UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

mr Ana Jovanović, dipl. ing.

ANALIZA SLOŽENIH ANTENSKIH STRUKTURA METODOM NAJMANJIH KVADRATA

-doktorska disertacija-

Podgorica, 2004. godine

ID=631956
Muz IV 727
21088

Ideju da se posvetim proučavanju ovih problema dao je mentor Prof. dr Svetozar Jovićević čija je dragocjena i svesrdna pomoć pratila izradu rada. Zbog svega toga, kao i zbog sugestija prilikom završnog oblikovanja rada Profesoru Jovićeviću sam neizmjerno zahvalna.

Podgorici, februar 2004. godine *Ana Jovanović*

odbranjen

SADRŽAJ

Abstract

1. Uvod 1

2. Opšti teorijski dio 3

2.1 Metod najmanjih kvadrata 3

2.2 Konstrukcija rješenja talasne jednačine u sfernom koordinatnom sistemu 5

2.3 Teorijska osnova 9

3. Primjeri 14

3.1 Osnosimetrični problemi 14

3.1.1 Nesimetrična linijska antena 14

3.1.2 Bikonična antena 19

3.2 Osno nesimetrični ravanski problemi 27

3.2.1 Kružna kontura 27

3.2.2 Arhimedova spirala 37

3.3 Osno nesimetrični prostorni problem 59

3.3.1. Spiralna antena sa reflektorom 59

4. Zaključak 84

5. Literatura 87

Prilozi 90

ABSTRACT

Numerical procedure for analysis of arbitrary shaped antenna by using the Least Square Boundary Method has been developed. The antenna field is derivied from the wave potentials, which are expressed as linear combinations of the wave equation eigenfunctions. Thus, in this approach the wave equation is identically satisfied, and the only source of error is partial fulfilment of the boundary condition. The developing coeficients are found by minimizing the square error on the surface of the antenna. However, difficulties arise whenever the space the source is located in, is small comparing to the wavelength, which is often the case. This was overcome by an alternative formulation of the boundary condition: along the antenna surface, on the time dependent field we add static field which does not contribute to the radiation field. So the far zone field remains unchanged and so does the radiation characteristic. Although it may look artificial, we have the boundary condition as a smooth rather than a pulse function.

By this procedure the radiation of asymmetric wire antenna, biconical antenna, circular loop antenna, Arhimed's spiral antenna and spiral antenna with reflactor have been analyzed. The errors in boundary condition fulfilment were very small in all cases. This was achieved by employing only ten harmonics for asymmetrical dipole up to thirty harmonics for spiral antenna.

In conclusion, the LSBM was found as highly accurate and simple to use in radiation problems. This work has established a very good and reliable numerical approach to analysis and even synthesis of much more complex antenna.

1. UVOD

U ovom radu je demonstrirana mogućnost upotrebe metoda najmanjih kvadrata u analizi antena proizvoljnog oblika.

Današnje vrijeme se karakteriše značajnim, veoma brzim napretkom u svim oblastima nauke i tehnologije, a posebno elektronike, koja je postala obilježje doba u kojem živimo. U razvoju elektronike bitno mjesto zauzimaju antenske strukture i problemi elektromagnetnog zračenja. Utvrđivanje karakteristika antenskih struktura je uvijek aktuelno, o čemu svjedoči veliki broj radova posvećenih ovoj problematici u najprestižnijim naučnim publikacijama. Razlog za to je što sa razvojem primjene antenskih struktura postavlja se i zadatak proširenja širokopojasnosti, smanjenja težine i dimenzija elemenata posebno za rad u otežanim uslovima. Samim tim i pred teorijom se postavlja zadatak iznalaženja efikasnih i preciznih metoda koje će omogućiti njihovu kvantitativnu i kvalitativnu analizu.

Možda najčešće korišćen metod u analizi antenskih struktura jeste metod momenata. Suština ovog metoda se sastoji u segmentaciji antene na elemente na kojima se pretpostavlja konstantna raspodjela struje, pa se ta raspodjela nalazi zadovoljavanjem graničnog uslova na samoj anteni ([1],[2],[3]), što vodi do rada sa matricama vrlo visokog reda. Uz sve nepogodnosti u primjeni ovog metoda, njegova primjena postaje relativno problematična kada su u pitanju zračeće prostorne površine. U novije vrijeme mnogo se koristi metod konačnih razlika u vremenskom domenu ([4],[5],[6]) i to zahvaljujući brzini savremenih računara. Ostale su, međutim, i dalje mane ovog metoda, naročito kada je riječ o problemima otvorenih granica, u koje spada i problem elektromagnetnog zračenja. Predstavljanje polja antene sistemom sopstvenih funkcija, korišćeno napr. u [7] za analizu polja u bliskoj zoni, čak i kod relativno prostog slučaja kružne konture, dovodi do vrlo složene procedure.

U ovom radu uvešće se metod najmanjih kvadrata u analizu antena proizvoljnog oblika. Njegova suština je da se potencijal polja predstavlja kao linearna kombinacija baznih funkcija talasne jednačine, a nepoznati koeficijenti razvoja traže zadovoljenjem graničnog uslova na samoj anteni. Ovaj metod pokazao se veoma prost i tačan na nizu različitih problema, počev od

elektrostatičkih, problema vrtložnih struja, difrakcije elektromagnetnih talasa sa periodičnih struktura pa do odredjivanja kritičnih frekvencija u talasovodima složenog presjeka ([8], [9], [10], [11], [12], [13]). Ovaj metod se može uvesti i kao varijanta Galjerkinovog metoda, sa baznim funkcijama kao težinskim, što će i ovdje biti učinjeno.

U drugoj glavi dat je kratak pregled teorijske osnove metoda najmanjih kvadrata. Na osnovu [3] izložena je mogućnost konstrukcije rješenja talasne jednačine u sfernom koordinatnom sistemu, koji je prirodan sistem za probleme elektromagnetnog zračenja. Takođe je dat uopšten opis analize polja antene proizvoljnog oblika, s posebnim osvrtom na formulaciju graničnog uslova date antene.

U trećoj glavi dati su numerički rezultati za pet različitih slučajeva antenskih struktura: nesimetrična linijska antena, bikonična antena, kružna kontura, simetrična i asimetrična Arhimedova spirala i spiralna antena sa reflektorom. U slučaju nesimetrične linijske antene analiziraće se zavisnost funkcije zračenja od različitih dužina jednog kraka antene i dobijeni rezultati uporediti sa rezultatima iz [14]. Kod bikonične antene analiziraće se problem zračenja antene za različite uglove konusa i dobijeni rezultati uporediti sa rezultatima iz [15]. Kod složenijih antenskih struktura kakva je kružna kontura, čije zračenje je jedan od klasičnih elektromagnetnih problema , tretiran u mnogim naučnim radovima [6], 7], [16], [17], [18], [19], tražiće se polje i u bliskoj i dalekoj zoni, ne pretpostavljajući radspodjelu struje unaprijed, kao što je najčešće bio slučaj u pomenutoj literaturi. Analiziraće se uticaj poluprečnika konture na njeno zračenje i nalaziti raspodjela struje duž konture. U slučaju antenske strukture kakva je Arhimedova spirala analizirati će se uticaj ekscentriciteta, konstante spirale i dužine kraka spirale na zračenje ove antene. Dobijeni rezultati će se uporediti sa rezultatima iz [20]. Na kraju, posebna pažnja će se posvetiti analizi zračenja jedne prostorne antenske strukture kakva je prostorna spirala sa reflektorom, koja ima veliku praktičnu upotrebu kao radijator paraboličnih antena. Na zračenje ove antene utiče veliki broj parametara. Ovdje će se analizirati uticaj prečnika reflektora, broja zavojaka spirale, prečnika zavojka spirale i ugla koraka spirale na zračenje ove antene.

Na kraju su priloženi računarski programi za analizu pomenutih antenskih struktura. Programi su napisani u programskom jeziku MATLAB.

2. OPŠTI TEORIJSKI DIO

2.1 METOD NAJMANJIH KVADRATA

Posmatrajmo homogenu diferencijalnu j-nu:

$$L[U(\vec{r})] = 0 \tag{2.1.1}$$

gdje je L linearni vektorski operator definisan unutar zapremine V koja je ograničena površinom S. Granični uslov može biti zadat u obliku Dirichletovog tipa na dijelu granične površi S_1:

$$U(\vec{r}) = g_1(\vec{r}) \text{ na } S_1 \tag{2.1.2}$$

i Neumanovog tipa na dijelu granične površi S_2:

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial n} = g_2(\vec{r}) \text{ na } S_2 \tag{2.1.3}$$

Sa $f_k(\vec{r})$ $k = 1,2,3..M$ označimo skup baznih funkcija od kojih svaka zadovoljava jednačinu (2.1.1) tj.:

$$L[f_k(\vec{r})] = 0 \tag{2.1.4}$$

onda i njihova suma:

$$U_M(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{M} C_k f_k(\vec{r}) \tag{2.1.5}$$

zadovoljava diferencijalnu jednačinu. Nepoznate koeficijente razvoja ćemo dobiti iz uslova da izraz (2.1.5) što bolje zadovoljava granične uslove (2.1.2) i (2.1.3).

