom opterećenja platforme, pri čemu i dalje analiziramo isti tip pogona rezultati simulacije su dati na sledećim slikama. Posmatrana je trajektorija koja je definisana u prethodnom primjeru.

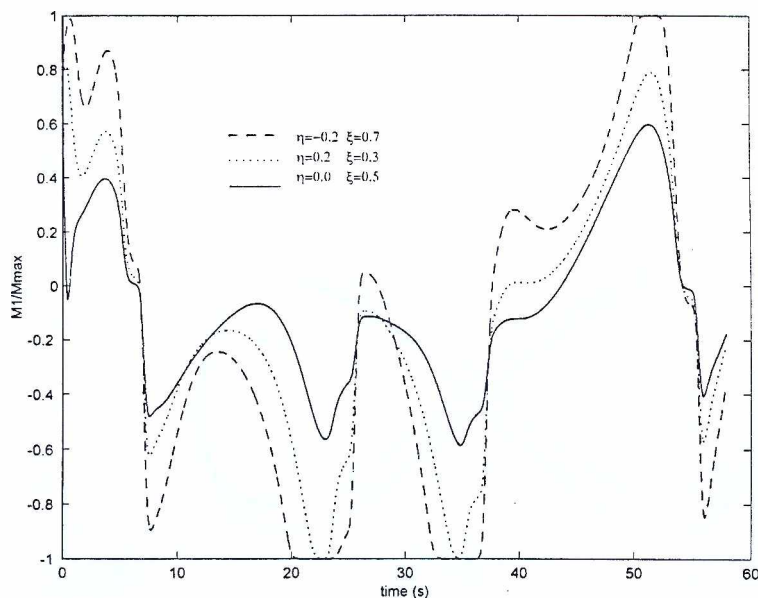
Slika 5.11 prikazuje rezultate praćenja putanje za tri različita opterećenja platforme:  $m = 8$ , 25 i 50 kg. Željena trajektorija je predstavljena punom linijom, dok su trajektorije dobijene simulacijom prikazane različitim tipovima isprekidanih linija. Uočava se pomjeranje cjelokupne putanje u  $y$ - smjeru. Pomjeranje u smjeru  $y$ - ose je manje od 30cm. U svim slučajevima platforma se kreće putanjom u obliku osmice, a greška u pravcu  $x$ - ose je veoma mala. Razlozi pojave ove greške su ograničenje pogona i početni uslovi, jer platforma startuje u pravcu  $y$ - ose iz tačke definisane koordinatama  $x = 2$ ,  $y = 0$ . Ovakav zaključak se potvrđuje analizom pogonskih momenata za opisano kretanje datih na slikama 5.12 i 5.13.



Slika 5.12: Pogonski moment desnog pogonskog točka, normalizovan na maksimalnu vrijednost  $M_{max} = 50 \text{ mNm}$ , za trjektoriju prikazanu na slici 5.11. Normalizovani moment je unutar granica  $-1$ ,  $+1$  za opterećenja od  $m = 8 \text{ kg}$  i  $m = 10 \text{ kg}$ , dok je u saturacionom režimu za opterećenja od  $m = 25 \text{ kg}$  i  $m = 50 \text{ kg}$ . Pogonski motor je Faulhaber 3557012CS. Ovim se pokazuje da izabrani motor nije dovoljno snažan što rezultuje greškom praćenja prikazanoj na slici 5.11.



Slika 5.13: Pogonski moment lijevog pogonskog točka, normalizovan na maksimalnu vrijednost  $M_{max} = 50 \text{ mNm}$ , za trajektoriju prikazanu na slici 5.11. Normalizovani moment je unutar granica  $-1$ ,  $+1$  za opterećenja od  $m = 8 \text{ kg}$  i  $m = 10 \text{ kg}$ , dok je u saturacionom režimu za opterećenja od  $m = 25 \text{ kg}$  i  $m = 50 \text{ kg}$ . Pogonski motor je Faulhaber 3557012CS. Ovim se pokazuje da izabrani motor nije dovoljno snažan što rezultuje greškom praćenja prikazanoj na slici 5.11. Uočava se vremenski pomjeraj momenta na lijevom točku u odnosu na moment na desnom točku (Sl. 5.12).

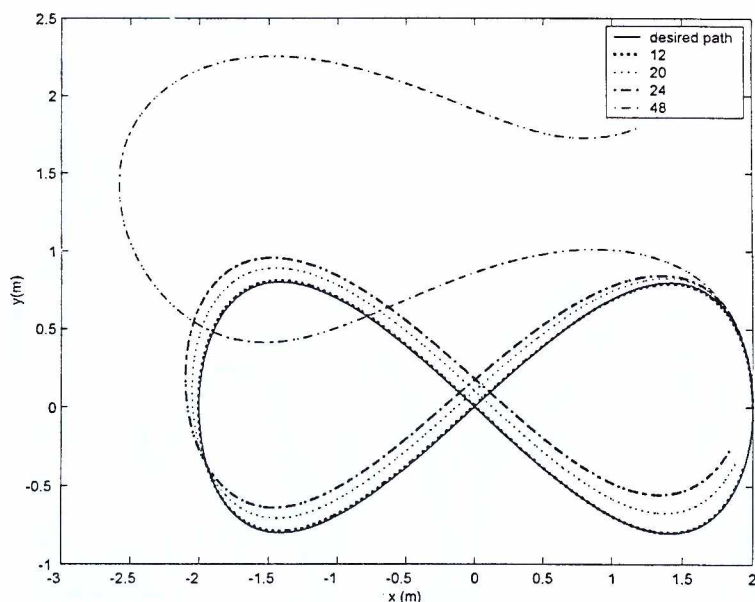


Slika 5.14: Normalizovani pogonski moment desnog točka za različite pozicije opterećenja na platformi mobilnog robota. Pogonski motor je Faulhaber 3557012CS. Opterećenje platforme je  $m = 10$  kg. Koordinate  $(\xi, \eta)$  opisuju poziciju centra mase u pokretnom koordinatnom sistemu  $A_{i_1}j_1$ . Isprekidana linija pokazuje da za položaj  $C(-0.2, 0.7)$  pogonski moment nije dovoljan, što znači da će se pojaviti greška praćenja.

Slike. 5.12 i 5.13 predstavljaju normalizovane pogonske momente, dobijene simulacijom, za kretanje duž trajektorije date na slici 5.11. Analizirana su četiri različita opterećenja:  $m = 8, 10, 25$  i  $50$  kg. Kao što se može uočiti grafici promjene momenta na desnom i lijevom točku su vremenski pomjereni što je uzrokovano promjenom poluprečnika krivine odabrane trajektorije. Vertikalne ose na Slikama 5.12 i 5.13 su limitirane na 1, tako da prikazuju normalizovane momente. Može se vidjeti da je normalizovani moment za opterećenje  $m = 8$  kg u dopuštenom opsegu, tj. unutar granica  $-1, +1$ . Slično je i za opterećenje od  $m = 10$  kg. Ipak, za opterećenja:  $m = 25$  kg i  $m = 50$  kg zahtijevani pogonski moment aktuator nije u stanju da generiše, što znači da će se pojaviti greška praćenja.

Slika 5.14 prikazuje pogonske momente pri promjeni pozicije opterećenja na platformi mobilnog robota. Parametri na grafiku predstavljaju poziciju centra mase  $C(\xi, \eta)$  u pokretnom koordinatnom sistemu  $A_{i_1}j_1$  vezanom za platformu mobilnog robota. Slika 5.14 sugerise da postoji zona na platformi unutar koje pomjeranje opterećenja neće generisati dodatnu grešku, odnosno u slučaju da se opterećenje nalazi van te oblasti moguće je generisanje neprihvatljive greške. U prezentiranom slučaju granice su  $\eta_c = -0.2$  m i  $\xi_c = 0.7$  m. Moguće je odrediti graničnu liniju oblasti na platformi koja garantuje dobro praćenje.





Slika 5.15: Praćenje trajektorije u obliku osmice sa četiri različita motora iste klase. Željena trajektorija je prikazana punom linijom. Simulacija motrima napajanih sa: 12, 20 i 24 V rezultuje sa prihvatljivom greškom, međutim praćenje dobijeno za motor napajan sa 48 V nije prihvatljivo. Pogledaj tekst i slike 5.16 i 5.17 za dalja objašnjenja.

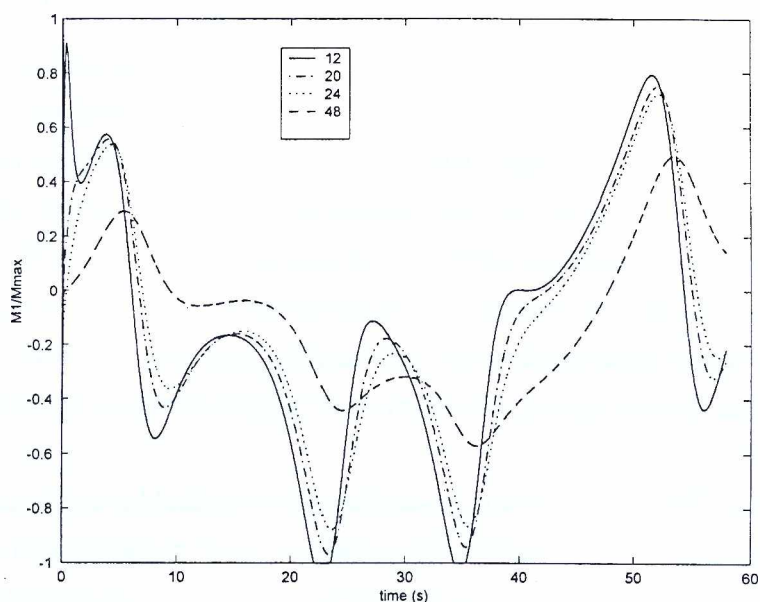
Slika 5.15 prikazuje simulacione rezultate praćenja trajektorije u obliku osmice za četiri različita motora. Virtuelna zamjena motora je implementirana korišćenjem dijaloga prozora dizajniranog u Simulinku. Sledeći motori su izabrani za analizu: 35570xxCS; xx= 12, 20, 24, and 48. Oznaka "xx" odgovara naponu napajanja (12 to 48 V). Analizirani motori pripadaju istoj klasi DC mikromotora. Očekivano je da jači motor, tj. jedan sa većim naponom napajanja obavlja zadatak najbolje. Ipak, simulacija pokazuje da praćenje putanje u obliku osmice sa Faulhaber 3557048CS DC motorom nije prihvatljivo.

Praćenje trajektorije počinje odstupanjem najčeće odmah po početku kretanja. Jedan od mogućih razloga je taj što motori sa različitim naponima napajanja imaju takođe različite inercijalne karakteristike.

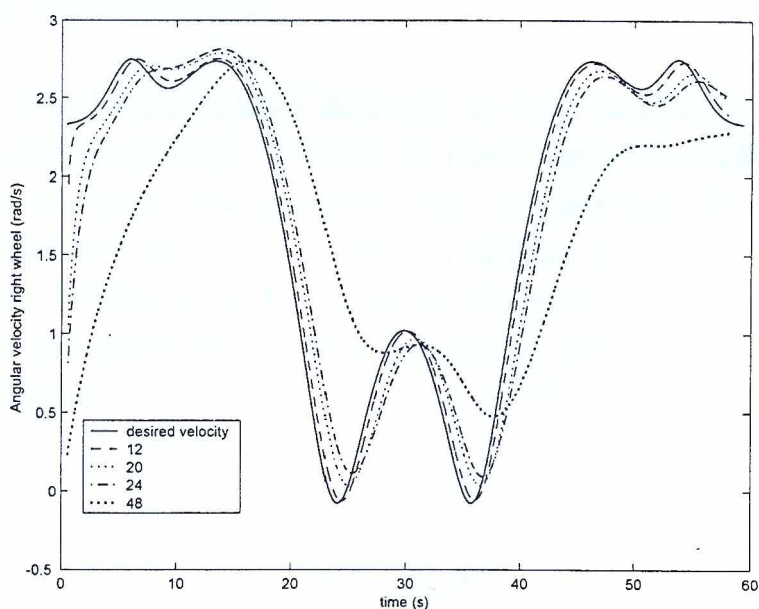
U cilju analize ove velike greške praćenja proračunati su pogonski momenti.

Slika 5.16 prikazuje normalizovane pogonske momente za trajektoriju i motore date na slici 5.15. Neuporedljivost željene i simulacijom dobijene putanje sa motorom 355048CS može sugerisati da pogonski momenti nijesu adekvatni, međutim grafik pokazuje da to nije slučaj.

U cilju objašnjenja razloga pojave greške praćenja simulirane su ugaone brzine točkova (Sl. 5.17). Primjećuje se da najači motor pokazuje neprihvatljivu grešku. Najači motor nije u mogućnosti da slijedi neophodni profil brzine, čime greška praćenja postaje neprihvatljiva. Neophodno je uočiti da se neki od parametara (Tabela II) veoma razlikuju za četiri analizirana motora što umnogome utiče na željenu trajektoriju koja je limitirana traktabilnošću profila brzine.



Slika 5.16: Normalizovani pogonski momenti za trajektoriju u obliku osmice sa četiri različita motora iz iste familije. Normalizovani momenti za sve motore su unutar granica  $-1$ ,  $+1$ , međutim praćenje sa motorom napajanim sa 48 V (Sl. 5.15) nije prihvatljivo. Pogledaj tekst i Sl. 5.17 za dalja tumačenja.



Slika 5.17: Profil brzine za četiri različita motora. Značajno je uočiti da profil brzine, dobijen simulacijom, za motor napajan sa 48 V bitno odstupa od željenog profila (puna linija). Profili ugaonih brzina ostalih motora relativno dobro prate željeni profil. Nesklad u profilima brzina indicira pojavu greške praćenja prikazanu na Sl. 5.15. Razlike u profilima brzina uzrokovane su promjenom karakteristika pogona (Tabela II).

## 5.4 Diskusija

U ovom dijelu je prikazana primjena interaktivnog alata za analizu kretanja robota sa dva pogonska točka koji se kreće u horizontalnoj ravni. Simulacioni paket koristi potpuni model mobilnog robota sa dva nezavisno pogonjena točka i trećim nepogonjenim točkom koji se slobodno okreće oko vertikalne osovine. Koristeći razvijeni alat moguće je vršiti analizu traktabilnosti putanja (Slika 5.11), koje maksimalne terete mobilni robot može prevoziti (Slike. 5.13, 5.12 i 5.14), promjenu pozicije opterećenja na platformi (Sl. 5.14), geometriju platforme i veličinu točkova i njihovu poziciju. Simulacija omogućava analizu karakteristika različitih motora, u cilju selekcije najprikladnijeg motora prema postavljenom zadatku (Slike. 5.16 i 5.17).

Simulacija je razvijena u MatLab-u i Simulink-u i izvršava se na PC računaru. Simulacioni paket se može lako adaptirati za drugi tip aktuatora. Ulazi simulacionog paketa omogućavaju jednostavnu promjenu parametarske liste putem dijalog prozora u Simulinku (Slike 5.2 i 5.3).

Simulacioni paket je primijenjen za off-line analizu karakteristika mobilnog robota sa dva pogonska točka. Simulacioni alat je važna faza u projektovanju upravljanja za postavljeni zadatak. Prvo da bi se definisala platforma čije karakteristike odgovaraju datom zadatku, a sa druge strane opisano optimalno upravljanje može biti primijenjeno za on-line upravljanje. Ovakvo upravljanje bi predstavljalo on-line upravljanje u otvorenoj petlji. Ovaj paket omogućava korišćenje drugih upravljačkih algoritama kako za off-line analizu tako i za on-line upravljanje ako zadovoljavaju uslov da se trajektorije pratljive i performanse platforme adekvatne.