U nekoj tački definisanoj radijus vektorom $\vec{r}$ kvadrat greške je dat sa:

$$e^2(\vec{r}) = (U_M(\vec{r}) - g_1(\vec{r}))^2 + k_n\left(\frac{\partial U_M(\vec{r})}{\partial n} - g_2(\vec{r})\right)^2 \tag{2.1.6}$$

gdje je k_n težinski koeficijent Neumanovog uslova u odnosu na Dirichletov.

Množeći grešku sa elementom površine dS i sabirajući po površini dobijamo ukupnu kvadratnu grešku na graničnoj površini:

$$e^2(\vec{r}) = \int_{S_1} (U_M(\vec{r}) - g_1(\vec{r}))^2 dS + k_n \int_{S_2} \left(\frac{\partial U_M(\vec{r})}{\partial n} - g_2(\vec{r}) \right)^2 dS \tag{2.1.7}$$

Ako u prethodnom izrazu zamijenimo $U_M(\vec{r})$ sa aproksimativnim rješenjem (2.1.5) poslije kvadriranja i zamjene redosleda sumiranja i integraljenja dobijamo:

$$e^2 = \int_{S_1} g_1(\vec{r}) dS + k_n \int_{S_2} g_2(\vec{r}) dS - 2\sum_{k=1}^{M} C_k b_k + \sum_{k=1}^{M}\sum_{l=1}^{M} C_k C_l a_{kl} \tag{2.1.8}$$

gdje je sa a_{kl} označena vrijednost:

$$a_{kl} = \int_{S_1} f_k(\vec{r}) f_l(\vec{r}) dS + k_n \int_{S_2} \frac{\partial f_k(\vec{r})}{\partial n} \frac{\partial f_l(\vec{r})}{\partial n} dS \tag{2.1.9}$$

a sa b_k označena vrijednost:

$$b_k = \int_{S_1} f_k(\vec{r}) g_1(\vec{r}) dS + k_n \int_{S_2} \frac{\partial f_k(\vec{r})}{\partial n} g_2(\vec{r}) dS \tag{2.1.10}$$

U cilju minimiziranja integrala kvadratne greške koeficijente C_k ćemo odrediti iz uslova da njegov prvi izvod po koeficijentima razvoja bude minimalan, tj. iz uslova:

$$\frac{\partial e^2}{\partial C_k} = 0 \quad k = 1,2 \ldots M \tag{2.1.11}$$

što vodi ka sistemu linearnih jednačina:

$$\sum_{l=1}^{M} C_l a_{kl} = b_k \quad k = 1,2 \ldots M \tag{2.1.12}$$

Za razliku od metoda konačnih razlika i konačnih elemenata rješenje koje se dobija primjenom ovog metoda u potpunosti zadovoljava diferencijalnu jednačinu, a jedini izvor greške je nepotpuno zadovoljenje graničnog uslova. Ovaj metod omogućava veoma efikasno rješavanje velikog broja elektromagnetnih problema ([8], [9], [10], [10], [11], [12], [13]). Jedini nedostatak metoda je u intezivnom računanju koeficijenata sistema koristeći skalarne proizvode baznih funkcija, što uz upotrebu brzih savremenih računara ne zahtijeva veliko vrijeme.

2.2 KONSTRUKCIJA RJEŠENJA TALASNE JEDNAČINE U SFERNOM KOORDINATNOM SISTEMU

U homogenoj sredini polje izvora zadovoljava Maksvelove jednačine:

$$-rot(\underline{\vec{E}}) = j\omega\mu\underline{\vec{H}} \qquad div(\underline{\vec{H}}) = 0$$

$$rot(\underline{\vec{H}}) = j\omega\varepsilon\underline{\vec{E}} \qquad div(\underline{\vec{E}}) = 0 \tag{2.2.1}$$

Komponente polja $\underline{\vec{E}}$ i $\underline{\vec{H}}$ se odredjuju preko magnetskog vektor potencijala $\underline{\vec{A}}$ ili električnog vektor potencijala $\underline{\vec{F}}$.U opštem slučaju kompletno polje se dobija kao superpozicija polja dobijenih pomoću $\underline{\vec{A}}$ i $\underline{\vec{F}}$. Magnetski vektor potencijal $\underline{\vec{A}}$ i električni vektor potencijal $\underline{\vec{F}}$ su rješenja dualnih jednačina:

$$rot(rot(\underline{\vec{A}})) - k^2\underline{\vec{A}} = -j\omega\varepsilon div(\Phi^a)$$

$$rot(rot(\underline{\vec{F}})) - k^2\underline{\vec{F}} = -j\omega\mu div(\Phi^b) \tag{2.2.2}$$

gdje su Φ^a i Φ^b električni i magnetni skalar potencijali. Kompletno elektromagnetno polje izraženo preko A i F dobijamo iz sledećih izraza:

$$\underline{\vec{E}} = -rot(\underline{\vec{F}}) + \frac{1}{j\omega\varepsilon}rot(rot(\underline{\vec{A}}))$$

$$\underline{\vec{H}} = rot(\underline{\vec{A}}) + \frac{1}{j\omega\mu}rot(rot(\underline{\vec{F}})) \tag{2.2.3}$$

Uzimajući da je:

$$div(\underline{\vec{A}}) = -j\omega\varepsilon\Phi^a$$

$$div(\underline{\vec{F}}) = -j\omega\mu\Phi^b \tag{2.2.4}$$

i vraćajući jednačine (2.2.4) u (2.2.2) dobijamo:

$$\nabla^2 \underline{\vec{A}} + k^2 \underline{\vec{A}} = 0$$

$$\nabla^2 \underline{\vec{F}} + k^2 \underline{\vec{F}} = 0 \qquad (2.2.5)$$

Jednačine (2.2.5) zovu se talasne j-ne, a njihova rješenja su talasni potencijali.

Pošto će se u ovom radu analizirati elektromagnetno polje antena proizvoljnog oblika, koristićemo sferni koordinatni sistem u kojem talasna jednačina ima oblik:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + k^2 \Psi = 0 \qquad (2.2.6)$$

gdje je Ψ jedna od komponenti talasnog potencijala.

Najprostije predstavljanje proizvoljnog elektromagnetnog polja ćemo imati ako uzmemo da je $A_r = \vec{u}_r \underline{\vec{A}}$ i $F_r = \vec{u}_r \underline{\vec{F}}$, tj. uzimajući radijalnu komponentu talasnog potencijala. U ovom slučaju talasna j-na u sfernom koordinatnom sistemu uzima sledeći oblik:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial A_r}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 A_r}{\partial \varphi^2} + k^2 A_r = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial F_r}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 F_r}{\partial \varphi^2} + k^2 F_r = 0 \qquad (2.2.7)$$

Primjenom metoda razdvajanja promenljivih, gdje se talasni potencijali predstavljaju kao proizvod tri funkcije jedne promenljive $R(r)H(\theta)\Phi(\varphi)$ dobijamo tri diferencijalne jednačine:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2}\right)R(r) = 0$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta \frac{dH}{d\theta}\right) + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\right]H = 0 \qquad (2.2.8)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m^2\Phi = 0$$

Rješenje prve od jednačina (2.2.8) su sferne Besselove f-je:

$$B_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}} B_{n+\frac{1}{2}}(kr) \tag{2.2.9}$$

koje je prvi upotrijebio Šelkunof. Rješenje druge od jednačina (2.2.8) su pridruženi Ležandrovi polinomi $L_n^m(\cos\theta)$,dok je rješenje treće harmonijska f-ja $h(m\varphi)$. Sada je rješenje talasne jednačine (2.2.7) talasni potencijal oblika:

$$B_n(kr)L_n^m(kr)h(m\varphi) \tag{2.2.10}$$

U opštem slučaju rješenje jednačine (2.2.7) je linearna kombinacija f-ja (2.2.10), tj.:

$$\sum_m \sum_n C_{mn} B_n(kr) L_n^m(\cos\theta) h(m\varphi) \tag{2.2.11}$$

gdje su C_{mn} konstante.

Zavisno od problema $h(m\varphi)$ možemo odabrati kao linearnu kombinaciju $\sin(m\varphi)$ i $\cos(m\varphi)$ ili $e^{jm\varphi}$ i $e^{-jm\varphi}$ sa m kao cijelim brojem. Ako je talasni potencijal ograničen u oblasti $0 \le \theta \le \pi$ n takodje mora biti cio broj i tada su $L_n^m(\cos\theta)$ pridruženi Ležandrovi polinomi prvog reda, tj. $P_n^m(\cos\theta)$. Sferne Besselove f-je se za realno k ponašaju kao stojeći talasi, ako su u pitanju Besselove f-je prvog i drugog reda, odnosno kao dolazeći i odlazeći putujući talasi ako su u pitanju Henkelove f-je prvog i drugog reda. Ako problem uključuje oblast gdje $r \to 0$ koriste se Besselove f-je prvog reda, a ako se razmatra problem u oblasti $r \to \infty$ koriste se Henkelove f-je drugog reda.