U ovom dijelu su prikazani rezultati simulacije za četiri različita opterećenja prenošena mobilnim robotom duž iste putanje. Prikazani su takođe rezultati dobijeni za različite pozicije opterećenja na platformi. Analizirana su četiri tipa iste klase DC-motora sa aspekta njihove primjenljivosti u skladu sa postavljenim zadatkom zavisno od neophodne brzine i potrebnog momenta. Prikazani rezultati pokazuju efikasnost simulacionog metoda za analizu svih parametara mobilnog robota pomoću user-friendly dijalog prozora implementiranih u MatLab-ovom Simulinku.



## Glava 6

# Primjena alata u analizi bipedalne lokomocije

### 6.1 Uvod

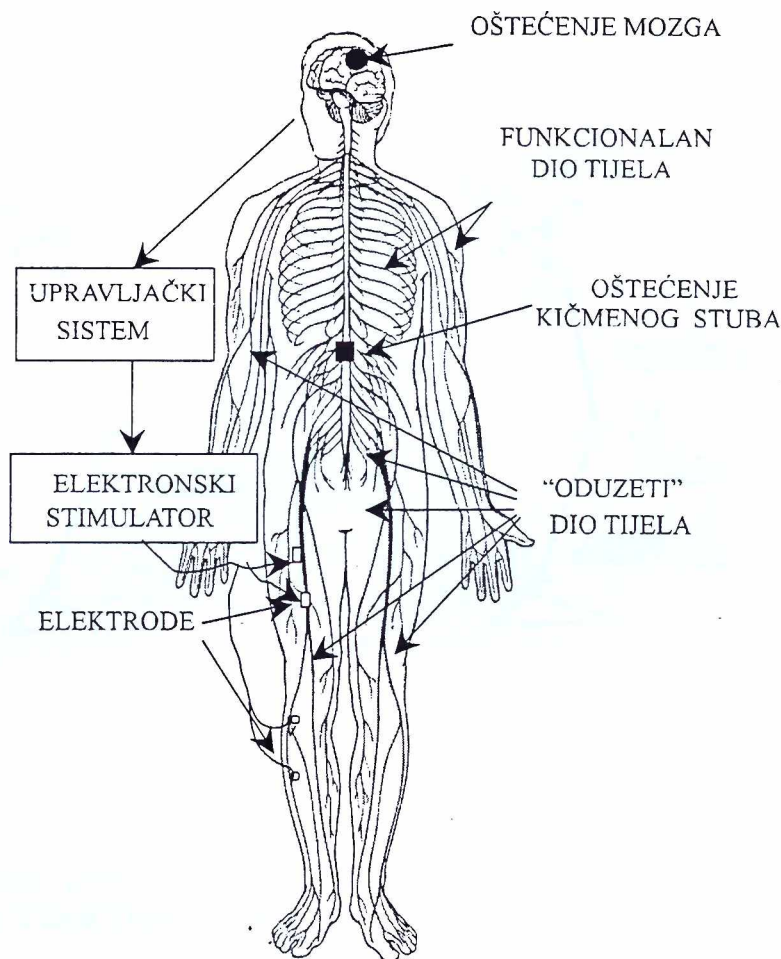
Interaktivni alat za simulaciju ponašanja mobilnih robota sa točkovima moguće je koristiti i za analizu šire klase robotskih sistema. Mobilni roboti sa antropomorfnim lokomocionim mehanizmom mogu se takođe analizirati primjenom ovog alata. U ovom dijelu su dati rezultati simulacije čovječijeg hoda.

Bipedalna lokomocija je simulirana u cilju generisanja obrasca aktivacije mišića tokom kretanja pomoću funkcionalne električne stimulacije. Funkcionalna električna stimulacija se zasniva na stimulaciji neoštećenih nerava čijom aktivacijom dolazi do kontrakcije mišića. Za razliku od upotrebe spolja pogonjenih ortoza kod primjene neuralne proteze ulogu aktuatora obavljaju mišići pacijenta. Na slici 6.1 prikazan je princip funkcionisanja neuralne proteze. Komponente neuralne proteze su upravljački sistem, elektronski stimulator, senzori povratne sprege (nijesu prikazani na slici) i elektrode.

Da bi se odredilo pravilo na osnovu kojeg je moguće projektovati kontroler neophodno je startovati od modela tijela (Slika 6.2) koji uključuje mogućnost promjene parametara specifičnih za svaku osobu.

Dinamički model, koji je opisan u trećoj glavi, uključuje dinamiku antropomorfnog mehanizma i dinamiku aktuatora. Aktuatori su u ovom slučaju mišići koji su prikazani odgovarajućim modelom. Tokom procedure modeliranja i primjene dinamičkog programiranja u cilju određivanja optimalnog upravljanja uključena su fiziološka ograničenja kretanja pojedinih zglobova. Simulacija je izvedena primjenom alata koji je opisan u prethodnoj glavi. Kao rezultat simulacione procedure dobijaju se nivoi signala neophodnih za aktivaciju mišića. Na osnovu seta ovim postupkom dobijenih rezultata moguće je definisati pravilo koje predstavlja ulaz pri sintezi tzv. rule-based regulatora [93, 94, 95] .

Tokom daljih istraživanja alat je primijenjen na simulaciju trodimenzionalnog model bipe-



Slika 6.1: Na slici je prikazan princip funkcionisanja neuralne proteze. Komponente neuralne proteze su upravljački sistem, elektronski stimulator, senzori povratne sprege (nijesu prikazani na slici) i elektrode.

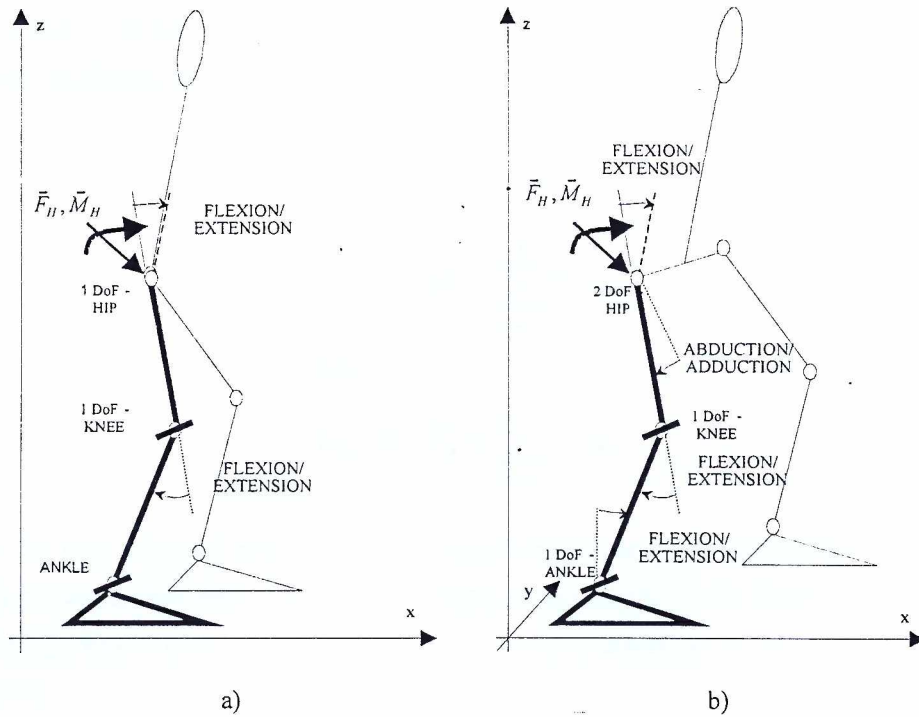
dalne lokomocije. Rezultati dobijeni simulacijom u ovom slučaju su implementirani u proceduru projektovanja kontrolera zasnovanog na vještačkim neuralnim mrežama [86].

Konkretni zadatak primjene ovog alata je projektovanje kontrolera koji će omogućiti osobama sa povredama ili oboljenjima centralnog nervnog sistema automatsku kontrolu hoda. Sintetizovano automatsko upravljano kretanje pokazuje bolje karakteristike, sa aspekta brzine i utroška energije, u odnosu na kretanje koje se realizuje električnom stimulacijom koju pomoću prekidača generiše pacijent [86].

## 6.2 Modeli antropomorfnog mehanizma

### 6.2.1 Planarni model

Detaljan opis planarnog modela bipedalne lokomocije dat je u Glavi 2. U ovom dijelu ćemo ponoviti jednačine matematičkog modela u prostoru stanja i uvedena ograničenja



Slika 6.2: Dvodimenzionalni (a) i trodimenzionalni (b) model skeleta korišćen pri simulaciji bipedalnog kretanja pomoću četvorokanalne (a) i osmokanalne (b) električne stimulacije. Model uklju čuje 2 DoF (a) i 4 DoF (b) za nogu dok se ostali dio tijela modelira kao kruto tijelo.

pomjeranja zglobova kao neophodan uvod za prikaz trodimenzionalnog modela bipedalne lokomocije.

Ulazni fajl za simulaciju je pripremljen procesiranjem podataka koje čine ugao trupa u odnosu na horizontalnu podlogu, uglovi zglobova koljena i kuka, ubrzanje kuka i sila reakcije podloge. Podaci su snimljeni u toku kretanja zdrave osobe na pokretnoj traci u trajanju od pet minuta, pri čemu su skočni zglob i stopalo fiksirani ortozom. Kao senzori su korišćeni senzori sile (četiri otporničke trake) ugrađeni u uložak cipele, fleksibilni goniometri na zglobovima noge i potencijometrijsko klatno na tijelu [113]. Podaci su odabirani učestanošću 100Hz. Originalni kinematički i dinamički podaci su filtrirani niskopropusnim filtrom od 5Hz [114]. Komponente ubrzanja kuka su proračunate na osnovu kinematičkih podataka. Dva seta površinskih elektroda snimala su EMG aktivnost kvadricepsa i hamstring mišića. EMG signal je pojačavan, ispravljan i integraljen u intervalima od 10ms.

Matematički model za simulaciju je izveden u prostoru stanja. Vektor promjenljivih stanja je  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ , gdje je  $x_1 = \phi_S$ ,  $x_2 = \dot{\phi}_S$ ,  $x_3 = \phi_T$ ,  $x_4 = \dot{\phi}_T$ . Promjenljive stanja sistema su ograničene fiziološkim granicama kretanja na  $0 \leq \phi_K \leq \pi/2$ ,  $-\pi/4 \leq \phi_H \leq 3\pi/8$  i  $2\pi/5 \leq \phi_{TR} \leq 3\pi/5$ , što uslovljava ograničenja promjenljivih stanja  $a \leq x_1 \leq b$  i  $c \leq x_3 \leq d$ , gdje je:  $a = 1.15\pi$ ,  $c = 0.65\pi$ ,  $b = d = 1.975\pi$ .



Matematički model dinamike noge upravljane sa dva mišićna ekvivalenta u kuku i u koljenu dat je u prostoru stanja sa:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= P_2 + \sum_{j=1}^4 G_{2j} u_j \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= P_4 + \sum_{j=1}^4 G_{4j} u_j\end{aligned}\tag{6.1}$$

Izrazi  $P_2, P_4, G_{2j}, G_{4j}$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  su nelinearne funkcije dobijene kao rezultat niza linearnih transformacija sistema (3.35 - 3.41), date su izrazima (3.42, 3.43 i 3.44).

Relacije (6.1), koje opisuju dinamiku ovog sistema u prostoru stanja imaju istu formu kao relacije (3.32) kojima je opisana dinamika mobilnog robota sa točkovima.

U cilju izbora prihvatljivog upravljanja  $u = u(t)$ , na takav način da aktuelna trajektorija  $X = X(t)$  bude što je moguće bliža željenoj trajektoriji  $Z = Z(t)$  uzimajući u obzir ograničenja aktivacionih nivoa mišića, uvodimo sledeću optimizacionu funkciju:

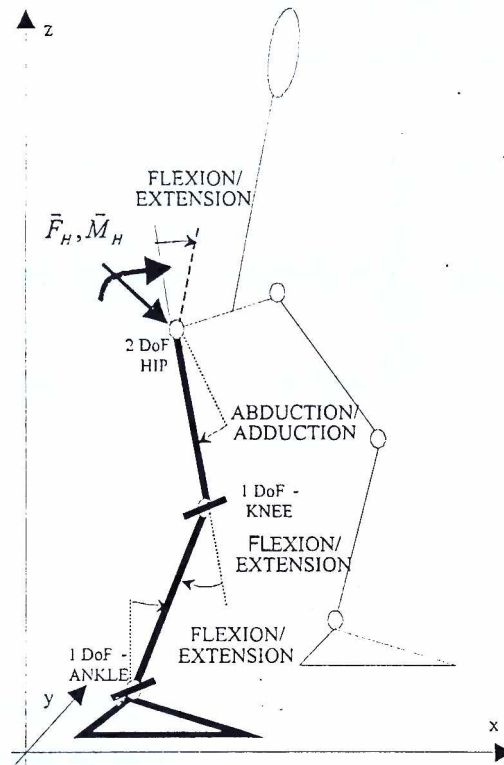
$$R(u) = \int_{t_0}^{t_0+T} \{ [x_1(t) - z_1(t)]^2 + [x_3(t) - z_3(t)]^2 + \lambda_1 [u_1^2(t) - u_2^2(t)] + \lambda_2 [u_3^2(t) - u_4^2(t)] \} dt\tag{6.2}$$

Optimizaciona funkcija je izabrana na takav način da se više vodi računa o minimizaciji prekanpanja agonist i antagonist aktivacije nego o potpunjoj aktivaciji svih mišića. Optimizaciona procedura je slična proceduri prikazanoj u dijelu disertacije koji se bavi analizom kretanja mobilnog robota sa točkovima.

## 6.2.2 Trodimenzionalni model

U ovom dijelu je prezentirana osnova trodimenzionalnog modela. Čovječiće tijelo je podijeljeno u dva podsistema kao u prethodnom primjeru (Slika 6.2. b). Noga se modelira kao trosegmentni sistem sa skočnim, koljenim i zglibom kuka. Za razliku od planarnog modela kuk je modeliran kao sferni zglib sa 2 DoF koji omogućava fleksiju i ekstenziju u sagitalnoj ravni i abdukciju i addukciju u koronalnoj ravni. Zglib koljena modelovan je kao šarnirajući (cilindrični) zglib i skočni zglib je modelovan kao šarnirajući dopuštajući dorzalno/plantarnu fleksiju. Stopalo se posmatra kao kruto tijelo vezano za skočni zglib. Reakcija podloge se posmatra kao uticaj na taban stopala centra pritiska oslone tačke koja se pomjera duž tabana tokom faze oslanjanja. Preostali dio tijela je zamijenjen sa njegovim dinamičkim ekvivalentom: silom i momentom koji djeluju u zglibu opisane noge. Pretpostavlja se da suprotna noga slijedi

identičnu kinematiku i dinamiku vremenski pomjerenu za 50% trajanja ciklusa koraka. Mišići doprinose kretanju u jednoj ravni (fleksija/ekstenzija ili abdukcija/addukcija) i predstavljene su parom agonist/antagonist ekvivalentnih mišića. Pokretanje noge ovim modelom realizuje se aktivacijom osam mišića.



Slika 6.3: Trodimenzionalni model skeleta korišćen pri simulaciji bipedalnog kretanja pomoću osmokanalne funkcionalne električne stimulacije. Model uključuje 4 DoF za nogu dok se ostali dio tijela modelira kao kruto tijelo.

Matematički model sistema prikazanog na slici 6.3 transformiše se u formu:  $\dot{X} = f(X, U)$  koristeći metod opisan ranije [115]. Vektor promjenljivih stanja je u ovom slučaju dat kao:

$$X(x_1 = \phi_A, x_2 = \dot{\phi}_A, x_3 = \phi_K, x_4 = \dot{\phi}_K, x_5 = \phi_{HA}, x_6 = \dot{\phi}_{HA}, x_7 = \phi_{HE}, x_8 = \dot{\phi}_{HE})$$

Ulazni vektor se formira od:

- 1) željenih uglova zglobova kuka, koljena i skočnog zgloba ( $\phi_{HE}, \phi_{HA}, \phi_K$  i  $\phi_A$ );
- 2) ugla trupa  $\phi_{TR}$ ;
- 3) sile reakcije podloge  $X_G, Y_G, Z_G$  i
- 4) ubrzanja kuka  $\ddot{x}_H, \ddot{y}_H, \ddot{z}_H$ .