Komponente polja izražene preko A_r i F_r na osnovu (2.2.3) su:

$$E_r = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2\right)A_r$$

$$E_\theta = \frac{-1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial\varphi} + \frac{1}{j\omega\varepsilon r}\frac{\partial^2 A_r}{\partial r\partial\theta}$$

$$E_\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial F_r}{\partial\theta} + \frac{1}{j\omega\varepsilon r\sin\theta}\frac{\partial^2 A_r}{\partial r\partial\varphi}$$

$$H_r = \frac{1}{j\omega\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2\right)F_r \tag{2.2.12}$$

$$H_\theta = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} + \frac{1}{j\omega\mu r}\frac{\partial^2 F_r}{\partial r\partial\theta}$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} + \frac{1}{j\omega\mu r\sin\theta}\frac{\partial^2 F_r}{\partial r\partial\varphi}$$

Za $F_r = 0$ imamo TM talas u pravcu r. Za $A_r = 0$ imamo TE talas u pravcu r.

Za nalaženje nepoznatih koeficijenata razvoja C_{mn} iz jednačine (2.2.11) u ovom radu ćemo upotrijebiti metod najmanjih kvadrata, koji je detaljnije opisan u prethodnoj glavi.

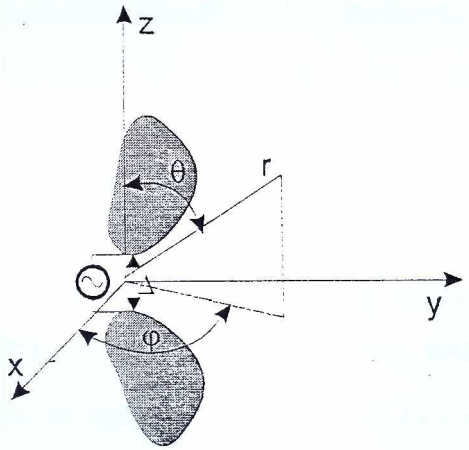
2.3 TEORIJSKA OSNOVA

Neka je u opštem slučaju data nesimetrična antena proizvoljnog oblika kao na sl. 2.3.1. Antena se pobudjuje izvorom prostoperiodičnog napona U. Vidjeli smo u glavi 2.2 da polje antene možemo predstaviti pomoću magnetskog i električnog vektor potencijala:

$$A_r = \sum_m \sum_n C_{mn} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi} \qquad (2.3.1)$$

$$F_r = \sum_m \sum_n D_{mn} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}$$

gdje su C_{mn} i D_{mn} nepoznati koeficijenti razvoja, $B_n(kr)$ Besselove f-je i $P_n^m(\cos\theta)$ Ležandrovi polinomi. Ove f-je i njihova primjena već su detaljnije objašnjene u glavi 2.2. Pošto red (2.3.1) identički zadovoljava talasnu j-nu nepoznate koeficijente razvoja C_{mn} , D_{mn} ćemo odredjivati iz uslova da ovaj red (2.3.1) što bolje zadovolji granični uslov.



Slika 2.3.1 Antena proizvoljnog oblika

Granični uslov za slučaj antene sa slike 2.3.1. jeste anuliranje tangencijalnih komponenti električnog polja antene na metalnoj površini krakova antene i izjednačavanje tih komponenti polja sa poljem pobude u zazoru Δ. Ovaj uslov, može se napisati u sledećem obliku:

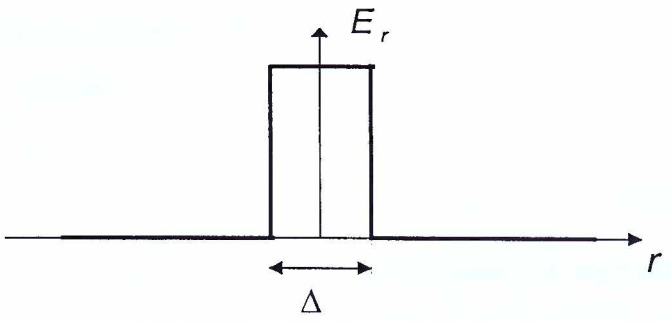
$$E_t = 0 \text{ na krakovima antene} \qquad (2.3.2)$$

$$E_z = E_i \text{ u zazoru } \Delta$$

gdje je:

$$E_i = \frac{U}{\Delta} \tag{2.3.3}$$

Grafički predstavljen granični uslov dat je na slici 2.3.2.



Slika 2.3.2 Granični uslov

gdje je $|r| > \Delta$ predstavlja radijuse tačaka na anteni.

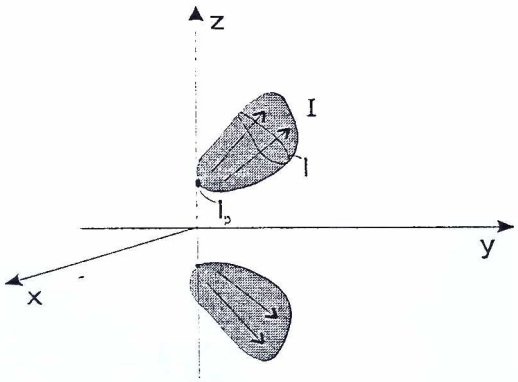
Sa slike (2.3.2) vidimo da nam je pobuda antene sa slike (2.3.1) u stvari jedna impulsna funkcija koju bi trebalo aproksimirati izrazom (2.3.1). Bazne funkcije iz izraza (2.3.1) koje su prirodne funkcije za sferni koordinatni sistem, aproksimiraće ovakvu pobudu zadovoljavajuće u slučaju da je zazor Δ dovoljno veliki. Međutim, u nekim slučajevima zazor Δ je zanemarljivo mali u odnosu na dužinu krakova antene, što dovodi do nemogućnosti zadovoljavajućeg aproksimiranja ovakve impulsne pobude baznim funkcijama iz izraza (2.3.1). U tim slučajevima pribjegavamo preformulaciji graničnog uslova (2.3.2).

Uvešćemo na metalnoj površini krakova antene pomoćni skalarni potencijal ψ nezavisan od vremena. Tako su sada potencijali polja: $\vec{A}' = \vec{A}$ i $V' = V + \Psi$. Komponente elektromagnetskog polja su: $\vec{H}' = \vec{H}$ i $\vec{E}' = -gradV - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - grad\Psi = \vec{E} + \vec{E}_0$. Komponente radijacionog polja su date izrazom (2.2.12) i $\vec{E}_0 = -grad\Psi$ nezavisan od vremena , zvaćemo ga pomoćno polje. Sa ovakvim potencijalima III Maksvelova jednačina ostaje nepromijenjena, a IV Maksvelova jednačina ostaje nepromijenjena ako je $div\vec{E}' = div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$ i $div\vec{E}_o = 0$. Na osnovu ovoga zaključujemo da pomoćni potencijal zadovoljava Laplasovu diferencijalnu jednačinu $\Delta\Psi = 0$. Uzećemo da je $\vec{E}_o = -grad\Psi = \pm\vec{E}_s$ u tačkama gdje priključujemo izvor .Sada je ovako preformulisan granični uslov dat izrazom:

$$\vec{E}_o(s) + \vec{E}_{\tan g}(s) = 0 \qquad (2.3.4)$$

Prostije rečeno, dodali smo statičko električno polje duž metalne površine krakova antene koje ne učestvuje u polju zračenja. Znači polje u zoni zračenja ostaje nepromijenjeno, kao i karakteristična funkcija zračenja.

Da bi se ovako preformulisani granični uslov primijenio moramo naći raspodjelu pomoćnog polja E_o, tj. moramo riješiti Laplasovu diferencijalnu jednačinu na metalnoj površini krakova antene. Međutim, u velikom broju praktičnih slučajeva do raspodjele pomoćnog polja E_o moguće je doći i na lakši način nego što je rješavanje Laplasove diferencijalne jednačine. Ako jednačinu $div\vec{E}_o = 0$ primijenimo na zapreminu ograničenu sa dva susjedna poprečna presjeka duž kraka antene, fluks električnog polja je konstantan: $\int_S \vec{E}_o d\vec{S} = const.$ Pošto je pretpostavljeno da polje postoji samo u tankom površinskom sloju kraka antene, slijedi da je $\oint_l E_o dl = const.$ U nekim slučajevima kada raspodjela polja E_o ne zavisi od ugaone koordinate φ imamo $E_o l = const.$, gdje je l dužina obima poprečnog presjeka kraka antene normalnog na osu kraka (slika 2.3.3).



Slika 2.3.3.