Ulazni podaci za simulaciju dobijeni su na osnovu analize kretanja zdravog čovjeka različitim brzinama. Tokom kretanja po pokretnoj traci ispitanicima su postavljeni reflektujućih markeri na obje noge i po tijelu, a sistem je praćen sa sedam kamera. Akvizicija kinematičkih i dinamičkih podataka sinhronizovana je na 240 odbiraka po sekundi. ProReflex sistem je kalibrisan prije početka eksperimenta; uzimajući sve podatke u apsolutnom referentnom sistemu.

Off-line analiza startuje filtriranjem niskopropusnim filtrom sa frekvencijom od 5 Hz pri čemu se koristi Butterworth filter četvrtog reda. Sila reakcija podloge i pozicija centra pritiska je proračunata na osnovu podataka snimljenih senzorima sile.

Vektor upravljanja je dat kao:  $U(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8)$ . Upravljačke promjenljive su nivoi aktivacije  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  i  $8$ ) svakog od ekvivalentnih mišića, ograničeni između nule (nema aktivacije) i jedan (maksimum). Model u prostoru stanja ima sledeću formu:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & \dot{x}_2 &= P_2 + \sum_{j=1}^8 G_{2j} u_j \\ \dot{x}_3 &= x_4, & \dot{x}_4 &= P_4 + \sum_{j=1}^8 G_{4j} u_j \\ \dot{x}_5 &= x_6, & \dot{x}_6 &= P_6 + \sum_{j=1}^8 G_{6j} u_j \\ \dot{x}_7 &= x_8, & \dot{x}_8 &= P_8 + \sum_{j=1}^8 G_{8j} u_j \end{aligned} \quad (6.3)$$

Izrazi  $G_{ij}$  i  $P_i$  ( $i = 2, 4, 6$  i  $8$ ;  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  i  $8$ ) dobijaju se nakon niza transformacija diferencijalnih jednačina kretanja (drugog reda), uključujući geometrijske i inercijalne mjere potencijalnog korisnika. Dužine segmenata i inercijalni parametri pacijenta sa paraplegijom određene su metodologijom opisanom u [111]. Ekvivalentni mišići su modelovani korišćenjem trokomponentnog multiplikativnog modela mišića. Ulazi simulacije su kinematika nogu, sila reakcije podloge i moment i sila u kuku. Ovaj model je izabran zbog predviđene osmokanalne funkcionalne električne stimulacije za asistenciju pri kretanju paraplegičnog subjekta. Vrijednosti parametara modela su određene korišćenjem metoda opisanog u [116].

Optimalni upravljački algoritam je proširenje metoda razvijenog za simulaciju planarnog modela [93, 94, 117]. Funkcija performanse korišćena pri postupku optimizacije je data jednačinom (6.4):

$$\begin{aligned} R(u) = & \int_{t_0}^{t_0+T} \{[(\phi_A^*(t) - \phi_A(t))/\phi_{A\max}]^2 + [(\phi_K^*(t) - \phi_K(t))/\phi_{K\max}]^2 \\ & + [(\phi_{HA}^*(t) - \phi_{HA}(t))/\phi_{HA\max}]^2 + [(\phi_{HE}^*(t) - \phi_{HE}(t))/\phi_{HE\max}]^2 \\ & + 0.5[u_1^2(t) + u_2^2(t) + u_3^2(t) + u_4^2(t) + u_5^2(t) + u_6^2(t) + u_7^2(t) + u_8^2(t)]\} dt \end{aligned} \quad (6.4)$$

Indeks "max" je povezan sa maksimalnom vrijednošću ugla zgloba. Prva četiri člana funkcije performanse su kvadrati normalizovane greške praćenja a peti član je suma kvadrata mišićnih aktivacionih nivoa.



### 6.3 Rezultati simulacije za planarni model

Prikazat ćemo rezultate simulacije kretanja zdrave osobe i osobe sa oštećenjem centralnog nervnog sistema. Podaci o hodu za obje simulacije pripremljeni su na osnovu mjerenja parametara hoda zdrave osobe ( ženska osoba , visine  $H = 1,64m$  i težine  $M = 56kg$ ). Ortoza, čija je uloga djelimična imobilizacija skočnog zgloba i stopala, je ograničavala planarnu fleksiju na  $5^\circ$  i dorzalnu fleksiju na  $8^\circ$ . Ovim se postigla djelimična simulacija hoda paraplegičara i redukovala kompleksnost matematičkog modela. Dužina koraka je varirala između  $\Delta = 0,88m$  i  $\Delta = 1,08m$ , a vrijeme potrebno za jedan korak se kretalo između  $T = 1,24s$  i  $T = 1,35s$ .

Na slici 6.4 prikazan je set ulaznih podataka za simulacionu proceduru. Vektor ulaza čine: komponente ugaonog ubrzanja kuka, ugao trupa, željeni uglovi u kuku i koljenu i vertikalna i horizontalna komponenta sile reakcije podloge. Grafici prikazani na slici 6.4 pokazuju podatke za četiri koraka počevši od trenutka kada peta desne noge ostvari kontakt sa podlogom. Za simulaciju se koristi ciklus ulaznih podataka sa više koraka, ali je zbog lakšeg uočavanja varijacije parametara od koraka do koraka na slici prikazan ciklus od četiri koraka. Parametri tijela i mišića obje osobe koji figurišu u relacijama (3.35 - 3.44) dati su u Tabelama III i IV. Neutralni uglovi su  $\varphi_{K0} = 0,5$  i  $\varphi_{H0} = 0$ .

TABELA III

Biomehanički parametri zdrave osobe i osobe sa oštećenjem centralnog nervnog sistema korišćeni tokom simulacije.

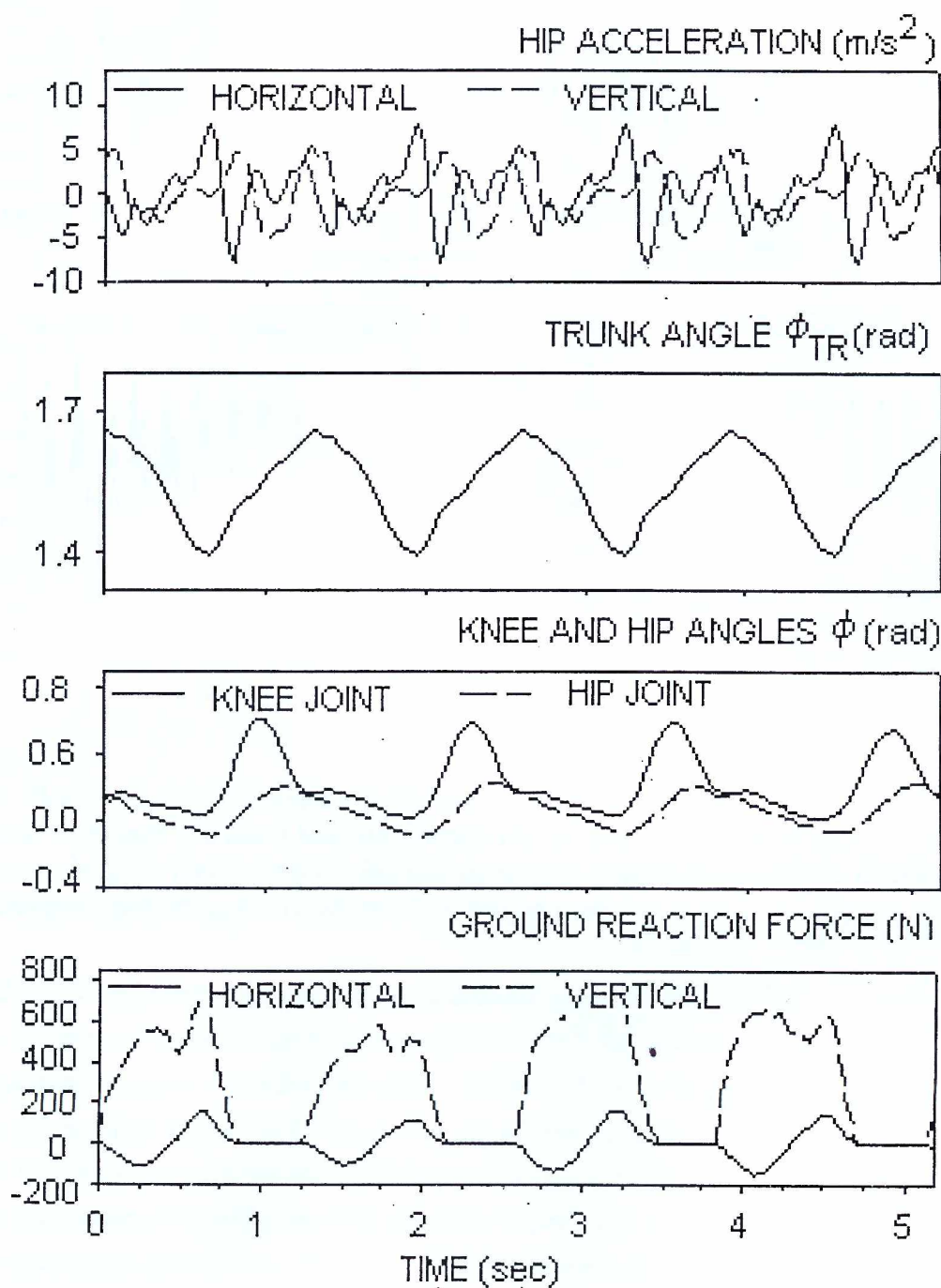
	potkoljenica - S (shank)		butina - T (thigh)	
	zdrava osoba	pacijent	zdrava osoba	pacijent
$J_c [kgm^2]$	0,23	0,21	0,19	0,18
$L [m]$	0,51	0,54	0,42	0,44
$d [m]$	0,24	0,26	0,18	0,19
$m [kg]$	4,5	3,2	8,1	7,2

TABELA IV

Parametri koji određuju momente u zglobovima kuka i koljena zdrave osobe.

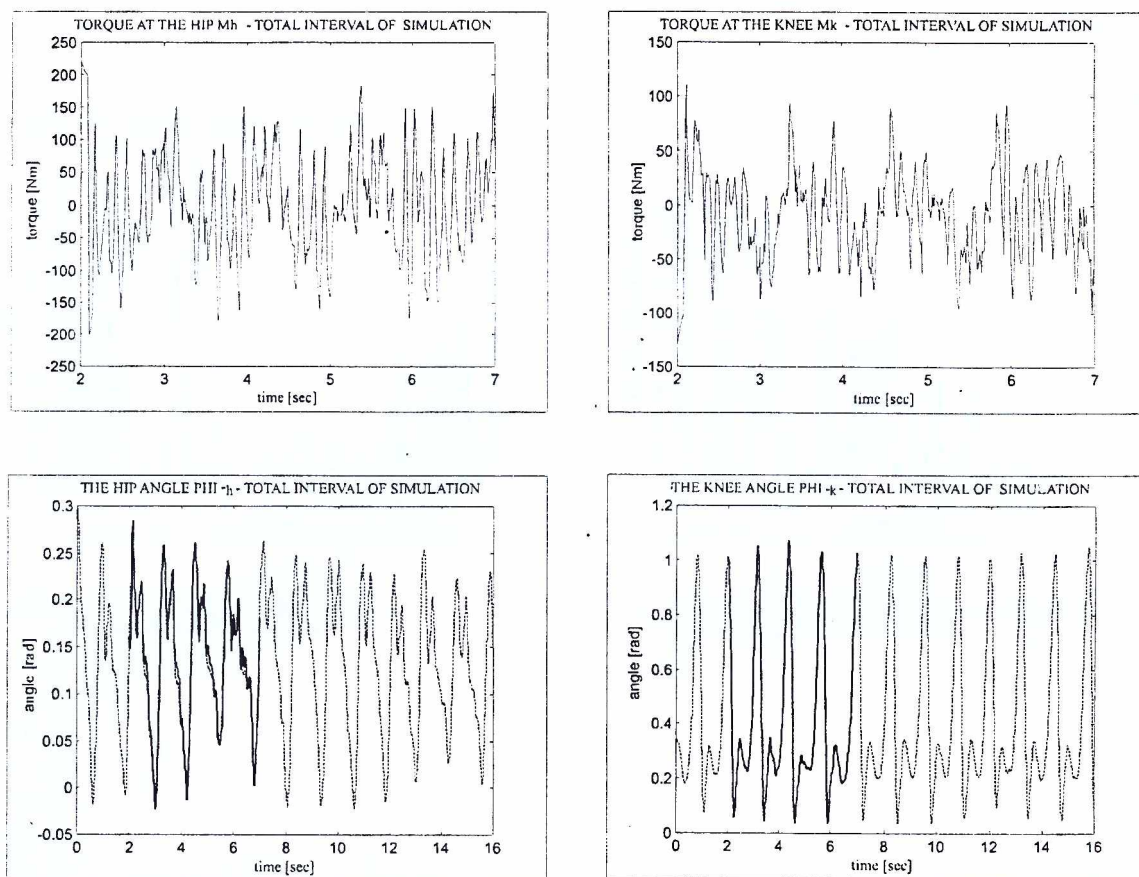
Svi parametri su izraženi u jedinicama SI sistema.

$c_{10} = 61,6$	$c_{11} = 1,54$	$c_{12} = -9,24$	$c_{13} = 0,06$	$c_{14} = 1,2$	
$c_{20} = 56,45$	$c_{21} = 368,67$	$c_{22} = -128,77$	$c_{23} = 0,04$	$c_{24} = 1,5$	
$c_{30} = 206$	$c_{31} = 76$	$c_{32} = -54$	$c_{33} = 0,05$	$c_{34} = 1,2$	
$c_{41} = 158,4$	$c_{41} = 114,84$	$c_{42} = -52,8$	$c_{43} = 0,04$	$c_{44} = 1,5$	
$d_{11} = 9$	$d_{12} = 0,5$	$d_{13} = 0,002$	$d_{14} = 5,02$	$d_{15} = 50,61$	$d_{16} = -29,32$
$d_{21} = 10$	$d_{22} = 0,6$	$d_{23} = 0,84$	$d_{24} = 2,5$	$d_{25} = 0,05$	$d_{26} = -14,99$



Slika 6.4: Set ulaznih podataka za simulaciju kretanja zdrave osobe i osobe sa oštećenjem centralnog nervnog sistema. Grafik prikazuje podatke za četiri koraka startujući od trenutka kada peta desne noge ostvari kontakt sa podlogom. Simulacija koristi ciklus od više koraka, ali četiri prikazana pokazuju konzistenciju modela i varijacije od koraka do koraka.





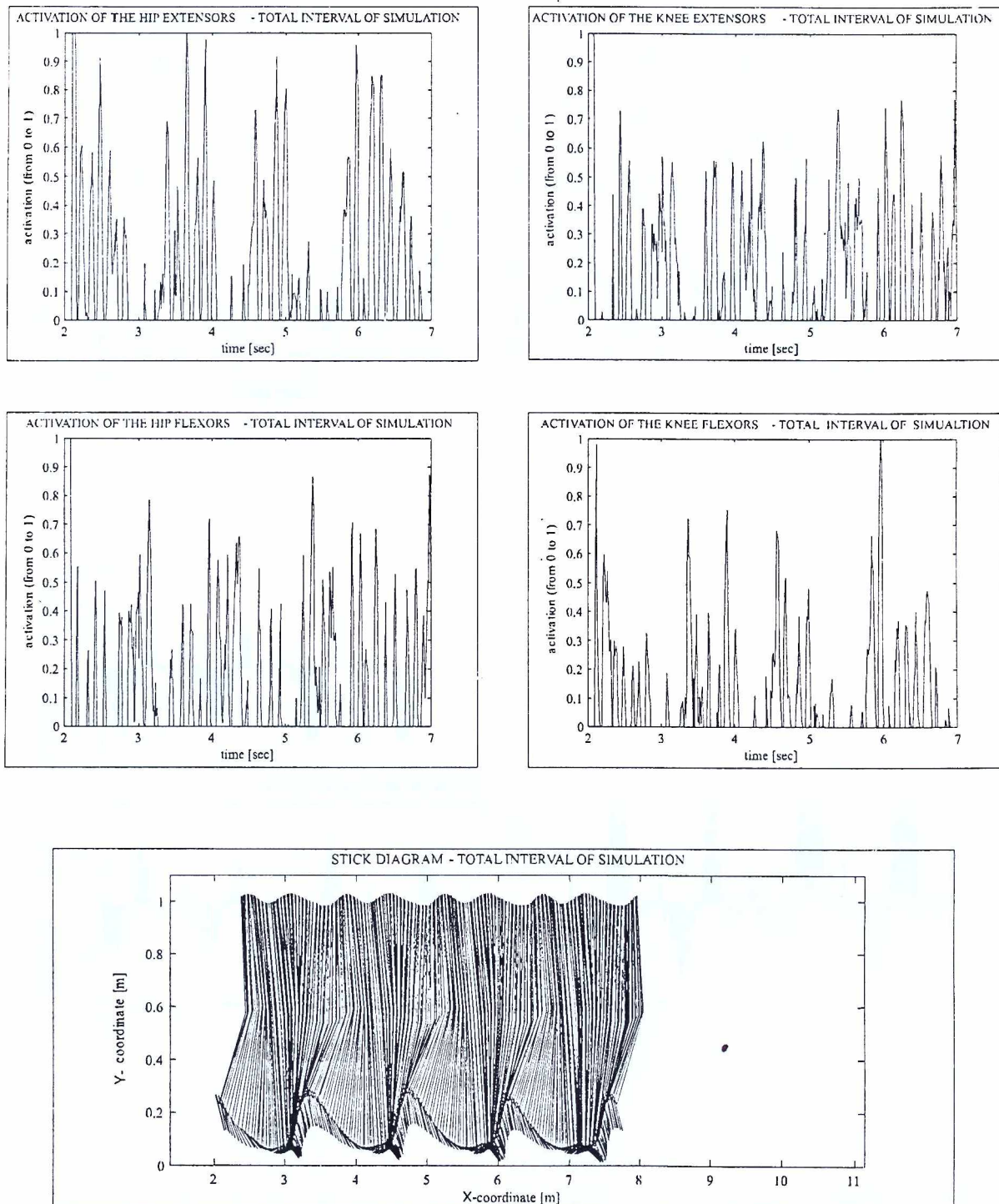
Slika 6.5: Rezultati dobijeni simulacijom kretanja zdrave osobe. U prvom redu su prikazani proračunati momenti u kuku i koljenu. Drugi red prikazuje promjene ugla u kuku i koljenu dobijene simulacijom (puna linija) i željenu promjenu (isprekidana linija). Greška, tj. razlika između željene i proračunate trajektorije, je veoma mala.

Na slici 6.5 prikazani su momenti proračunati simulacijom (grafici u prvom redu). Dva grafika u drugom redu iste slike prikazuju poređenje rezultata dobijenih simulacijom i snimljenih vrijednosti uglova u zglobovima kuka i koljena. I na ovim graphicima poređenje rezultata dobijenih snimanjem kretanja zdrave osobe na pokretnoj traci (isprekidana linija) i rezultata dobijenih na osnovu simulacije (puna linija) prikazana su za četiri koraka. Kao mjera kvaliteta praćenja analizirana je razlika između željenih vrijednosti uglova  $\varphi_H$  i  $\varphi_K$  i vrijednosti dobijenih simulacionim postupkom  $\varphi_H^*$  i  $\varphi_K^*$ . Srednja apsolutna greška u radijanima je definisana kao:

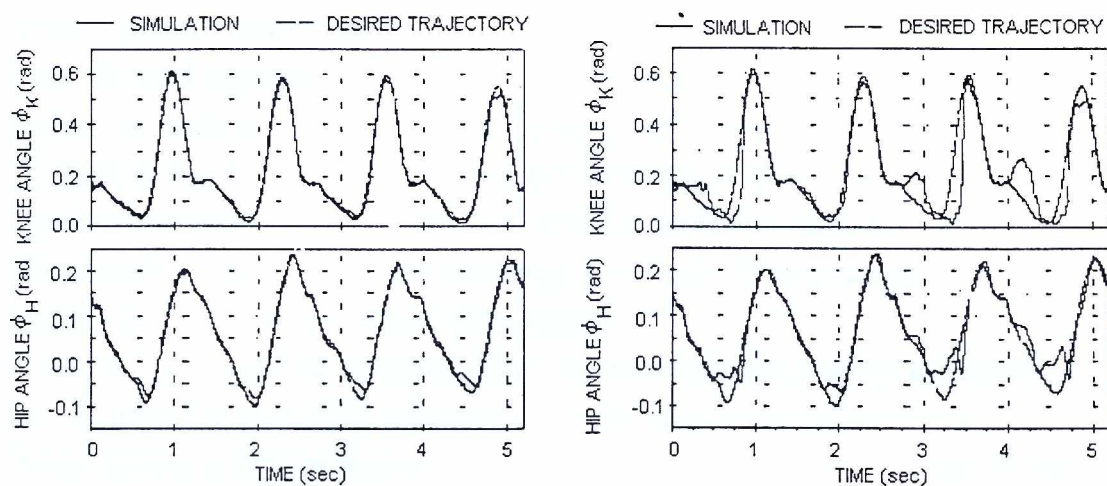
$$\bar{e}_K = \sum_{i=1}^n |\varphi_{Ki} - \varphi_{Ki}^*| / n, \quad \bar{e}_H = \sum_{i=1}^n |\varphi_{Hi} - \varphi_{Hi}^*| / n$$

Ova greška je proračunata za kompletan ciklus (230 koraka) koristeći vrijednosti odabrane svakih 10 ms. Vrijednost greške je  $\bar{e}_K = 0,0124 \text{ rad}$  i  $\bar{e}_H = 0,065 \text{ rad}$  sa standardnom devijacijom  $\sigma_K = 0,0104 \text{ rad}$  i  $\sigma_H = 0,065 \text{ rad}$ . Maksimalna vrijednost apsolutne greške je  $e_{K \max} = 0,06 \text{ rad}$  i  $e_{H \max} = 0,13 \text{ rad}$ .

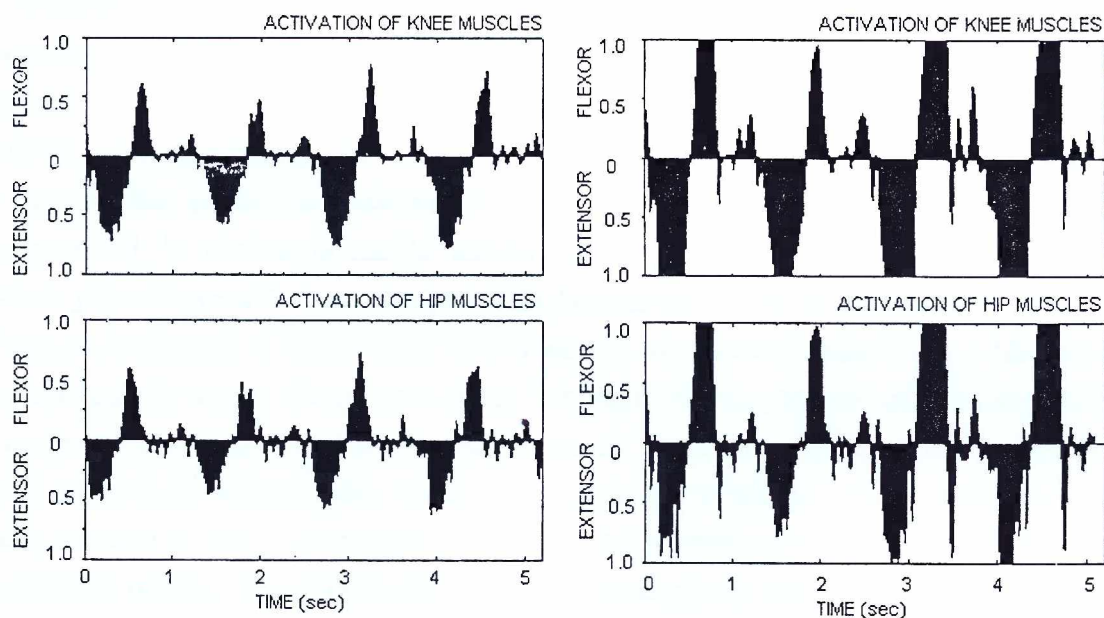




Slika 6.6: Prva četiri grafika prikazuju simulacijom proračunate aktivacione nivoe mišića ekstenzora i fleksora zglobova kuka i koljena. Poslednji grafik prikazuje vizuelizaciju pomjeranja noge tokom simulacione procedure. Rezultati su dobijeni kada su tokom simulacije korišćeni parametri zdrave osobe.



(a)



(b)

Slika 6.7: Na prva četiri grafika (a) prikazane su proračunate trajektorije zglobova kuka i koljena upoređene sa željenim trajektorijama pri simulaciji kretanja zdrave osobe (lijevo) i osobe sa oštećenjem nervnog sistema (desno). Druga četiri grafika (b) prikazuju obrasce mišićnih aktivacija parova fleksor ekstenzor dobijenih simulacijom kretanja zdrave osobe (lijevo) i osobe sa oštećenjem nervnog sistema (desno). Da bi se realizovalo zadato kretanje kod osobe sa oštećenjem nervnog sistema neophodno je usled promjene karakteristika aktuatora, u ovom slučaju mišića, vršiti aktivaciju saturacionim nivoom aktivacionog signala.



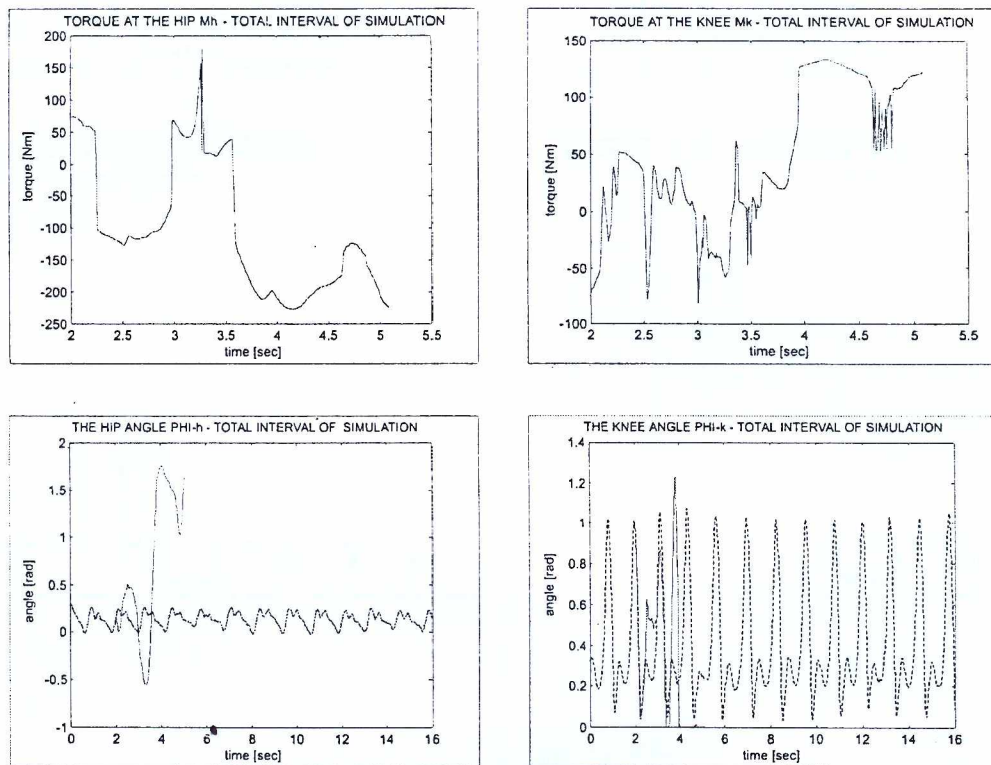
Na grafiku 6.6 prikazani su aktivacioni nivoi mišića fleksora i ekstenzora koji pokreću zglobove kuka i koljena zdrave osobe dobijeni kao rezultat simulacione procedure. Na istoj slici je dat vizuelni prikaz pomjeranja noge tokom kretanja na osnovu simulacijom dobijenih rezultata. Stick dijagram i u ovoj analizi ima značajnu ulogu kao i kod mobilnog robota sa točkovima. Na osnovu ovog grafika može se uočiti da li će pri predviđenoj mišićnoj aktivaciji doći do kontakta noge sa podlogom na takav način da je obezbijeđen stabilan prelaz iz jednoosloničke u dvoosloničku fazu hoda. Veoma je značajno da li tokom kretanja dolazi do kontakta između prstiju kontralateralne noge i podloge. Ova situacija pri kretanju se može prosmatrati kao neželjeni kontakt sa preprekom.

Na slici 6.7 prikazani su uporedni grafici za zdravu osobu i osobu sa oštećenjem nervnog sistema. U prva dva reda slike prikazani su grafici koji pokazuju praćenje promjene zadatih vrijednosti uglova u zglobu koljena i kuka kod zdrave osobe (lijevo) i osobe sa oštećenjem nervnog sistema (desno). Punim linijama su na graficima prikazane željene promjene uglova, a isprekidanim trajektorija koja se dobija kao rezultat simulacije. Uočava se da je greška praćenja tokom jednog koraka veća kod osobe sa oštećenjem nervnog sistema. U sledeća dva reda (trećem i četvrtom) prikazani su obrasci aktivacije parova mišića ekstenzora i fleksora u zglobovima kuka i koljena zdrave osobe (lijevo) i pacijenta sa paraplegijom (desno). Za razliku od zdrave osobe, koja ima očuvanu mišićnu aktivnost, kod paraplegičara se uočava pojava saturacije aktivacionih impulsa. Ova situacija je rezultat slabljenja mišića kod paraplegičara koje nastupa kao posledica neaktivnosti mišića za vrijeme trajanja "oduzetosti". Značajno je napomenuti da aktivacija mišića tokom koračanja sa normalizovanim nivoom aktivacije jednakim jedinici generiše kontrakcije mišića koje mogu biti veoma zamorne.