Pošto ćemo se u ovom radu baviti i antenama kod kojih je zastupljena osna simetrija, tj. nema zavisnosti od ugla φ, jednačina (2.3.1) se svodi na sledeći oblik:

$$A_r = \sum_n C_n B_n(kr) P_n(\cos\theta) \qquad (2.3.5)$$

Otuda sada polje zračenja antene postaje TM talas u pravcu r, čije su komponente:

$$E_r = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2\right)A_r$$

$$E_\theta = \frac{1}{j\omega\varepsilon r}\frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial\theta} \qquad (2.3.6)$$

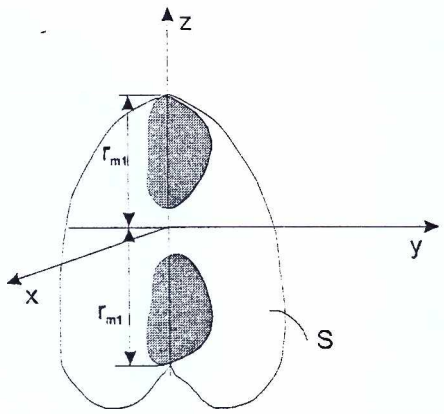
$$H_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta}$$

Zbog zadovoljenja graničnog uslova u oblasti koja uključuje tačke kada $r \to 0$ i regularnog ponašanja Besselovih f-ja prve vrste u toj oblasti u izrazu (2.2.11) za $B_n(kr)$ uzimaju se ove f-je, tj. $B_n(kr)$. Fizičko objašnjenje ovakvog postupka se nalazi u tome što u bliskoj zoni antene postoje stojeći talasi, a oblik f-ja $B_n(kr)$ upravo odgovara stojećim talasima. Medjutim, pošto nas u stvari interesuje daleka zona, tj. zona zračenja gdje imamo odlazeće talase čiji su reprezent Henkelove f-je, u izrazu (2.2.11) moraju se one uzeti. Sada će magnetski i električni vektor potencijali iz kojih se izvode sve komponente polja, biti:

$$A_r = \sum_m \sum_n \beta_{nm}^{(1)} H_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi} \qquad (2.3.7)$$

$$F_r = \sum_m \sum_n \beta_{nm}^{(2)} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}$$

gdje su $\beta_{nm}^{(1)}, \beta_{nm}^{(2)}$ nepoznati koeficijenti razvoja koje ćemo dobiti iz uslova jednakosti magnetskih i električnih vektor potencijala , datih izrazima (2.3.1) i (2.3.7) na površi S (slika 2.3.4.).



Slika 2.3.4

$$\beta_{nm}^{(1)} = C_{nm}\frac{B_n(kR)}{H_n(kR)}, \beta_{nm}^{(2)} = D_{nm}\frac{B_n(kR)}{H_n(kR)} \qquad (2.3.8)$$

Površ S je rotaciona površ čija je izvodnica kardioida:

$$R = r_{m1} - \frac{(r_{m1} - r_{m2})}{2}(1 - \cos\theta) \tag{2.3.9}$$

čiji su parametri jednaki dužinama krakova antene:

U posebnom slučaju kada je dužina krakova jednaka , tj. $r_{m1} = r_{m2} = r_m$ ova površ se pretvara u sferu poluprečnika r_m.

3. PRIMJERI

3.1 OSNO SIMETRIČNI PROBLEMI

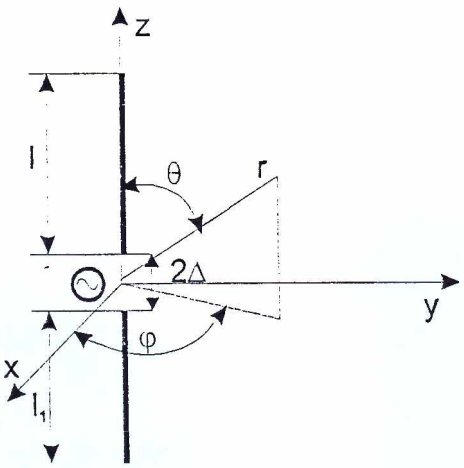
3.1.1 NESIMETRIČNA LINIJSKA ANTENA

Neka je zadata nesimetrična linijska antena kao na slici 3.1.1.1 konačne dužine i zanemarljivo malog poprečnog presjeka. Antena se napaja prostoperiodičnim izvorom, priključenim u tačkama $z = \pm\Delta$. Uzimajući Δ dovoljno malo u odnosu na dužine krakova antene polje izvora se može uzeti kao $E_i = \frac{U}{2\Delta}$. Uz pretpostavku savršeno provodne antene, granični uslov anuliranja tangencijalne komponente električnog polja na površini antene svodi se na:

$$E_r = E_i \quad \text{u zazoru } \Delta$$

$$E_r = 0 \quad \text{na metalnom kraku antene} \tag{3.1.1.1}$$

gdje je E_r radijalna komponenta električnog polja antene.



Slika 3.1.1.1 Nesimetrična linijska antena

Pošto kod ove antenske strukture imamo osnu simetriju, tj. nema zavisnosti od ugla φ, jednačina (2.3.1) se svodi na oblik dat izrazom (2.3.5). Otuda sada polje zračenja ovakve antenske strukture postaje TM talas u pravcu r, čije su komponente date izrazom (2.3.6).

Zbog nemogućnosti zadovoljavajuće aproksimacije graničnog uslova datog izrazom (3.1.1.1) baznim funkcijama (2.3.5) pribjeglo se preformulaciji graničnog uslova, što je detaljnije opisano u glavi (2.3). Na osnovu teorije izložene u glavi (2.3) sada se granični uslov za slučaj tanke nesimetrične žičane antene svodi na:

$$E_r + E_p = 0 \quad \text{na metalnoj površini kraka antene} \tag{3.1.1.2}$$

gdje je:

$$E_p = E_i = \frac{U}{2\Delta} = C$$

jer su poluprečnici krivina poprečnog presjeka u ma kojoj tački antene isti.

Za određivanje nepoznatih koeficijenata razvoja C_n koristićemo metod najmanjih kvadrata, koji je detaljnije opisan u glavi (2.1). Suština ovog metoda se sastoji u minimiziranju kvadrata greške na graničnoj površini.

Stavljajući u izraz (3.1.1.2) izraz za radijalnu komponentu električnog polja dobija se:

$$\sum_n C_n f_n(r,\theta) = E_i \quad \text{na metalnoj površini kraka antene} \tag{3.1.1.3}$$

gdje je $f_n(r,\theta) = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2\right) B_n(kr) P_n(\cos\theta)$.

Uzmu li se same funkcije $f_m(r,\theta)$ kao težinske, dobijamo sistem algebarskih jednačina po koeficijentima razvoja C_n:

$$\sum_n C_n a_{nm} = b_m \qquad m = 1,2...N \tag{3.1.1.4}$$

gdje su:

$$a_{mn} = \int_0^l f_n(r,0) f_m^*(r,0) dr + \int_0^{l1} f_n(r,\pi) f_m^*(r,\pi) dr$$

$$b_m = -C\left(\int_\Delta^l f_m^*(r,0) dr + \int_\Delta^{l1} f_m^*(r,\pi) dr\right)$$

Zbog zadovoljenja graničnog uslova u oblasti koja uključuje tačke kada $r \to 0$ i regularnog ponašanja Besselovih f-ja prve vrste u toj oblasti u izrazu (2.3.5) za $B_n(kr)$ uzimaju se ove f-je. Fizičko objašnjenje ovakvog postupka se nalazi u tome što u bliskoj zoni antene postoje stojeći talasi, a oblik f-ja $B_n(kr)$ upravo odgovara stojećim talasima. Medjutim, pošto nas u stvari interesuje daleka zona, tj. zona zračenja gdje imamo odlazeće talase čiji su reprezent

Henkelove funkcije, u izrazu (2.3.5) moraju se one uzeti. Sada će magnetski vektor potencijal iz kojeg se izvode sve komponente polja, biti:

$$A_r = \sum_n D_n H_n(kr) P_n(\cos\theta) \tag{3.1.1.5}$$

gdje su D_n nepoznati koeficijenti razvoja koje ćemo dobiti iz uslova jednakosti magnetskih vektor potencijala , datih izrazima (2.3.5) i (3.1.1.5) na površi S .

$$D_n = C_n \frac{B_n(kR)}{H_n(kR)} \tag{3.1.1.6}$$

Površ S je rotaciona površ čija izvodnica je kardioida:

$$R = l - \frac{(l - l_1)}{2}(1 - \cos\theta) \tag{3.1.1.7}$$

Komponenta polja E_θ ima oblik:

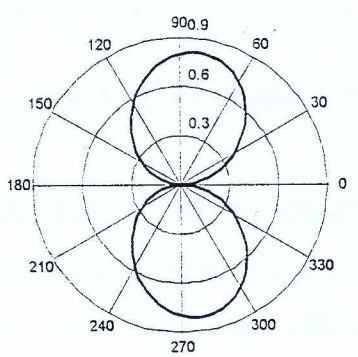
$$E_\theta = \frac{1}{j\omega\varepsilon r}\frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial\theta} = \frac{1}{j\omega\varepsilon r}\sum_n D_n \frac{\partial H_n(kr)}{\partial r}\frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta} \tag{3.1.1.8}$$

U zoni zračenja polje će se dobiti puštajući da $r \to \infty$, kada sve Henkelove f-je postaju $j^{n+1}e^{-jkr}$, pa se funkcija zračenja dobija kao apsolutna vrijednost sledećeg izraza:

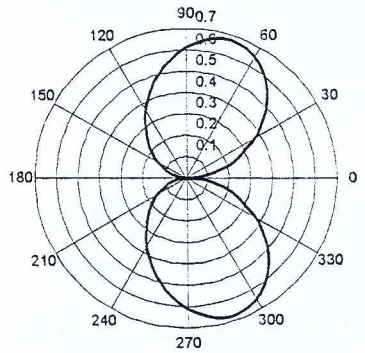
$$\hat{F}(\theta) = \sum_n D_n j^{n+1} P_n^1(\cos\theta) \tag{3.1.1.9}$$

Opisanim postupkom analizirani su nesimetrični dipoli različitih dužina kraka.