Primjeri prikazani u ovom radu imaju za cilj da ilustruju algoritam. Međutim tokom testiranja brojnih setova ulaznih podataka dobijenih snimanjem kretanja velikog broja volontera po pokretnoj traci dobijaju se slični rezultati. Kod zdravih osoba varijacije parametara do 10% produkuje veoma malu promjenu u tačnosti praćenja. Kod osoba sa oštećenjem nervnog sistema situacija je drugačija. Zavisno od vremena proteklog od obolijevanja dolazi do slabljenja mišića. Sa upravljačkog aspekta to znači da karakteristike aktuatora nemaju očekivane prosječne vrijednosti. Simulacija postaje nestabilna što postavlja zahtjev analize osjetljivosti algoritma pri promjeni koeficijenata. Vrijednosti parametara datih u Tabelama III i IV koji povezuju momente u zglobovima sa pozicijom zgloba, momente u zglobovima sa ugaonim brzinama u zglobu i pasivni momenti u zglobovima određeni su tako da obezbijede najbolje moguće praćenje željene trajektorije. Pri varijaciji parametara određen je opseg u kojem simulacioni algoritam generiše obrazac aktivacije i osigurava praćenje putanja. Maksimalni moment u odnosu na ugaon položaj zgloba moguće je umanjiti za 30% što je ekvivalentno promjeni koeficijenata  $c_{ij}, i = 1, 2, 3, 4; j = 0, 1, 2$  za oko 20%. Povećanje maksimalnog momenta u odnosu na ugaonu poziciju zgloba produkuje smanjenje nivoa aktivacije. Koeficijenti  $c_{i4}, i = 1, 2, 3, 4$  moguće je umanjiti više od 50% što izaziva duže vrijeme trajanja saturacije aktivacionog impulsa. Koeficijenti  $c_{i3}, i = 1, 2, 3, 4$  utiču veoma malo na rezultate simulacije

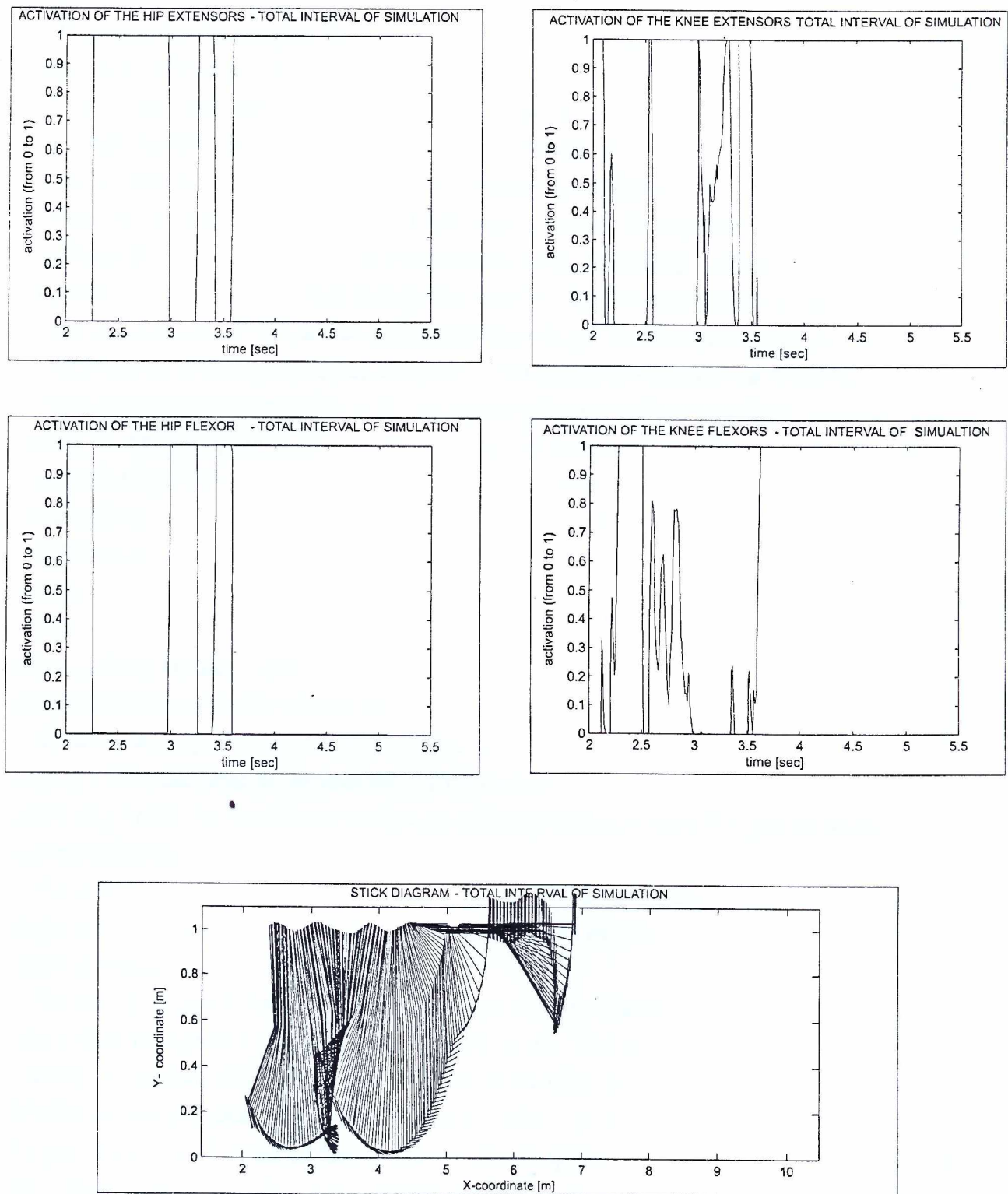


i mogu biti redukovani više od 90%. Povećanjem koeficijenata  $c_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 3, 4$  dovodi do snižavanja aktivacionog nivoa tokom simulacije. Koeficijenti koji definišu pasivno ponašanje zglobova  $d_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  mogu biti uvećani do 80% i algoritam još uvijek generiše izlaze, dok promjene veća od 80% čini da simulacija postane nestabilna. Parametri tijela mogu biti varirani do 20% što ne dovodi do nestabilnosti algoritma, iako će se obrazac aktivacije razlikovati. Na osjetljivost sistema najviše utiče način hoda. Ukoliko je reakcija podloge asinhrona u odnosu na ugaonu poziciju zgloba više od 5% simulacija postaje nestabilna. Poput ovog parametra i ugao trupa mora biti sinhronizovan u odnosu na ugaonu poziciju zgloba u osegu od 10%, da sistem ne bi postao nestabilan.



Slika 6.8: Rezultati simulacije u slučaju promjene parametara mišićne sile u odnosu na ugao odnosno dužine mišića što uzrokuje smanjenje maksimalne sile za 8%.

Promjenom maksimalne sile koju mišić može da generiše za 8% dolazi se tokom simulacije do rezultata prikazanih na slikama 6.8 i 6.9. Simulacioni rezultati su dobijeni za slučaju promjene parametara u relacijama (3.38) kojima su opisani momenti koje generiše mišići. Prikazani grafici pokazuju da u posmatranom slučaju zadato kretanje ne može biti realizovano, kao i osjetljivost simulacije na varijaciju parametara. Uočava se da kretanje koje bi se generisalo ovim nivoima aktivacije nije prihvatljivo sa fiziološkog aspekta. Rezultati simulacije prikazani na prethodne dvije slike ukazuju na značaj kvaliteta pripreme ulaznih podataka za simulaciju, kako sa aspekta opisa trajektorije, tako i sa aspekta karakteristika aktuatora (mišića), mehanizma (zglobovi, skelet noge) i uticaj pomjeranja trupa pri realizaciji zadatog kretanja.



Slika 6.9: Aktivacije mišića i stik dijagram u slučaju variranja parametara koji uključuju dužinu mišića. Redukcijom maksimalne mišićne sile za 8% simulaciona procedura daje prikazane rezultate za aktivacione nivoe mišića i odgovarajući stick dijagram



## 6.4 Rezultati simulacije za trodimenzionalni model

U cilju poboljšanja upravljačkog algoritma implementiranog kod osoba sa oštećenjem nervnog sistema nastavljena su istraživanja primjenom prikazanog alata na trodimenzionalnom modelu. Za razliku od planarnog modela koji je dopuštao dva stepena slobode u zglobovima kuka i koljena kod trodimenzionalnog modela dodaju se još dva stepena slobode. U ovoj analizi aktivan je i skočni zglob u smislu dorzalno-plantarne fleksije, a takođe je dopuštena i abdukcija i addukcija zgloba kuka u koronalnoj ravni. Sa aspekta funkcionalne električne stimulacije planarni model odgovara četvorokanalnoj stimulaciji (stimulišu se četiri mišića - dva para odgovarajućih agonist antagonist mišića), dok trodimenzionalni model omogućava analizu osmokanalne funkcionalne električne stimulacije. Ekvivalentni mišić je i u ovom primjeru modelovan trokomponentnim modelom. Set ulaznih podataka za simulaciju se formira na osnovu snimljene kinematike noge (promjene uglova u zglobovima kuka, koljena i skočnog zgloba), reakcije podloge i sile i momenta u zglobu kuka.

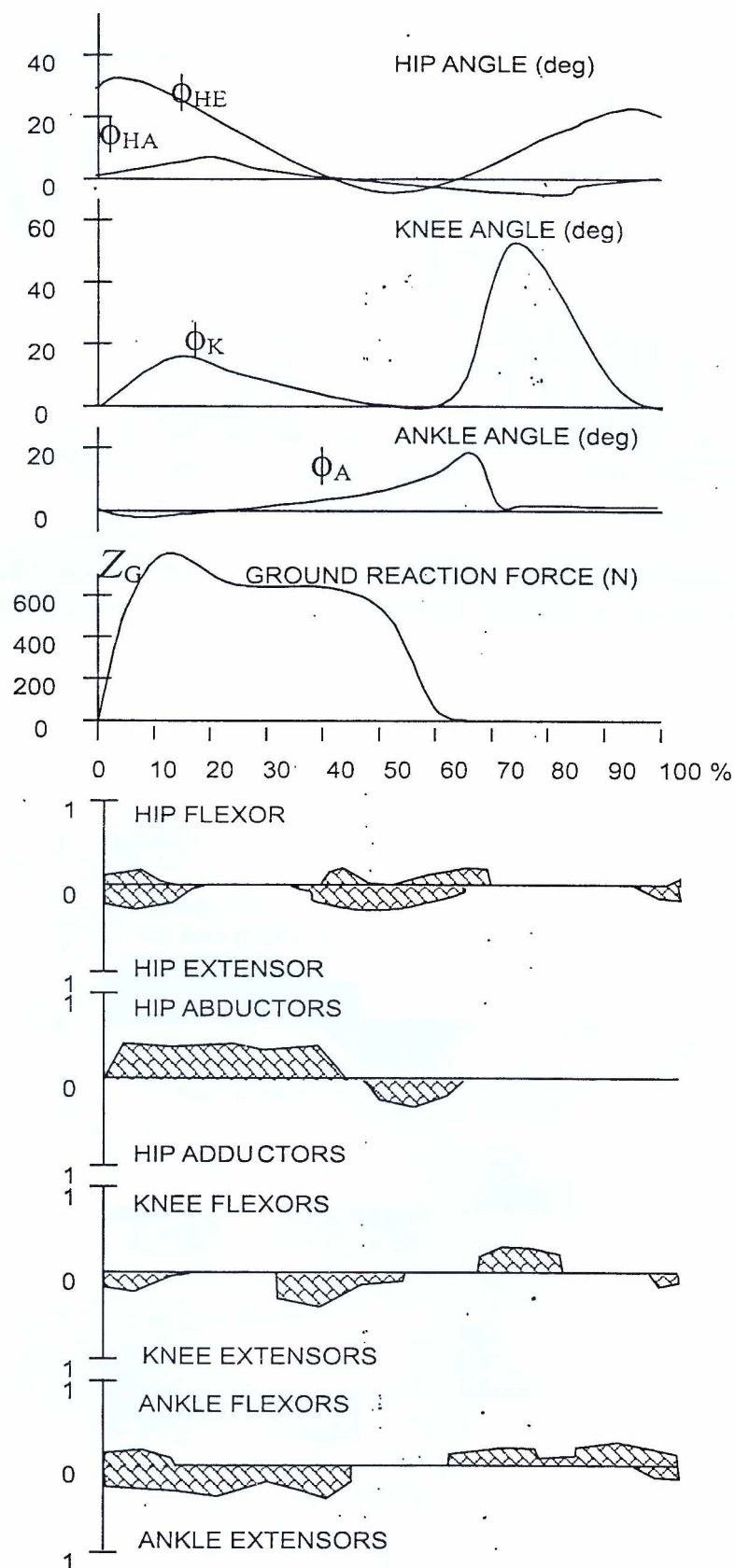
Slika 6.10 prikazuje na set ulaznih podataka za simulacionu proceduru (prva četiri grafika) tokom jednog koraka. Na prvom grafiku je prikazana promjena ugla u zglobu kuka. Kuk je modeliran kao sferni zglob uključujući fiziološka ograničenja pa su na istom grafiku prikazane promjene ugla u sagitalnoj  $\phi_{HE}$  i koronalnoj ravni  $\phi_{HA}$ . Sledeća dva grafika prikazuju željenu promjenu ugla zgloba koljena i skočnog zgloba. Četvrti grafik prikazuje silu reakcije podloge tokom jednog koraka. Ova četiri grafika opisuju kinematičke i dinamičke ulaze simulacije snimljene tokom kretanja zdrave osobe na pokretnoj traci.

Sledeća četiri grafika daju rezultate simulacione procedure zasnovane na optimalnom upravljanju i dinamičkom programiranju. Prikazani su normalizovani aktivacioni nivoi za osam mišića koji treba da obezbijede realizaciju zadatog kretanja. Rezultati su prikazani za ciklus od jednog koraka.

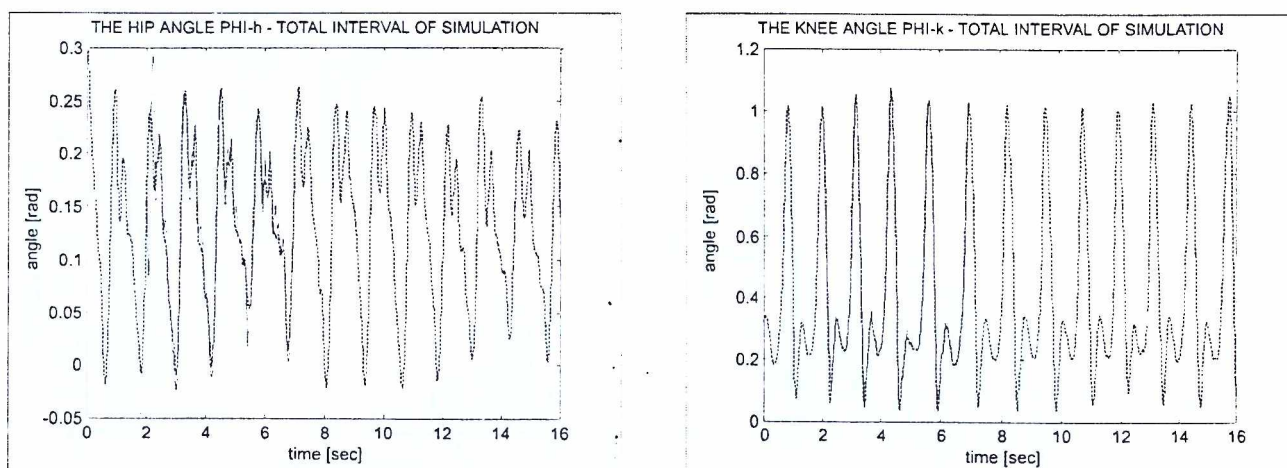
Na slici 6.11 prikazane su isprekidanom linijom zadate promjene uglova u zglobovima kuka i koljena za ukupan interval simulacije dok su rezultati simulacije prikazani za ciklus od četiri koraka u slučaju zdrave osobe.

Na slici 6.12 prikazan je obrazac aktivacije dvojice ispitanika sa paraplegijom dobijenih simulacijom primjenom opisanog interaktivnog alata. Kao set ulaznih podataka za simulaciju korišćeni su podaci dati na prva četiri grafika sa slike 6.10. Razlike koje se pojavljuju u obrascu aktivacije, kako sa aspekta tajminga tako i sa aspekta aktivacionog nivoa, za ova dva pacijenta posledica su razlika u individualnim karakteristikama muskulaturnog sistema, kao i razlici u inercijalnim parametrima svakog od ispitanika. Na slici 6.13 prikazani su aktivacioni nivoi mišića fleksora i ekstenzora u zglobovima kuka i koljena u slučaju simulacije na trodimenzionalnom modelu. Stick dijagram prikazuje vizuelizaciju pomjeranja noge tokom simulacione procedure. Rezultati su dobijeni simulacijom kretanja zdrave osobe.

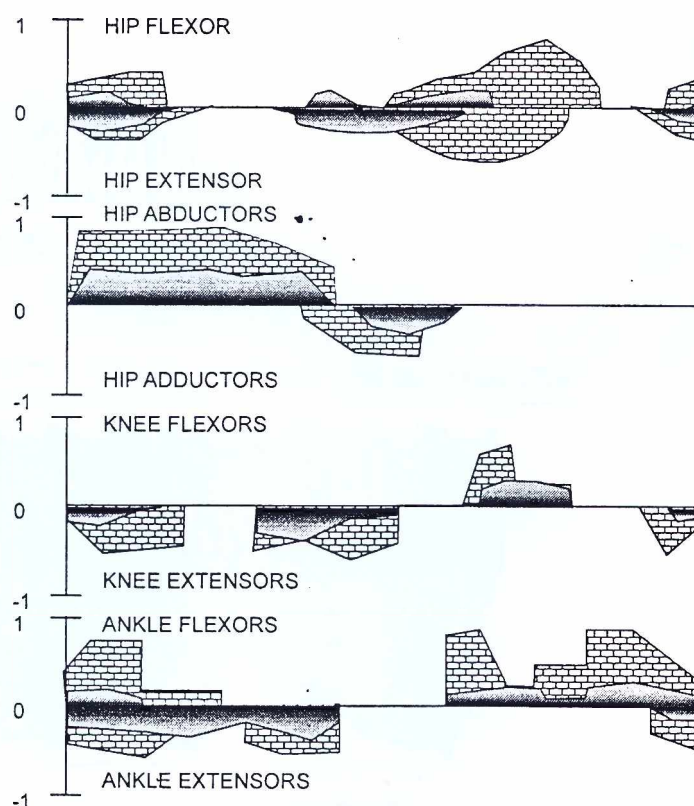




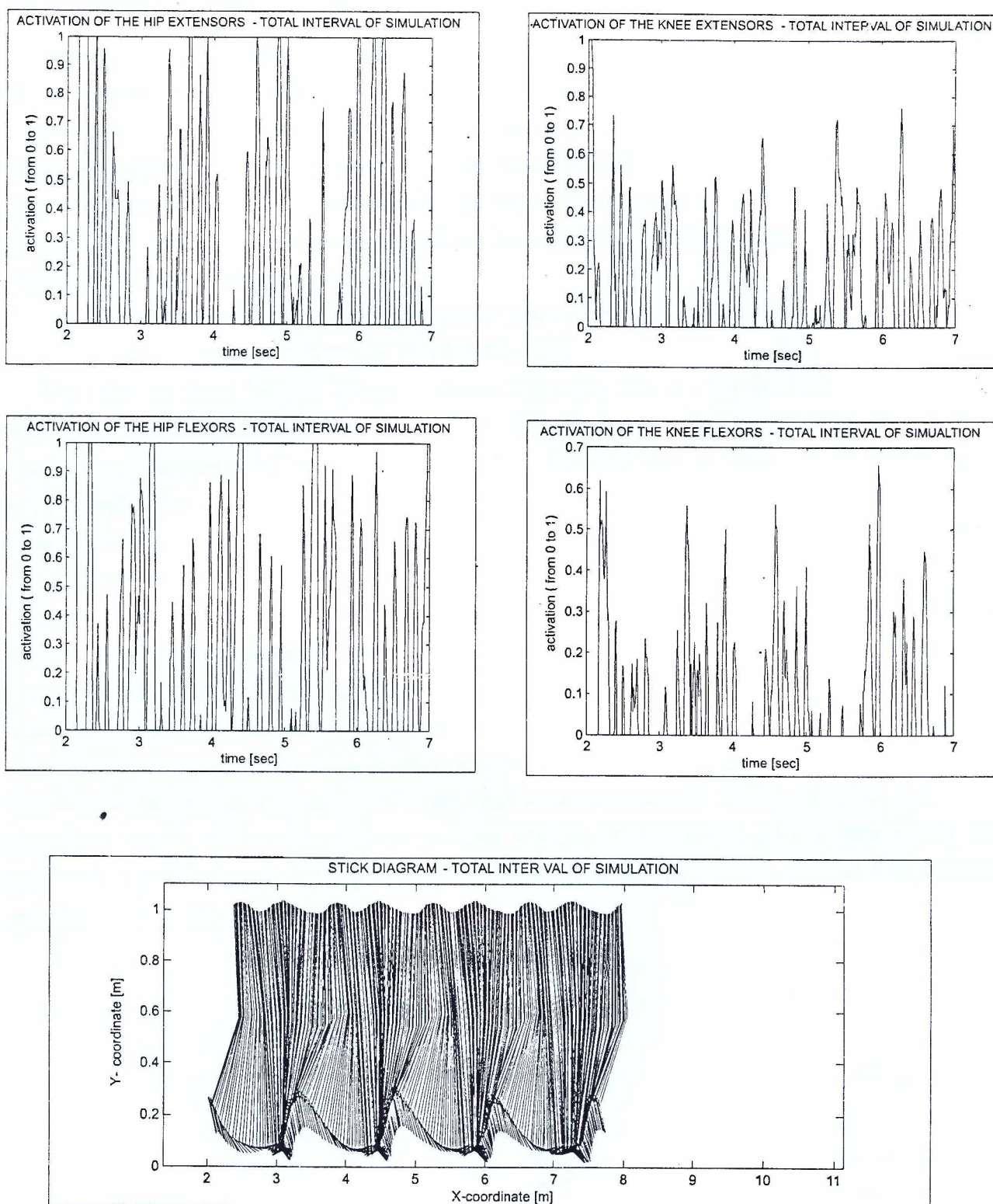
Slika 6.10: Ulazni podaci (kinematički i dinamički) snimljeni tokom kretanja zdrave osobe (gornja četiri grafika) i izlazni podaci, tj. aktivacioni nivoi mišića dobijeni primjenom simulacione procedure na trodimenzionalnom modelu. Simulacija je sprovedena pod pretpostavkom



Slika 6.11: Promjena uglova u zglobovima kuka i koljena tokom simulacije kretanja na trodimenzionalnom modelu prikazana je punom linijom. Željena promjena uglova u zglobovima prikazana je isprekidanom linijom



Slika 6.12: Obrazac mišićne aktivacije za dva pacijenta sa paraplegijom dobijenih simulacijom. Kao ulazni podaci simulacije korišćeni su podaci dati na slici 6.10. Razlike u nivou aktivacije i njenom trajanju pojavljuju se zbog različitih individualnih karakteristika mišićnog sistema i inercijalnih karakteristika pacijenata.



Slika 6.13: Prva četiri grafika prikazuju nivoe aktivacije mišića dobijeni primjenom simulacione procedure. Peti grafik na ovoj slici prikazuje stick dijagram pomjeranja noge dobijen na osnovu simulacionih rezultata



## 6.5 Diskusija

U prikazanoj analizi pošlo se od dinamičkog modela tijela koji uključuje individualne parametre za svaku osobu vodeći računa o dužinama, masama, inerciji, karakteristikama mišića i zglobova. Trajektorija korišćena kao ulaz simulacije snimljena je tokom kretanja zdrave osobe. Cilj simulacije je bio nalaženje vjerodostojnih trajektorija vodeći računa o ograničenjima nametnutim osobama sa oštećenjem centralnog nervnog sistema. Ako su mišići u stanju da generišu zahtijevana pomjeranja i ako je trajektorija prihvatljiva simulaciona procedura obezbjeđuje dvije vrste informacija:

- početak i završetak mišićne aktivacije tokom hoda i
- nivo aktivacije u odnosu na maksimalni nivo.

Upoređujući samo tačnost praćenja trajektorije kod zdrave i oboljele osobe ne može se zaključiti da li su rezultati analize prihvatljivi. Određivanjem nivoa aktivacije parova mišića ekstenzora i fleksora moguće je analizirati kvalitet kretanja koji se realizuje. U slučaju saturacije problem koji je dominantan nije greška u realizaciji trajektorije već kontrakcije mišića prouzrokovane visokim aktivacionim nivoom. To dovodi do brzog zamaranja i nelagodnosti pri kretanju osoba sa oštećenjima centralnog nervnog sistema.

Dobijeni rezultati predstavljaju osnovu za sintezu kontrolera za automatsko kretanje paraplegičara. Na osnovu prikazanih rezultata i provjeri na većem broju ispitanika projektovan je kontroler zasnovan na vještačkim neuralnim mrežama koji definiše pravilo određivanja obrasca aktivacije mišića za realizaciju zadatog kretanja. Navedeni rezultati uključuju samo dio neophodnih analiza za ocjenu kvaliteta predloženog algoritma u procesu rehabilitacije osoba sa oštećenjima nervnog sistema. Osim fizioloških parametara u koje ubrajamo potrošnju kiseonika, brzinu, srčani ritam i krvni pritisak koji su determinističkog karaktera postoji niz psiholoških parametara koji utiču na kvalitet dobijenih rezultata pri implementaciji prikazanih rezultata u procesu rehabilitacije.



# Zaključak

Svakom savremenom projektu u robotici prethodi temeljna teorijska analiza koja uključuje dinamičku analizu, simulaciju i računarsko projektovanje. Veći dio istraživanja u oblasti mobilnih robota karakteriše pretpostavka da karakteristike pojedinih komponenti robota odgovaraju postavljenom zadatku. Ova teza se bavi ispitivanjem karakteristika mobilnog robota pri zadatim uslovima. Predmet istraživanja ove teze je razvoj interaktivnog alata za analizu kretanja mobilnih robota.

U tezi je prikazan alat za off-line analizu performansi mobilnih robota zasnovan na dinamičkom modelu. Dinamički model je testiran na mobilnim robotima simulacijom u Matlab - Simulinku okruženju. Primijenjen je algoritam optimalnog upravljanja zasnovan na dinamičkom programiranju. Aktuelna naučna istraživanja iz ove oblasti su usmjerena ka poboljšanju konstrukcionih i upravljačkih performansi mobilnih robotskih sistema. U tom smislu ova disertacija daje doprinos predlaganjem originalnog metoda analize performansi mobilnih robota.

Metodologija projektovanja interaktivnog simulacionog alata pokayana je na primjeru mobilnog robota sa točkovima. Matematički model sistema je proširen uključivanjem dodatnog parametra, pozicije centra mase. Postupak primjene metoda optimalnog upravljanja zasnovanog na dinamičkom programiranju dat je na primjeru mobilnog robota sa točkovima. Prikazani su rezultati simulacije dvije klase robotskih sistema: mobilnog robota sa točkovima i mobilnog hodajućeg robota, tj. bipeda. U slučaju mobilnog robota sa točkovima simulacija ponašanja je zasnovana na matematičkom modelu. Tačnost izračunatog kretanja zavisi od tačnosti modela. Primjenom rezultata dobijenih simulacijom omogućen je izbor aktuatora koji optimalno odgovara postavljenom zadatku. Evaluacija predloženog postupka off-line analize moguća je samo provjerom na realnom robotu.

U drugom primjeru primjene interaktivnog alata simuliran je dvonožni hod. Rezultati dobijeni primjenom razvijenog alata u analizi dvonožnog hoda korišćeni su u projektovanju upravljačkog algoritma funkcionalne električne stimulacije. Funkcionalna električna stimulacija predstavlja osnovu neuralne proteze kod osoba sa oštećenjima centralnog nervnog sistema. Zadatak stimulacije je da inicira kontrakciju mišića čime se vrši spolja kontrolisano hodaње paralizovanih osoba. U cilju rehabilitacije osoba sa nepokretnim ekstremitetima simulacioni alat je korišćen za određivanje nivoa signala neophodnog za aktivaciju mišića koji nijesu upravljani od strane centralnog nervnog sistema. U ovim primjenama alat je prošao kroz proces



evaluacije i pokazao zadovoljavajuće rezultate.

Osnovna razlika između dva posmatrana sistema je u tipu aktuatora čije dejstvo kao rezultat ima kretanje sistema. U prvom slučaju su analizirani DC-motori postavljeni na osovinama pogonskih točkova, dok se u drugom slučaju posmatraju aktuatori sa osobinama čovječijih mišića. U slučaju analize čovječijeg hoda neophodno je u razmatranje uključiti fiziološka ograničenja dok su u slučaju mobilnog robota sa točkovima ograničenja posledica konstrukcionih karakteristika izabranih tipova aktuatora. Ograničenja trajektorija su takođe prisutna u analizi posmatranih primjera kretanja. Dva naizgled različita sistema iz oblasti mobilne robotike su u stvari komplementarna i moguće ih je analizirati razvijenim simulacionim alatom.

Osnovni doprinos teze je u tome što primjenljivost alata nije ograničena samo na posmatrani tip mehaničkih sistema. Projektovani alat je moguće primijeniti na mnogo širu klasu problema. Zadatak koji se postavlja pred zainteresovanim za primjenu ovog alata u analizi modela drugih sistema je da analizirani sistem modelira u formi datoj relacijama: 3.32, 3.41 ili 6.3. Zatim je neophodno napisati kratke programe za izračunavanje nelinearnih funkcija  $P$  i  $G$  koje odgovaraju dobijenom modelu. Nakon toga se primijeni opsani optimizacioni algoritam, tj. dinamičko programiranje, vodeći računa o ograničenjima koje u posmatrani sistem unose mehanizam i aktuatori. Rezultate ove analize moguće je koristiti u cilju izbora performansi elemenata sistema ili u cilju projektovanja upravljačkog algoritma.





# LITERATURA

- [1] I. Kolmanovsky and H. Mc Clamroch, "Developments in nonholonomic control problems", IEEE Control Systems Magazine, vol.15, no.6, pp. 20-36, 1995.
- [2] J-C. Latombe, Robot Motion Planning, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1991.
- [3] Y. J. Kanayama, and B. I. Hartman, "Smooth local-path planning for autonomous vehicles," International Journal of Robotics Research, vol. 16, no. 3, pp. 263-283, 1997.
- [4] Muir, P.F., and Neuman, C.P., "Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robots", Journal of Robotic Systems, vol. 4, no. 2, pp. 281-340, 1987.
- [5] R. M. Murray, and S. S. Sastry, "Nonholonomic motion planning: steering using sinusoids," IEEE Trans on Automatic Control, vol. 38, no.5, pp. 700-716, 1993.
- [6] J. Borenstein, and Y. Koren, "A Mobile Platform for Nursing Robots", IEEE Trans on Industrial Electronics, vol. 32, no. 2, pp 158-165, 1985.
- [7] A. R. Tayebi, and A. Rachid, "Path Following Control Law For an Industrial Mobile Robot", in Proc. of the 1996 IEEE Conf. on Control Applications, Dearborn, pp 703-707, 1996.
- [8] T.C. Lee, K. T. Song, C. H. Lee, and C. C. Teng, "Tracking Control of Unicycle-Modeled Mobile Robots Using a Saturation Feedback Controller", IEEE Trans on Control Systems Technology, vol. 9, no. 2, pp 305-318, 2001.
- [9] N. Sarkar, X. Yun, V. Kumar, "Control of Mechanical Systems with Rolling Constraints: Application to Dynamic Control of Mobile Robots", Int. Journal of Robotics, vol. 13, no.1, pp 55-69, 1994.
- [10] J. Y. Wong, Terramechanics and Off-Road Vehicles, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, Netherlands, 1989.
- [11] J. Y. Wong, Theory of Ground Vehicles (3rd Edition), John Wiley & Sons, 2001.
- [12] T. C. Lee, C. H. Lee, and C. C. Teng, "Adaptive Tracking Control of a Nonholonomic Mobile Robots by Computed Torque", in Proc of the 38th Conf. on Decision & Control, Phoenix, pp 1254-1259, 1999.