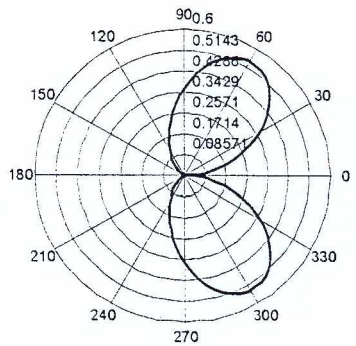
Na slikama 3.1.1.2,3,4,5 dati su u polarnim koordinatama dobijeni dijagrami zračenja nesimetričnog dipola sa $\frac{l}{\lambda} = 0.25$ i $l_1 = \frac{3l}{4}$, $l_1 = \frac{l}{2}$, $l_1 = \frac{l}{8}$, $l_1 = \frac{l}{16}$.



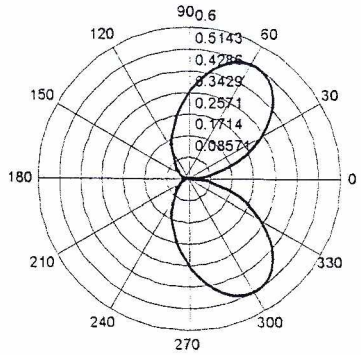
Slika 3.1.1.2 ($\frac{l}{\lambda} = 0.25$, $l_1 = \frac{3l}{4}$)



Slika 3.1.1.3 ($\frac{l}{\lambda} = 0.25$, $l_1 = \frac{l}{2}$)

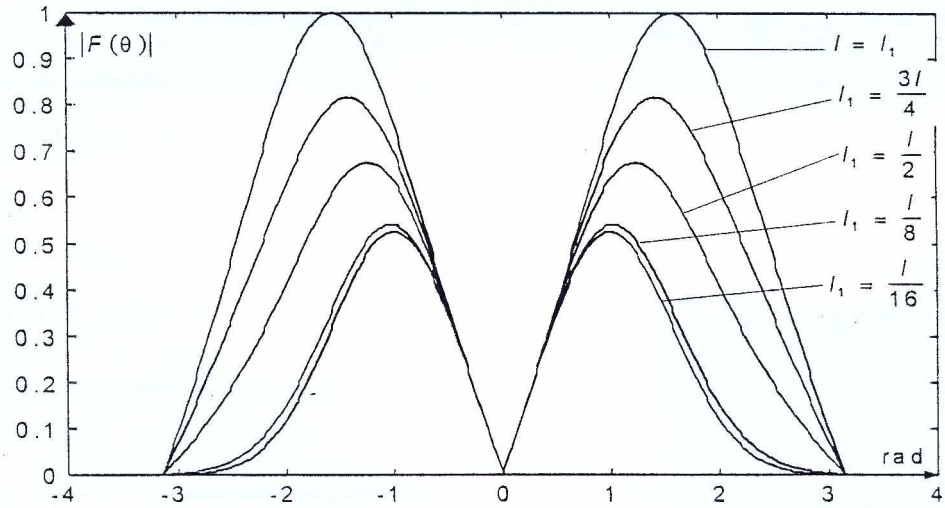


Slika 3.1.1.4 ($\frac{l}{\lambda} = 0.25$, $l_1 = \frac{l}{8}$)



Slika 3.1.1.5 ($\frac{l}{\lambda} = 0.25$, $l_1 = \frac{l}{16}$)

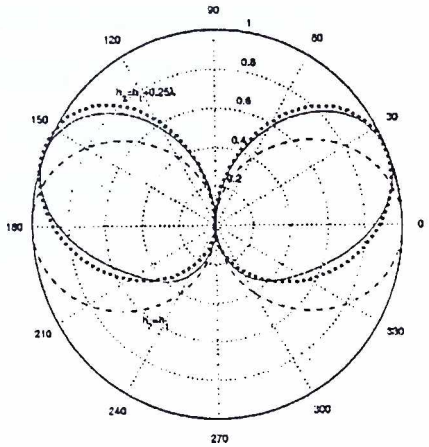
Radi jasnijeg uočavanja promjena koje nastaju skraćivanjem donjeg kraka dipola na slici 3.1.1.6 dati su dijagrami zračenja nesimetričnog dipola crtani u linearnoj razmjeri.



Slika 3.1.1.6 Dijagrami zračenja za različite dužine donjeg kraka

Sa datih slika se uočava očekivano smanjenje maksimuma zračenja i pomijeranje tih maksimuma u odnosu na ekvatorijalni pravac utoliko više ukoliko je nesimetričnost veća.

Na slici 3.1.1.7 dat je uporedni grafik normalizovanih dijagrama zračenja nesimetrične linijske antene tačno određene geometrije ($\Delta = 0.0006\lambda$, $h_1 = l_1 = 0.25\lambda$ dužina donjeg kraka i $l = h_2 = h_1 + 0.25\lambda$ dužina gornjeg kraka).

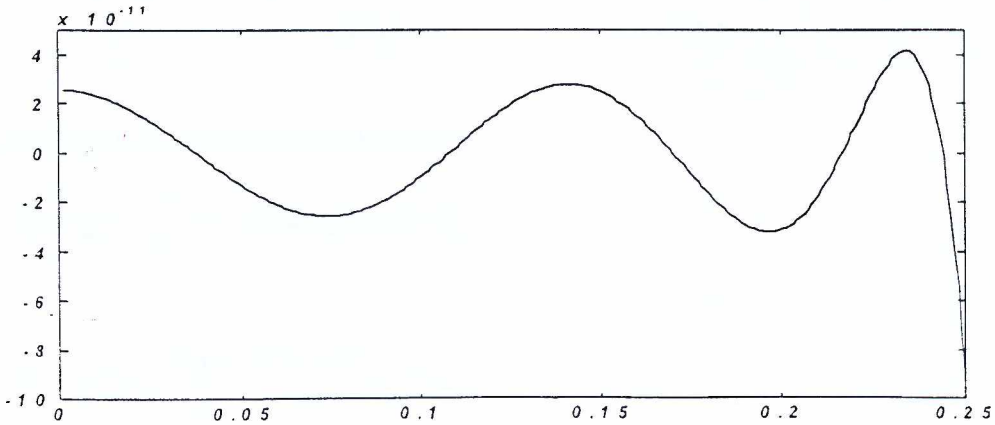


Slika 3.1.1.7 Dijagram zračenja za $\Delta = 0.0006\lambda$, $h_1 = l_1 = 0.25\lambda$ i $l = h_2 = h_1 + 0.25\lambda$

..... rezultat dobijen izloženom teorijom, —— rezultat dobijen teorijom iz [14]

Na slici je upoređen rezultat dobijen numeričkim postupkom opisanim u ovom radu i rezultat dobijen teorijom izloženom u [14]. Sa datih dijagrama uočava se veoma dobro slaganje rezultata.

U svim slučajevima vrlo velika tačnost prilikom zadovoljenja graničnog uslova postignuta je već sa N=10 članova razvoja. Na slici 3.1.1.8 data je greška koja se pravi pri zadovoljenju graničnog uslova za $\frac{l}{\lambda} = 0.25$ i $l_1 = \frac{l}{2}$.



Slika 3.1.1.8 Greška pri zadovoljenju graničnog uslova

3.1.2 BIKONIČNA ANTENA

Neka je zadata antena oblika kao na slici 3.1.2.1. Antena se napaja prostoperiodičnim izvorom priključenim u tačkama $z = \pm\Delta$. Uz pretpostavku savršeno provodne antene, granični uslov anuliranja tangencijalne komponente električnog polja na površini antene na osnovu teorije izložene u glavi 2.3 svodi se na:

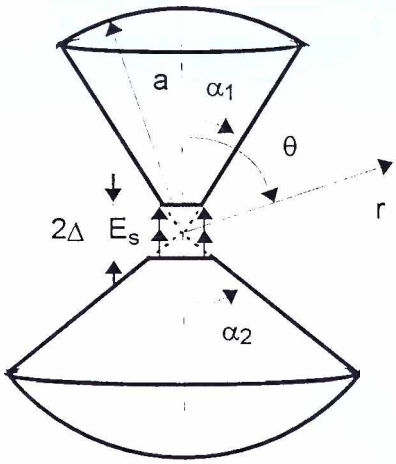
$$E_{\tan g} = E_r(r, \theta = \alpha) = 0 \text{ na konusu}$$

$$E_{\tan g} = E_\theta(r = a, \theta) = 0 \text{ na kaloti} \qquad (3.1.2.1)$$

$$E = E_s \text{ na } -\Delta < r < \Delta$$

gdje je E_s polje izvora.

Pošto je ovdje u pitanju osno simetričan problem, tj. polje ne zavisi od ugla φ, polje ovako zadate antene ćemo dobiti pomoću magnetskog vektor potencijala datog izrazom (2.3.5).