- [13] T. Fukako, H. Nakagawa, and N. Adachi, "Adaptive Tracking Control of a Nonholonomic Mobile Robots", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 16, no. 5, pp 609-615, 2000.
- [14] R.T. M' Closkey and R.M. Murray, "Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems using homogeneous feedback", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 42, no. 5, pp. 614-628, 1997.
- [15] J.P. Pomet, "Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift," *Systems & Control Letters*, vol. 18, pp. 147-158, 1992.
- [16] M. Bloch, M. Reyhanoglu, and N. H. McClamroch, "Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 1746-1757, November 1992.
- [17] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Willey and Sons, 1995.
- [18] R. Fierro, and F.L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics," in *Proc. of 34 th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orelans, pp. 3805-3810, 1995.
- [19] M. S. Lim, Jinmo Lim, Jounghom Lim, and Sang-Rok Oh, "A Hybrid System Approach to Motion control of wheeled Mobile Robots", in *Proc. of Conf. on Intell. Robots and System*, Victoria Canada, pp. 210-215, 1998.
- [20] P.R. Pagilla, M. Tomizuka, "On Feedback Control of Nonlinear Mechanical Systems Subject to Holonomic/Nonholonomic Constraints", in *Proc of Conf on Intell Robotic Systems*, Bangalore, India, 1995
- [21] J. M. Yang, J. H. Kim, "Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots", *IEEE Trans on Robotics and Automation*, vol. 15, no. 3, pp 578-587, June 2000.
- [22] K. Tsuchiya, T. Urakubo, K. Tsujita, "A Motion Control of a Two-Wheeled Mobile Robot", in *Proc. of IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 5, pp. 690-696, 1999.
- [23] J. S. Choi, and B. K. Kim, "Near-Time-Optimal Trajectory Planning for Wheeled Mobile Robots with Translational and Rotational Sections", *IEEE Trans on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 1, pp 85-90, 2001.
- [24] R. Fierro, and F.L. Lewis, "Control of a Nonholonomic Mobile Robot Using Neural Networks", *IEEE Trans on Neural Networks*, vol. 9, no.4, pp 589-600, 1998
- [25] S. Lin, A. Goldenberg, "Robust Damping Control of Wheeled Mobile Robots", in *Proc. of IEEE Int. Conf. on Intelligent Robotics & Automation*, San Francisco, pp. 2919-2924, April 2000.

- [26] G. Hammond, "AGVS at Work", IFS(Publications) Ltd, UK, 1986.
- [27] R. H. Holier, "Automated Guided Vehicle Systems", IFS(Publications) LTD, UK, 1987.
- [28] S. K. Permi, C. B. Besant, "A Review of Various Vehicle Guidance Tehniques That Can be used by Mobile Robots or AGVS ", in Proc. 2 nd Int. Conf. on AGVS, pp 195-210, 1983.
- [29] R. A. Brooks, "Solving the find-path problem by good representation of free space," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 13, no. 3, pp. 190-197, 1983.
- [30] J. Bobrow, S. Dubowsky, and J. Gibson, "Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths," Int. J. Robotic Research, vol. 4, no. 3, pp. 3-17, 1985.
- [31] T. Flash and N. Hogan, "The coordination of arm movements: An experimentally confirmed mathematical model," The Journal of Neuroscience, vol. 5, no. 7, pp. 1688-1703, 1985.
- [32] Z. Shiller and S. Dubowsky, "On computing the global time-optimal motions of robotic manipulators in the presence of obstacles," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 7, pp. 785-797, Dec. 1991.
- [33] Y. Uno, M. Kawato, and R. Suzuki, "Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement," Biological Cybernetics, vol. 61, pp. 89-101, 1989.
- [34] J. T. Schwartz and M. Sharir, "On the 'piano movers' problem: 1. The case of two-dimensional rigid polygonal body moving amidst polygonal barriers," Communications on pure and applied mathematics, vol. 36, pp. 345-398, 1983.
- [35] J. T. Schwartz and M. Sharir, "On the 'piano movers' problem: 2. General techniques for computing topological properties of real algebraic manifolds," Advances in applied mathematics, vol. 4, pp. 298-351, 1983.
- [36] O. Khatib, "Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots," International Journal of Robotics Research, vol. 5, no. 1, pp. 90-98, 1986.
- [37] J.-P. Laumond, P. E. Jacobs, M. Taix, and R. M. Murray, "A motion planner for nonholonomic mobile robots," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 10, no. 5, pp. 577-593, 1994.
- [38] J. F. Canny, The Complexity of Robot Motion Planning, M. I. T. Press, Cambridge, 1988.
- [39] J. Hopcroft, J. T. Schwartz, M. Sharir, Planning, Geometry and Complexity of Robot Motion, Ablex, Norwood, New Jersey, 1987.
- [40] B. R. Donald, "Planning multi-step error detection and recovery strategies", International Journal of Robotics and Control, vol. 9, no 1, pp. 3-60, 1990.



- [41] M. A. Erdmann and M. T. Mason, "An exploration of sensorless manipulation", *IEEE RA Journal*, vol. 4, no. 4, pp 369-379, 1988.
- [42] J-P. Laumond, "Feasible trajectories for mobile robots with kinematic and environment constraints", *Intelligent Autonomous Systems*, North Holland, 1987.
- [43] J-P. Laumond, "Finding collision-free smooth trajectories for a non-holonomic mobile robot", *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp 1120-1123, 1987.
- [44] R. W. Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization," in *Differential Geometric Control Theory*, R. W. Brockett, R. S. Millman, and H. H. Sussmann, Eds., 1983, pp. 181-191.
- [45] A. M. Bloch, N. H. McClamroch, and M. Reyhanoglu, "Controllability and stabilizability of properties of a nonholonomic control systems," in *Proc. IEEE Conf. Decision Contr.*, Honolulu, HI, 1990, pp. 1312-1314.
- [46] R. M. Murray, G. Walsh, and S. S. Sastry, "Stabilization and tracking for nonholonomic control systems using time-varying state feedback," in *IFAC Nonlinear Control Systems Design*, M. Fliess, Ed. Bordeaux, 1992, pp. 109-114.
- [47] K. T. Song and W. H. Tang, "Environment perception for a mobile robot using double ultrasonic sensors and a CCD camera," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 43, no. 3, pp. 372-379, 1996.
- [48] C. J. Taylor and D. J. Kriegman, "Vision-based motion planning and exploration algorithms for mobile robots," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 14, pp. 417-426, 1998.
- [49] S. Ishikawa, "A method of indoor mobile robot navigation by fuzzy control," in *Proc. Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, Osaka, Japan, 1991, pp. 1013-1018.
- [50] R. Biewald, "A neural network controller for the navigation and obstacle avoidance of a mobile robot," in *Neural Network for Robotic Control*, A. Zalzala and A. Morris, Eds. Singapore: Ellis Horwood, 1996, pp. 162-191.
- [51] D. A. Pomerleau, *Neural Network Perception for Mobile Robot Guidance*, Boston, MA: Kluwer, 1993.
- [52] K. T. Song and L.H. Sheen, "Heuristic fuzzy-neuro network and its application to reactive navigation of a mobile robot," *Fuzzy Sets Systems*, vol. 110, no. 3, pp. 331-340, 2000.
- [53] C. C. Chang and K. T. Song, "Environment prediction for a mobile robot in a dynamic environment," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 13, pp. 862-872, 1997.
- [54] E. D. Dickmanns, B. Mysliwetz, and T. Christians, "An integrated spatio-temporal approach to automatic visual guidance of autonomous vehicles," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. 20, pp. 1273-1284, 1990.

- [55] P. Fiorini and Z. Shiller, "Motion planning in dynamic environments using the relative velocity paradigm," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Atlanta, GA, 1993, pp. 560–565.
- [56] ———, "Motion planning in dynamic environments using velocity obstacles," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 17, no. 7, pp. 760–772, 1998.
- [57] Y. J. Kanayama and B. I. Hartman, "Smooth local-path planning for autonomous vehicles," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 16, no. 3, pp. 263–283, 1997.
- [58] K. J. Kyriakopoulos and G. N. Saridis, "An integrated collision prediction and avoidance scheme for mobile robots in nonstationary environments," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Nice, France, 1992, pp. 194–199.
- [59] J. F. G. de Lamadrid and N. L. Gini, "Path tracking through uncharted moving obstacles," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 20, pp. 1408–1422, 1990.
- [60] J. P. Laumond, P. E. Jacobs, M. Taix, and R. M. Murray, "A motion planner for nonholonomic mobile robots," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 10, pp. 577–593, 1994.
- [61] C. L. Shih, T. Lee, and W. A. Gruver, "A unified approach for robot motion planning with moving polyhedral obstacles," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 20, no. 4, pp. 903–915, 1990.
- [62] A. W. Divilbiss and J. T. Wen, "Trajectory tracking control of a car-trailer system," *IEEE Trans. Contr. Syst. Technology*, vol. 5, pp. 269–278, 1997.
- [63] K. T. Song and C.E. Li, "Tracking control of a free ranging automatic guided vehicle," *Contr. Eng. Practice*, vol. 1, no. 1, pp. 163–169, 1993.
- [64] S. Bentalba, A. E. Hajjaji, and A. Rachid, "Fuzzy control of a mobile robot: A new approach," in *Proc. IEEE Conf. Contr. Applicat.*, Hartford, CT, Oct. 1997, pp. 69–72.
- [65] A. M. Bloch and S. Drakunov, "Stabilization of a nonholonomic system via sliding modes," in *Proc. 33rd IEEE Conf. Decision Contr.*, Lake Buena Vista, FL, 1994, pp. 2961–2963.
- [66] C. de Wit Canudas, B. Siciliano, and G. Bastin, Eds., *Theory of Robot Control*. New York: Springer-Verlag, 1996.
- [67] M. Fliess, J. Levine, P. Martin, and P. Rouchon, "Design of trajectory stabilizing feedback for driftless flat systems," in *Proc. 3rd Eur. Contr. Conf.*, Rome, Italy, 1997, pp. 1882–1887.
- [68] Z. P. Jiang and H. Nijmeijer, "Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping," *Automatica*, vol. 33, pp. 1393–1399, 1997.
- [69] J. B. Pomet, "Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift," *Syst. Contr. Lett.*, vol. 18, pp. 467–473, 1992.



- [70] A. M. Bloch and N. H. McClamroch, "Control of mechanical systems with classical nonholonomic constraints," in Proc. IEEE Conf. Decision Contr., Tampa, FL, 1989, pp. 201–205.
- [71] ———, "Control and stabilizability of nonholonomic Caplygin dynamic systems," in Proc. IEEE Conf. Decision Contr., Brighton, U.K., 1991, pp. 1127–1132.
- [72] C. Samson and K. Ait-Abderrahim, "Feedback control of a nonholonomic wheeled cart in cartesian space," in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat., Sacramento, CA, 1991, pp. 1136–1141.
- [73] R. T. M'Closkey and R. M. Murray, "Exponential stabilization of nonlinear driftless control systems via time-varying homogeneous feedback," in Proc. IEEE Conf. Decision Contr., Lake Buena Vista, 1994, pp. 1317–1322.
- [74] ———, "Exponential stabilization of driftless control systems using homogeneous feedback," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 42, no. 5, pp. 614–628, 1997.
- [75] A. M. Bloch and S. Drakunov, "Tracking in nonholonomic dynamic system via sliding modes," in Proc. 34rd IEEE Conf. Decision Contr., New Orleans, LA, 1995, pp. 2103–2106.
- [76] R. Fierro and F. L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics," in Proc. 34th IEEE Conf. Decision Contr., New Orleans, LA, 1995, pp. 3805–3810.
- [77] J. Guldner and V. I. Utkin, "Stabilization of nonholonomic mobile robots using Lyapunov functions for navigation and slide model control," in Proc. 33rd IEEE Conf. Decision Contr., Lake Buena Vista, FL, 1994, pp. 2967–2972.
- [78] Z. P. Jiang and H. Nijmeijer, "A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 44, pp. 265–279, 1999.
- [79] Z. P. Jiang and J. B. Pomet, "Combining backstepping and time-varying techniques for a new set of adaptive controllers," in Proc. IEEE Conf. Decision Contr., Lake Buena Vista, FL, 1994, pp. 2207–2212.
- [80] T. C. Lee, C. H. Lee, and C. C. Teng, "Tracking control of mobile robots using the backstepping technique," in Proc. 5th Int. Conf. Contr., Automat., Robot. Vision, Singapore, Dec. 8–11, 1998, pp. 1715–1719.
- [81] T. C. Lee, K. T. Song, C. H. Lee, and C. C. Teng, "Tracking control of mobile robots using saturation feedback controller," in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat., Detroit, MI, May 1999, pp. 2639–2644.
- [82] W. Oelen and J. van Amerongen, "Robust tracking control of two-degree- freedom mobile robots," Contr. Eng. Practice, vol. 2, pp. 333–340, 1994.



- [83] A. M. Bloch, M. Reyhanoglu, and N. H. McClamroch, "Control and stabilizability of nonholonomic dynamic systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, pp. 1746-1757, 1992.
- [84] Milovan Radulović: "MAPPY – samodovoljni mobilni robot ", Univerzitet Crne Gore, Elektrotehnički fakultet u Podgorici, Podgorica, diplomski rad, 1986. .
- [85] Milovan Radulović: "Modeliranje i Analiza Dinamike Mobilnih Robota sa dva Nezavisno Upravljana Pogonska Točka", Univerzitet Crne Gore, Elektrotehnički fakultet u Podgorici, Podgorica, magistarska teza, 1995.
- [86] Dejan Popović, Milovan Radulović, Laszlo Schiwrlich, Novak Jauković "Automatic vs. hand-controlled walking of paraplegics", *Medical Engineering & Physics*, vol. 25, pp. 63-73, Januara 2003 .
- [87] Milovan Radulović, Dejan Popović, Novak Jauković: "Influence of Changing Position of Center of Mass for Movement of Mobile Robot" , *INFOTEH-JAHORINA*, Vol. 2, Ref. C-12, p. 219-222, March 2002.
- [88] Milovan Radulović, Dejan Popović, Novak Jauković: "Optimal Control of a Two-Wheeled Mobile Robot: Simulation for Selecting of the Motors", *XXXVII International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies ICEST 2002*, Niš, October 2002.
- [89] Milovan Radulović, Novak Jauković: "Uticaj Promjene Pozicije Centra Mase na Kretanje Mobilnog Robota", *Informacione tehnologije IT'96*, Žabljak, mart 11-15, 1996., str. 531-534
- [90] Milovan Radulović, Novak Jauković, Ranislav Bulatović: "Dinamički Model Platforme Mobilnog Robota sa dva Pogonska i Jednim Oslonim Točkom", *XLI Konferencija ETRAN-a*, Zlatibor, 3-6 juna 1997., sveska IV, str 242-245.
- [91] Milovan Radulović, Novak Jauković: "Simulacija Kretanja Mobilnog Robota pri Promjeni Maseno Inercionih Karakteristika", *Informacione tehnologije IT'97*, Žabljak, mart 8-16, 1997., str. 376-381.
- [92] Milovan Radulović, Dejan Popović, Novak Jauković: "Simulacioni Paket za Off-line Analizu Kretanja Mobilnog Robota", *Informacione tehnologije IT'02*, Žabljak, 24. februar - 2. mart, 2002., str. 262-265.
- [93] D. B. Popovic, M. N. Oğuztöreli, and R. B. Stein, "Optimal control for the active above-knee prosthesis with two degrees of freedom," *J. Biomech.*, vol. 29, pp. 89-98, 1995.
- [94] D. B. Popovic, R. B. Stein, M. N. Oğuztöreli, M. Lebedowska, and S. Jonic, "Optimal control of Walking with Functional electrical Stimulation: A Computer Simulation Study", *IEEE Trans on Rehab Eng*, vol. 7, no. 1, pp. 69-79, 1999.

- [95] R. Tomovic, D. B. Popovic, and R. B. Stein, *Nonanalytic Methods for Motor Control*, World Scientific, Singapore, 1995
- [96] V. V. Dobronravov, *Osnovi Mehaniki Negolonomnykh Sistem* (in Russian), Visshaya Shkola, Moskva, 1970.
- [97] M. Vukobratović, *Primijenjena Dinamika Manipulacionih robota*, Tehnička knjiga, Beograd, 1990.
- [98] R. Bellman, *Dynamic Programming*, Princeton, NJ, Princeton University Press, 1957.
- [99] G. Oriolo, A. De Luca, and M. Vendittelli, "WMR Control Via Dynamic Feedback Linearization: Design, Implementation, and Experimental Validation", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 6, pp. 835-851, November 2002.
- [100] M. A. Benayad, G. Campion, V. Wertz, and M. E. Achhab, "Steering a Mobile Robot: Selection of a Velocity Profile Satisfying Dynamical Constraints", *Asian Journal of Control*, vol. 2, no. 4, pp. 219-229, December 2000.
- [101] V. Kumar, M. Zefran, and J. Ostrowski, "Intelligent Motion Planning and Control" in *Handbook of Industrial Robotics*, John Wiley and Sons, Ed. S. Nov, 1998.
- [102] J. Borenstein, L. Feng, "Measurement and Correction of Systematic Odometry Errors in Mobile Robots", *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol.12, no. 5, October 1996.
- [103] A.V. Hill, "The heat of shortening and the dynamic constants of muscles," *Proc. Roy. Soc., London, Ser. B*, vol. 126, pp. 136-185, 1938.
- [104] D.R. Wilkie, Relation between force and velocity in human muscles, *J. Physiol.*, vol. 204, pp. 443-460, 1950.
- [105] S. Bouisset, "EMG and Muscle Force in Normal Motor Activities," in Desmedt, J.E. (Ed.) *New Developments in EMG and Clinical Neurophysiology*, vol. 1, pp. 547-583, 1973.
- [106] J.M. Winters, "Hill-based muscle models: a systems engineering perspective," In: *Multiple Muscle Systems - Biomechanics and Movement Organization*, eds. J.M. Winters and S.L.Y. Woo, pp. 69-73, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [107] J.M. Winters and L. Stark, "Muscle models: what is gained and what is lost by varying model complexity," *Biol. Cybern.*, vol. 55, pp. 403-420, 1987.
- [108] G.I. Zahalak, "An overview of muscle modeling," In: *Neural Prostheses: Replacing Function after Disease or Disability*, eds. R.B. Stein, P.H. Peckham and D. Popović, pp. 17-57, Oxford Univ Press, New York, 1992.

- [109] F.E. Zajac, "Muscle and tendon: properties, models, scaling and application to biomechanics and motor control," CRC Crit. Rev. Biomed. Eng., vol. 17, pp. 359-411, 1989.
- [110] A. Scheiner, R.B. Stein, D. Ferencz and H.J. Chizeck, "Improved models for the lower leg in paraplegics," Proc IEEE Annual Conf EMBS, San Diego, pp. 1151-1152, 1993.
- [111] R.B. Stein, E.P. Zehr, M.K. Lebedowska, D.B. Popović, A. Scheiner and H.J. Chizeck, "Estimating mechanical parameters of leg segments in individuals with and without physical disabilities," IEEE Trans. Rehab. Eng., vol. TRE-4, pp. 201-212, 1996.
- [112] H.P. Veltink, H.J. Chizeck, P.E. Crago and A. El-Bialy, "Nonlinear joint angle control for artificially stimulated muscle," IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. BME-39, pp. 368-380, 1992.
- [113] E. Medri, D. Tepavac, B. Needham-Shropshire and D.B. Popović, "The comprehensive system for gait analysis in handicapped persons," Proc. IEEE Annual Conf. on EMBS, Baltimore, MA, pp. 1234-1235, 1994.
- [114] D.A. Winter, Biomechanics and Motor Control of Human Movement, 2nd edn. Wiley-Interscience, New York, 1990.
- [115] D. B. Popović, Struijk JJ, S. Jonić, "Control of near-ballistic walking in paraplegics", J Aut Control, vol. 10, pp. 1-22, 2000.
- [116] M. B. Popović, N Jovanović, L. Schwirtlich, "Identification of parameters for control of assistive systems", J Aut Control, vol. 4, pp. 31-45, 1994.
- [117] M. N. Oğuztöreli, D. B. Popović, R. B. Stein, "Optimal control for musculo-skeletal systems", J Aut Control, vol. 4, pp. 1-16, 1994
- [118] Z. Uskoković, Lj. Stanković i I. Đurović, Matlab for Windows, Univerzitet Crne Gore, Podgorica 1998.
- [119] L. Čalasan i M. Petkovska, Matlab, Mikro knjiga, Beograd, 1996.





## PODACI POTREBNI ZA DIGITALIZACIJU DOKTORSKE DISERTACIJE

Ime i prezime autora      Milovan Radulović

Godina rođenja 1962

E-mail milovanr@ac.me

Organizaciona jedinica Univerziteta Crne Gore

Elektrotehnički fakultet

Naslov doktorske disertacije

## Novi metod analize performansi mobilnih robota

### Prevod naslova na engleski jezik

The new method analyzes the performance of mobile robots

Datum odbrane 7. maj 2005. godine

Signatura u Univerzitetnoj biblioteci<sup>1</sup>

Naslov, sažeci, ključne riječi (priložiti dokument sa podacima potrebnim za unos doktorske disertacije u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore)

Izjava o korišćenju (priložiti potpisano izjavu)

## Napomena

<sup>1</sup> Podatak o signaturi (lokaciji) može ispuniti biblioteka organizacione jedinice/Univerzitetska biblioteka

**PODACI POTREBNI ZA UNOS DOKTORSKE DISERTACIJE U DIGITALNI ARHIV  
UNIVERZITETA CRNE GORE**

Prevod naslova disertacije na engleski jezik

The new method analyzes the performance of mobile robots

Mentor i članovi komisija (za ocjenu i odbranu)

Mentor: Prof. dr Dejan Popović, ETF Beograd

Komisija za ocjenu doktorskog rada:

1. Prof. dr Veljko Potkonjak, ETF Beograd,

2. Prof. dr Dejan Popović, ETF Beograd,

Sažetak\*

Cilj ove disertacije je izrada interaktivnog alata za analizu performansi mobilnih robota sa aspekta praćenja zadate trajektorije kretanja u cilju analize izbora karakteristika adekvatnih pretpostavljenom zadatku.

Osnova interaktivnog alata za off-line analizu karakteristika mobilnog robota je kompletan dinamički model. Alat je razvijen u okviru stantardnog softverskog paketa MatLab i Simulink. Osnova za razvoj simulacionog softvera je optimalno upravljanje zasnovano na dinamičkom programiranju. Interaktivni alat dozvoljava izbor optimizacije funkcije čime je obezbijeđeno.

Sažetak na engleskom (njemačkom ili francuskom) jeziku

The objective of this research was the design of an interactive tool for the analysis of tracking abilities of mobile robots, that is, the analysis of the adequacy of characteristics for the given task. This objective followed the trend of modern robotic research for detailed theoretical analyses, but more the fact that most of the published information considers that the robot characteristics are adequate for the task.

The basis for the interactive tool for off-line analysis of the performances of mobile robots is the complete dynamical model. The interactive tool was developed within standard

Ključne riječi    mobilni robot, bipedalni hod, simulacija, holonomni sistem, neholonomni sistem, optimalno upravljanje, dinamičko programiranje, interaktivni alat

Ključne riječi na engleskom jeziku    mobile robots, bipedal walking, simulation, holonomic system, nonholonomic system, optimal control, dynamic programming, interactive tool

Naučna oblast/uža naučna oblast

Automatsko upravljanje / Robotika

Naučna oblast/uža naučna oblast na engleskom jeziku

Automatic Control / Robotics

Ostali podaci

\* Ukoliko je predviđeni prostor za polja Sažetak, Sažetak na engleskom jeziku, Ključne riječi i Ključne riječi na engleskom jeziku nedovoljan, priložiti ih u posebnom prilogu.

## **Mentor i članovi komisija (za ocjenu i odbranu)**

Mentor: Prof. dr Dejan Popović, ETF Beograd

Komisija za ocjenu doktorskog rada:

1. Prof. dr Veljko Potkonjak, ETF Beograd,
2. Prof. dr Dejan Popović, ETF Beograd,
3. Prof. dr Novak Jauković, ETF Podgorica

Komisija za odbranu doktorskog rada:

1. Prof. dr Veljko Potkonjak, ETF Beograd - predsjednik
2. Prof. dr Dejan Popović, ETF Beograd - mentor
3. Prof. dr Branko Kovačević, ETF Beograd - član
4. Prof. dr Novak Jauković, ETF Podgorica - član
5. Prof. dr Zdravko Uskoković, ETF Podgorica – član

## **Sažetak**

Cilj ove disertacije je izrada interaktivnog alata za analizu performansi mobilnih robota sa aspekta praćenja zadate trajektorije kretanja u cilju analize izbora karakteristika adekvatnih pretpostavljenom zadatku.

Osnova interaktivnog alata za off-line analizu karakteristika mobilnog robota je kompletan dinamički model. Alat je razvijen u okviru standardnog softverskog paketa MatLab i Simulink. Osnova za razvoj simulacionog softvera je optimalno upravljanje zasnovano na dinamičkom programiranju. Interaktivni alat dozvoljava izbor optimizacije funkcije čime je obezbijedeno testiranje ponašanja sistema pri različitim uslovima.

Primljenivost i fleksibilnost interaktivnog alata je dokumentovano na primjeru mobilnog robota sa dva upravljiva točka. Dinamički model obuhvata platformu sa opterećenjem koje može biti locirano na različitim pozicijama čime se u velikoj mjeri utiče na inercijalne osobine robota.

Pokazano je da interaktivni alat omogućava izbor odgovarajućih komponenti analizom praćenja različitih trajektorija pri različitim zadacima. Odabir putanja je zasnovan na najčešće prikazanim u literaturi čime se obezbijedilo adekvatno poređenje rezultata.

Predstavljeni su , takođe, rezultati za drugu klasu neholonomnih robotskih sistema zasnovanih na bipedalnoj lokomociji sa aktuatorima čije su karakteristike slične čovječijim mišićima. Cilj ove analize je procjena izvodljivosti hodanja osoba sa paralizovanim donjim ekstremitetima upotrebom funkcionalne električne stimulacije za nervne proteze. Pored toga simulacioni rezultati su upotrebljeni pri dizajniranju sistema koji je korišćen prilikom testiranja laboratorijske verzije višekanalnog elektronskog stimulatora za hodanje više osoba nakon povrede kičmene moždine. Pokazano je da su rezultati dobijeni simulacijom zadovoljavajući u poređenju sa performansama realnog hodanja.

Razlike između dva posmatrana reprezentativna slučaja su tipovi aktuatora i složenost dinamičkih modela. U slučaju mobilnih robota analiza dopušta izbor karakteristika sistema. U slučaju bipedalne lokomocije analiza daje informacije o izvodljivim putanjama pri čemu su karakteristike sistema nepromjenljive. U oba primjera korišćen je isti interaktivni alat i



promjene se realizuju putem dijaloga prozora u okviru Simulink programa. U oba slučaja sva neophodna ograničenja se uvode pomoću istog tipa dijaloga prozora.

Predstavljeni primjeri su izabrani da bi se prikazala mogućnost analize različitih problema. Razvijeni interaktivni alat omogućava promjenu zadatka analize i objekta dizajniranjem jednog Simulink bloka koji u određenom obliku nosi informaciju o dinamičkom modelu objekta, dok se ostale simulacione aktivnosti automatizovane korišćenjem korisničkih dijaloga prozora. Alat je pogodan za analizu holonomnih i neholonomnih nelinearnih sistema sa vremenski promjenljivim karakteristikama.

## **Sažetak na engleskom (njemačkom ili francuskom) jeziku**

The objective of this research was the design of an interactive tool for the analysis of tracking abilities of mobile robots, that is, the analysis of the adequacy of characteristics for the given task. This objective followed the trend of modern robotic research for detailed theoretical analyses, but more the fact that most of the published information considers that the robot characteristics are adequate for the task.

The basis for the interactive tool for off-line analysis of the performances of mobile robots is the complete dynamical model. The interactive tool was developed within standard MatLab and Simulink environment. The basis for simulation was the following: Optimal control that applies the dynamic programming. The interactive tool allowed the selection of the cost function; thereby, permitted the testing of various system behaviors.

The applicability and flexibility of the interactive tool was documented using the powered two-wheel mobile robot. The dynamic model comprised the platform with the load that could accept various positions; thereby, greatly affect the inertial properties of the robot. We demonstrated that the interactive tool allows the selection of the most appropriate components, by analyzing the tracking performance for various trajectories and various tasks. The selection of trajectories was based on the most common cases from the literature and that allows us the comparison with the results from the literature.

We also presented results for the different class of nonholonomic system, that is, bipedal walking machines with the actuators that have muscle like properties. The detailed model that includes powered legs and the trunk was customized to resemble to humans with impact on walking. The task was to determine the actuation patterns (timing and intensity). The model comprises three compartment multiplicative models of muscles and non-linear activation curves. The aim of this analysis was to evaluate the feasibility of walking of humans with paralyzed legs who are using neural prosthesis, that is, functional electrical stimulation. In addition, the results from the simulation were used to design the system that was tested with the laboratory version of the multi-channel electronic stimulators for walking of several humans after spinal cord injury. The simulation results matched satisfactory the performance of the real walking.

The differences between the two representative cases were the actuators and the complexities of the dynamic models. In the case of wheeled mobile robots the analysis allowed the selection of system characteristics; yet, in the case of bipedal walking the analysis provided information about the feasible trajectories since the system characteristics cannot be changed. In both cases the same interactive tool was used, and the changes were all performed through

the user-friendly window dialogue within the Simulink program. In both cases all necessary constraints were introduced through the same type of windows dialogues.

The examples presented were selected in order to show the variety of problems that could be analyzed. The developed interactive tool allows the change of the analysis task and object by only designing a single Simulink block that in a defined form carries the dynamic model of the object; all other simulation actions can be made automatic and use dialogue windows. The tool is suitable for analysis of holonomic and nonholonomic nonlinear systems with time varying characteristics.

### **Ključne riječi**

mobilni robot, bipedalni hod, simulacija, holonomni sistem, neholonomni sistem, optimalno upravljanje, dinamičko programiranje, interaktivni alat

### **Ključne riječi na engleskom jeziku**

mobile robots, bipedal walking, simulation, holonomic system, nonholonomic system, optimal control, dynamic programming, interactive tool

## IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku da u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore unese doktorsku disertaciju pod naslovom

Novi Metod Analize Performansi Mobilnih Robota

koja je moj autorski rad.

Doktorska disertacija, pohranjena u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore, može se koristiti pod uslovima definisanim licencom Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio/la<sup>1</sup>.



- Autorstvo
- Autorstvo – bez prerada
- Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima
- Autorstvo – nekomercijalno
- Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada
- Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima

Potpis doktoranda

u Podgorici

28/11/2016

---

<sup>1</sup> Odabrati (čekirati) jednu od šest ponuđenih licenci (kratak opis licenci dat je na poledini ovog priloga)



**Autorstvo**

Licenca sa najširim obimom prava korišćenja. Dozvoljavaju se prerade, umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio).

Djelo se može koristiti i u komercijalne svrhe.

**Autorstvo – bez prerada**

Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Djelo se ne može mijenjati, preoblikovati ili koristiti u drugom djelu.

Licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela.

**Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima**

Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Ukoliko se djelo mijenja, preoblikuje ili koristi u drugom djelu, prerade se moraju distribuirati pod istom ili sličnom licencom.

Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.

**Autorstvo – nekomercijalno**

Dozvoljavaju se prerade, umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio).

Komercijalna upotreba djela nije dozvoljena.

**Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada**

Licenca kojom se u najvećoj mjeri ograničavaju prava korišćenja djela. Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Djelo se ne može mijenjati, preoblikovati ili koristiti u drugom djelu.

Komercijalna upotreba djela nije dozvoljena.

**Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima**

Dozvoljava se umnožavanje, distribucija, javno saopštavanje i prerada djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Ukoliko se djelo mijenja, preoblikuje ili koristi u drugom djelu, prerada se mora distribuirati pod istom ili sličnom licencom.

Djelo i prerade se ne mogu koristiti u komercijalne svrhe.