Slika 3.1.2.1 Bikonična antena

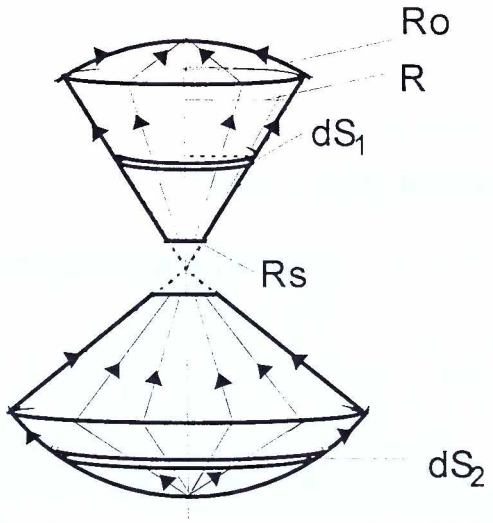
Iz izraza (2.3.6) slijede komponente električnog polja :

$$E_r = \sum_n C_n \left(\frac{\partial}{\partial r^2} + k^2 \right) B_n(kr) P_n(\cos\theta) = \sum_n C_n f_n(r, \theta)$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \sum_n C_n \frac{\partial B_n(kr)}{\partial r} \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \sum_n C_n f_n^*(r, \theta) \qquad (3.1.2.2)$$

Zbog nemogućnosti zadovoljavajuće aproksimacije graničnog uslova datog izrazom (3.1.2.1) baznim funkcijama (3.1.2.2) pribjeglo se preformulaciji graničnog uslova, što je detaljnije opisano u glavi 2.3. Na osnovu teorije izložene u glavi 2.3 sada se granični uslov za slučaj bikonične antene svodi na:

$$\vec{E}_o(s)+\vec{E}_{\tan g}(s)=0 \tag{3.1.2.3}$$



Slika 3.1.2.2 Pomoćno polje na površini antene

Sa slike 3.1.2.2 imamo:

$$E_s\,2\pi R_s = E_{or}\,2\pi R = E_{o\theta}\,2\pi R_o$$

gdje su:

$$E_{or}=\frac{E_s}{\cos\alpha_1}\frac{\Delta}{r}\ ;\ E_{or}=-\frac{E_s}{\cos\alpha_2}\frac{\Delta}{r} \tag{3.1.2.4}$$

$$E_{o\theta}=\frac{E_s}{\cos\alpha_1}\frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha_1}{\sin\theta}\ ;\ E_{o\theta}=-\frac{E_s}{\cos\alpha_2}\frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha_2}{\sin\theta}$$

Granični uslov (3.1.2.3) na konusu sada je:

$$\sum_n C_n\left(\frac{\partial}{\partial r^2}+k^2\right)B_n(kr)P_n(\cos\theta)\Big|_{\theta=\alpha_1}=-\frac{E_s}{\cos\alpha_1}\frac{\Delta}{r} \tag{3.1.2.5}$$

$$\sum_n C_n\left(\frac{\partial}{\partial r^2}+k^2\right)B_n(kr)P_n(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi-\alpha_2}=\frac{E_s}{\cos\alpha_2}\frac{\Delta}{r}$$

a na kaloti:

$$\frac{1}{a}\sum_n C_n \frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\bigg|_{r=a} \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta} = -\frac{E_s}{\cos\alpha_1}\frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha_1}{\sin\theta} \tag{3.1.2.6}$$

$$\frac{1}{a}\sum_n C_n \frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\bigg|_{r=a} \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta} = \frac{E_s}{\cos\alpha_2}\frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha_2}{\sin\theta}$$

Za određivanje nepoznatih koeficijenata razvoja C_n koristićemo metod najmanjih kvadrata , koji je detaljnije opisan u glavi 2.1. Minimiziranjem kvadrata greške na graničnoj površini, tj. $\frac{\partial e^2}{\partial C_m} = 0$, dobijamo sistem algebarskih jednačina:

$$\sum C_n a_{mn} = b_m \tag{3.1.2.7}$$

gdje su:

$$a_{mn} = \int_{cones} f_n f_m dS_1 + \int_{calotte} f_n^* f_m^* dS_2 = \int_{\cos\alpha_1}^{a} f_n(r,\alpha_1) f_m(r,\alpha_1) dS_1 + \int_{\cos\alpha_2}^{a} f_n(r,\pi-\alpha_2) f_m(r,\pi-\alpha_2) dS_1 +$$

$$\int_0^{\alpha 1} f_n^*(a,\theta) f_m^*(a,\theta) dS_2 + \int_{\pi-\alpha 2}^{\pi} f_n^*(a,\theta) f_m^*(a,\theta) dS_2$$

$$b_m = \int_{cones} f_g f_m dS_1 + \int_{calotte} f_g^* f_m^* dS_2 = -\int_{\cos\alpha_1}^{a} \frac{E_s}{\cos\alpha_1}\frac{\Delta}{r} f_m(r,\alpha_1) dS_1 + \int_{\cos\alpha_2}^{a} \frac{E_s}{\cos\alpha_2}\frac{\Delta}{r} f_m(r,\pi-\alpha_2) dS_1 -$$

$$\int_0^{\alpha 1} \frac{E_s}{\cos\alpha_1}\frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha_1}{\sin\theta} f_m^*(a,\theta) dS_2 + \int_{\pi-\alpha 2}^{\pi} \frac{E_s}{\cos\alpha_2}\frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha_2}{\sin\theta} f_m^*(a,\theta) dS_2$$

gdje je:

$$f_n(r,\alpha) = \left(\frac{\partial}{\partial r^2} + k^2\right) B_n(kr) P_n(\cos\theta) \tag{3.1.2.8}$$

$$f_n^*(a,\theta) = \frac{1}{a}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta}$$

Sa slike 3.1.2.2 vidimo da su elementi površine $dS_1 = 2\pi r \sin\alpha \cos\alpha dr$ i $dS_2 = 2\pi a^2 \sin\theta d\theta$.

Kao što je opisano u glavi 2.3 u oblasti koja obuhvata tačke $r \to 0$, gdje zadovoljavamo granični uslov $B_n(kr)$ su Besselove funkcije prve vrste. U udaljenim tačkama

potencijal, odnosno komponente polja izražavamo preko Henkelovih funkcija, kako bi bili zadovoljeni uslovi zračenja u dalekoj zoni. Tako je sada:

$$A_r = \sum_n D_n H_n(kr) P_n(\cos\theta) \tag{3.1.2.9}$$

gdje su D_n nepoznati koeficijenti razvoja koje ćemo dobiti iz uslova jednakosti izraza (2.3.5) i (3.1.2.9) na sferi poluprečnika $r = a$:

$$D_n = C_n \frac{B_n(ka)}{H_n(ka)} \tag{3.1.2.10}$$

U zoni zračenja $(r \to \infty)$ kada sve Henkelove funkcije postaju $j^{(n+1)}e^{-jkr}$, komponenta polja $E_r \to 0$,ostaje samo jedna komponenta električnog polja:

$$E_\theta = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\sum_n D_n \frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial\theta} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\sum_n D_n \frac{\partial H_n(kr)}{\partial r}\frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta} \tag{3.1.2.11}$$

Pošto je $\frac{\partial H_n(kr)}{\partial r} = -jk \cdot j^{(n+1)}e^{-jkr}$ i $\frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta} = P_n^1(\cos\theta)$, funkcija zračenja je data sledećim izrazom:

$$\hat{F}(\theta) = \left|\sum_n D_n j^{n+1} P_n^1(\cos\theta)\right| \tag{3.1.2.12}$$

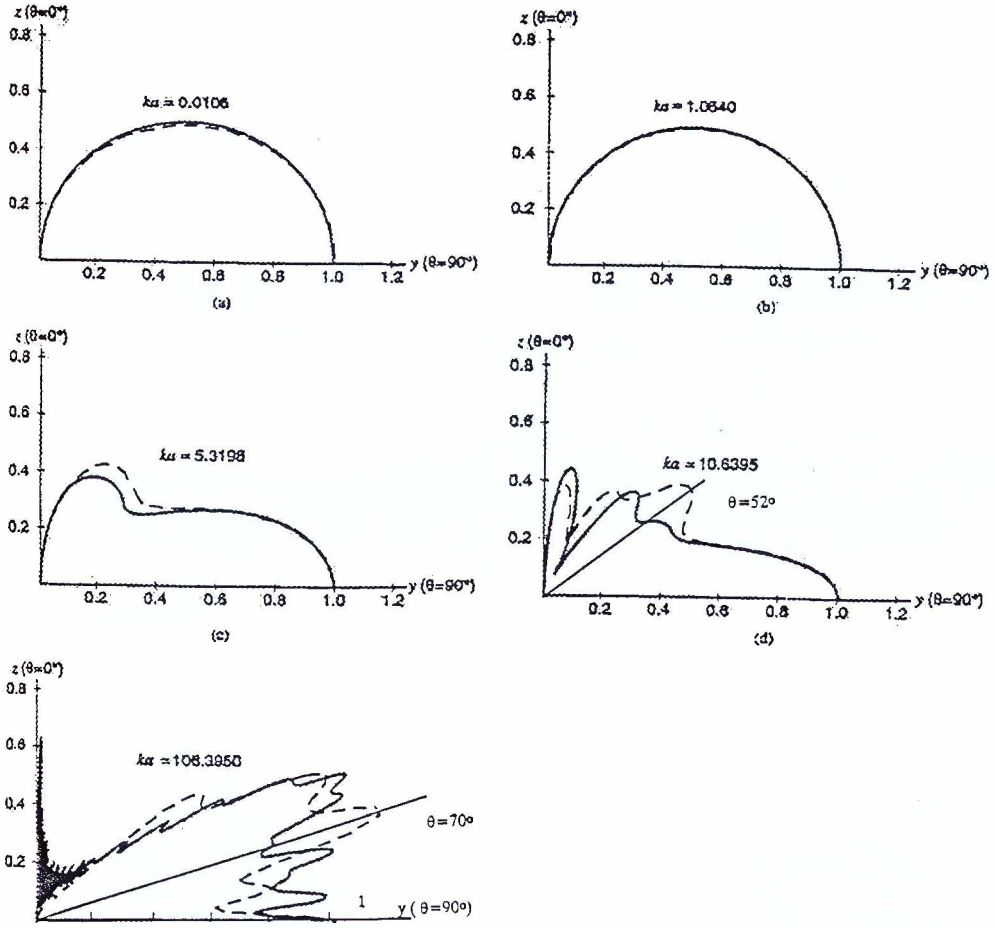
U specijalnom slučaju kada imamo simetričnu bikoničnu antenu, tj. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, u jednačinama (3.1.2.8) imamo da je $f_n(r, \pi - \alpha) = (-1)^n f_n(r, \alpha)$ i $f_n^*(a, \pi - \theta) = (-1)^n f_n^*(a, \theta)$, dobijamo za koeficijente a_{mn} i b_m sledeće izraze:

$$a_{mn} = \left(1 + (-1)^{m+n}\right)\left[\int_{\frac{\Delta}{\cos\alpha}}^{a} f_n(r,\alpha) f_m(r,\alpha) dS_1 + \int_0^{\alpha} f_n^*(a,\theta) f_m^*(a,\theta) dS_2\right] \tag{3.1.2.13}$$

$$b_m = \left(1 - (-1)^m\right)\left[\int_{\frac{\Delta}{\cos\alpha}}^{a} E_s \frac{\Delta}{r} f_m(r,\alpha) dS_1 + \int_0^{\alpha} E_s \frac{\Delta}{a}\frac{\sin\alpha}{\sin\theta} f_m^*(a,\theta) dS_2\right]$$

Očigledno je da su svi elementi a_{mn} različiti od nule kada je $(m+n)$ paran broj, a jednaki nuli kada je $(m+n)$ neparan broj. Elementi b_m su različiti od nule kada je m neparno, a jednaki nuli kada je m parno. Otuda slijedi da su svi parni koeficijenti razvoja (2.3.5) jednaki nuli, tj. razvoj za A_r, pa i za komponente polja svodi se na razvoj po neparnim članovima.

Upoređivali smo teoriju izloženu u ovom radu sa rezultatima iz [15] za slučaj pet različitih dužina kraka antene (slika 3.1.2.3).



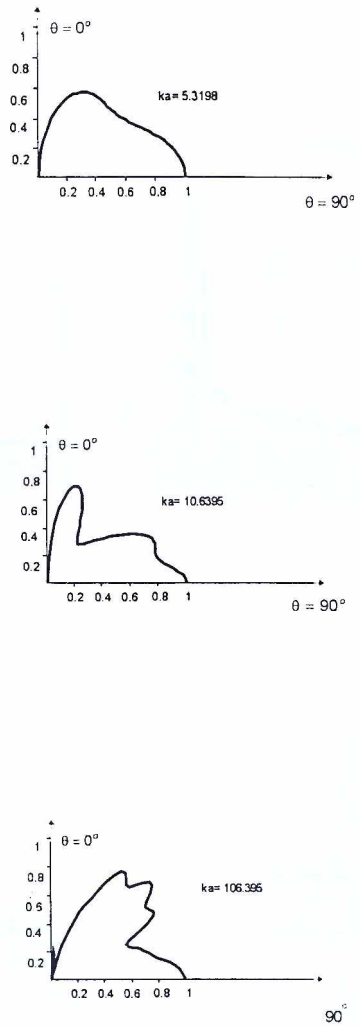
Slika 3.1.2.3 Dijagrami zračenja simetrične bikonične antene ($\alpha_1 = \alpha_2 = 53.1^o$).

(—— rezultati iz [15], ... rezultati naše teorije)

Kao što se može uočiti sa slike 3.1.2.3 u slučaju malih električnih dužina kraka antene rezultati su skoro identični. Međutim, u slučaju većih električnih dužina kraka antene primjetna je određena razlika. Najveća razlika se primjećuje u slučaju električne dužine $ka = 10.6395$ gdje je maksimum bočne lepeze u našim rezultatima određen uglom $\theta = 52^o$ i u slučaju električne dužine $ka = 106.395$ gdje je maksimum zračenja u našem slučaju određen uglom

$\theta = 70^o$. Bez obzira na ove razlike u svim slučajevima je zračenje u ekvatorijalnom pravcu skoro identično.

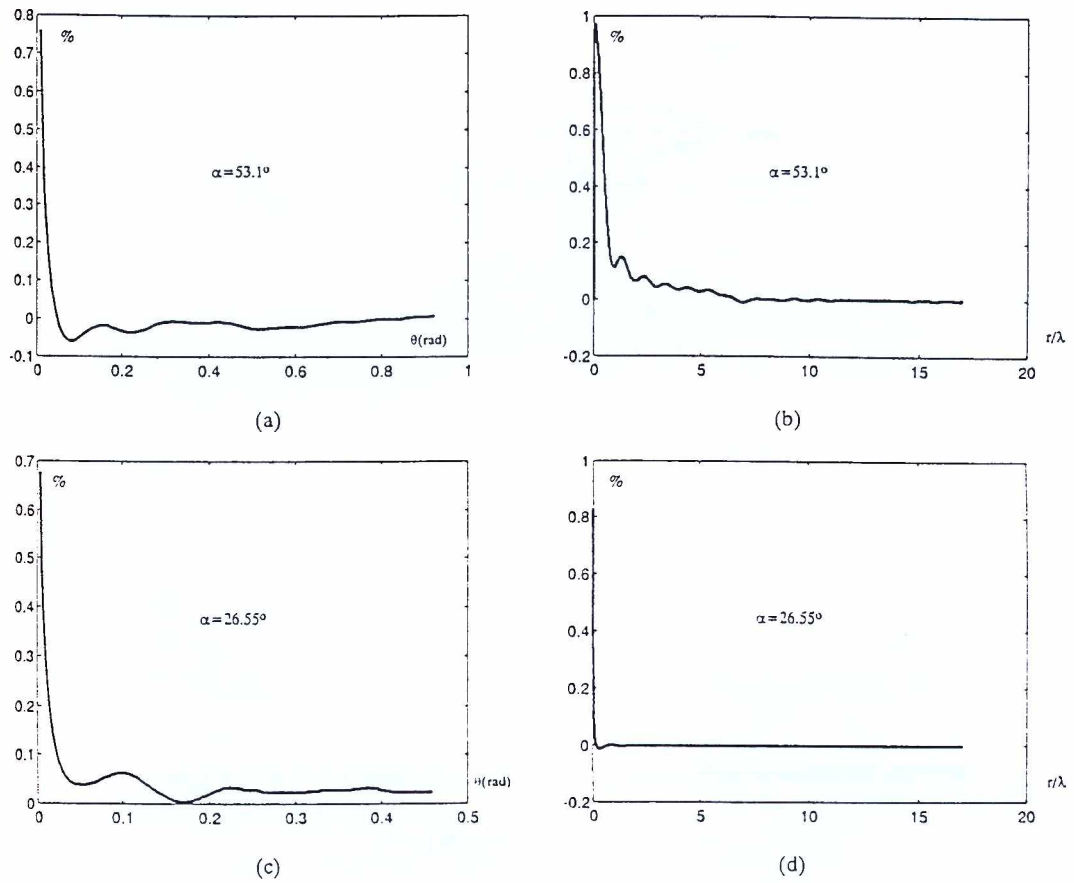
Na slici (3.1.2.4) dati su dijagrami zračenja simetrične bikonične antene manjeg ugla konusa ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 26.55^o$) za tri različite električne dužine kraka antene.



Slika3.1.2.4 Dijagrami zračenja simetrične bikonične antene($\alpha_1 = \alpha_2 = 26.55^o$).

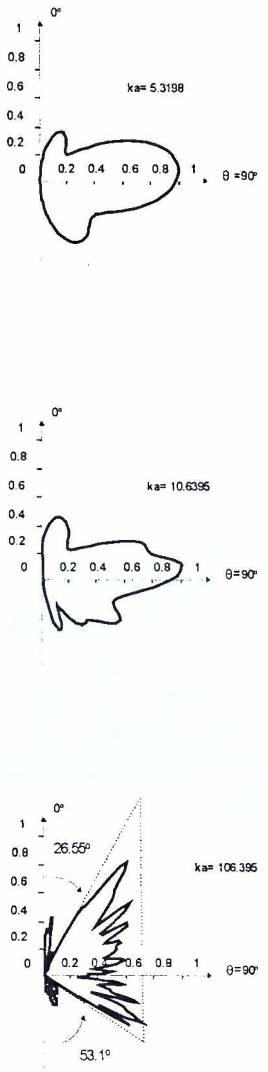
Na osnovu dobijenih dijagrama (slika 3.1.2.4) vidimo da je funkcija zračenja ravnija u poređenju sa funkcijom zračenja bikonične antene većeg ugla. Ovo je bilo i za očekivati, jer bikonična antena opadajućeg ugla teži ka obliku linijske antene.

U oba analizirana slučaja, tj. i u slučaju simetrične bikonične antene većeg ugla i simetrične bikonične antene manjeg ugla, donji i gornji krak antene je iste geometrije, tako da u razvoju (2.3.5) imamo samo neparne članove. Bilo je dovoljno uzeti 18 neparnih modova za veoma dobro zadovoljenje graničnog uslova (slika 3.2.1.5). U oba slučaja uzet je odnos $\frac{\Delta}{\lambda} = 0.001$, što znači da je izvor smješten u veoma malom prostoru.



Slika 3.2.1.5 Greška pri zadovoljenju graničnog uslova
(na kaloti (a) i (c), na konusu (b) i (d))

Opisani numerički postupak je primjenljiv i u slučaju asimetrične bikonične antene, tj i u slučaju kada je $\alpha_1 \neq \alpha_2$. Na slici 3.1.2.6 dati su dijagrami zračenja asimetrične bikonične antene, čiji su uglovi konusa $\alpha_1 = 26.55^o$ i $\alpha_2 = 53.1^o$. U ovom slučaju u razvoju (2.3.5) egzistiraju svi modovi. Kao i u slučaju simetrične bikonične antene i ovdje je bilo dovoljno uzeti 18 modova da bi granični uslov bio zadovoljavajuće aproksimiran.



Slika 3.1.2.6 Dijagrami zračenja asimetrične bikonične antene

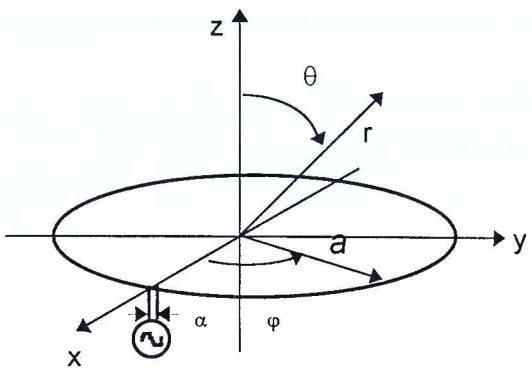
(α_1=26.55°, α_2=53.1°)

Sa slike (3.1.2.6) se uočava da su maksimumi zračenja pomjereni u pravcu manjeg ugla konusa. Takođe, u slučaju većih električnih dužina kraka antene, dijagram zračenja smješten je unutar trougla određenog uglovima konusa. Primjenom teorije izložene u [15] došlo se do istih zaključaka. Kako su u [15] korišćene određene aproksimacije, to su naši rezultati precizniji.

3.2 OSNO NESIMETRIČNI RAVANSKI PROBLEMI

3.2.1 KRUŽNA KONTURA

Neka je zadata (slika 3.2.1.1.) tanka kružna kontura poluprečnika a koja leži u ravni xoy ($\theta = \frac{\pi}{2}$). Kontura se napaja prostoperiodičnim izvorom smještenim u procjepu malog ugla α. U daljim računanjima uzećemo $\alpha = 0.01$, tj. vrlo malo. U opštem slučaju, koji ćemo analizirati, nije ograničen odnos $\frac{a}{\lambda}$. Takođe nećemo pretpostavljati distribuciju struje duž konture.



Slika 3.2.1.1 Geometrija tanke kružne antenske strukture

U najopštijem slučaju polje zračenja, bilo u bliskoj ili dalekoj zoni, ne pripada niti TE ni TM talasu. Da bi našli komponente polja zračenja uvešćemo oba vektorska potencijala, tj. magnetni i električni vektor potencijal date izrazom (2.3.1). Sve komponente polja izvedene iz ova dva vektorska potencijala date su izrazom (2.2.12).

Stavljajući izraz (2.3.1) u izraz (2.2.12) dobijamo:

$$E_r = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{y}\frac{n(n+1)}{r^2}C_{nm}f_{nm}(r,\theta,\varphi)$$

$$E_\theta = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{1}{yr}C_{nm}\frac{\partial^2 f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial r\partial\theta} - \frac{1}{r\sin\theta}D_{nm}\frac{\partial f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial\varphi}\right)$$

$$E_\varphi = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{1}{yr\sin\theta}C_{nm}\frac{\partial^2 f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial r\partial\varphi}+\frac{1}{r}D_{nm}\frac{\partial f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial\theta}\right)$$

$$H_r = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{z}\frac{n(n+1)}{r^2}D_{nm}f_{nm}(r,\theta,\varphi) \qquad (3.2.1.1)$$

$$H_\theta = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{1}{r\sin\theta}C_{nm}\frac{\partial f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial\varphi}+\frac{1}{zr}D_{nm}\frac{\partial^2 f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial r\partial\theta}\right)$$

$$H_\varphi = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(-\frac{1}{r}C_{nm}\frac{\partial f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial\theta}+\frac{1}{zr\sin\theta}D_{nm}\frac{\partial^2 f_{nm}(r,\theta,\varphi)}{\partial r\partial\varphi}\right)$$

gdje je: $f_{nm}(r,\theta,\varphi) = B_n(kr)P_n^m(\cos\theta)e^{jm\varphi}$, $y = j\omega\varepsilon$ i $z = j\omega\mu$.

Granični uslov jeste anuliranje tangencijalnih komponenti električnog polja na metalnoj površini konture. U ovom slučaju tangencijalna komponenta električnog polja jeste E_φ komponenta.koja se anulira duž linije antene i izjednačava sa poljem izvora E_i za $0 \le \varphi \le \alpha$:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm}f_{nm}^{(1)}\left(a,\frac{\pi}{2}\right)+D_{nm}f_{nm}^{(2)}\left(a,\frac{\pi}{2}\right)\right)e^{jm\varphi} = \begin{cases} 0 \ za\, \alpha \le \varphi \le 2\pi \\ E_i \ za \ 0 \le \varphi \le \alpha \end{cases} \qquad (3.2.1.2)$$

gdje su:

$$f_{nm}^{(1)}\left(a,\frac{\pi}{2}\right) = \frac{jm}{ya}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\Big|_{r=a}P_n^m(0)$$

$$f_{nm}^{(2)}\left(a,\frac{\pi}{2}\right) = \frac{B_n(ka)}{a}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}\Bigg|_{\theta=\frac{\pi}{2}} \qquad (3.2.1.3)$$

Sistem (3.2.1.2) radi jednostavnosti ćemo tranformisati u sledeći izraz:

$$\sum_n\sum_m S_{nm}F_{nm}\left(a,\frac{\pi}{2}\right)e^{jm\varphi} = \begin{cases} 0 \ za\, \alpha \le \varphi \le 2\pi \\ E_i \ za \ 0 \le \varphi \le \alpha \end{cases} \qquad (3.2.1.4)$$

gdje su:

$$S_{nm} = C_{nm} \qquad za\ n = 1,\ldots N$$

$$F_{nm}\left(a,\frac{\pi}{2}\right) = f_{nm}^{(1)}\left(a,\frac{\pi}{2}\right) \qquad za\ m = 0,\ldots n$$

i:

$$S_{nm} = D_{n-N,m} \qquad za\ n = N+1,\ldots 2N$$

$$F_{nm}\left(a,\frac{\pi}{2}\right) = f_{n-N,m}^{(2)}\left(a,\frac{\pi}{2}\right) \qquad za\ m = 0,\ldots n-N$$

Množeći (3.2.1.4) sa $e^{-jm\varphi}$ i integraljeći po dužini konture dobijamo sistem algebarskih jednačina sa nepoznatim koeficijentima razvoja S_{nm}:

$$\sum\sum S_{nm}F_{nm}\left(a,\frac{\pi}{2}\right)=b_m \tag{3.2.1.5}$$

gdje je:

$$b_m=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\alpha}E_i e^{-jm\varphi}ad\varphi=jE_i a\frac{\left(e^{-jm\alpha}-1\right)}{2m\pi} \tag{3.2.1.6}$$

Ležandrovi polinomi i njihovi izvodi su:

$$P_n^m(0)=\begin{cases}0 & za\ (n+m)\ neparno,\\ \dfrac{2^m\cos\left[\frac{1}{2}(n+m)\pi\right]\Gamma\left(\frac{n+m+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n-m}{2}+1\right)} & za\ (n+m)\ parno.\end{cases}$$

$$\frac{\partial P_n^m(0)}{\partial\theta}=\begin{cases}-\dfrac{2^{m+1}\sin\left[\frac{1}{2}(n+m)\pi\right]\Gamma\left(\frac{n+m}{2}+1\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n-m+1}{2}\right)} & za\ (n+m)\ neparno,\\ 0 & za\ (n+m)\ parno.\end{cases}$$

U dvije simetrične tačke, tj. $\theta=0$ i $\theta=\pi$, potencijali, kao i komponente polja su jednakog inteziteta, a suprotnog znaka.

$$A_r(r,0)=-A_r(r,\pi) \tag{3.2.1.7}$$

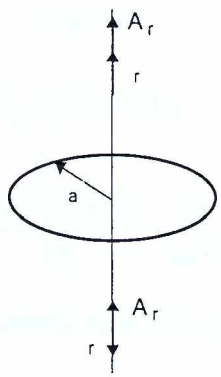
Znajući da je:

$$P_n^m(1)=\begin{cases}1 & za\ m=0\\ 0 & za\ m\neq 0\end{cases}$$

isključuje se zavisnost potencijala duž ose kružne konture od ugaone koordinate φ. Iz (3.2.1.7) imamo:

$$\sum C_{no}B_n(kr)P_n(1)=-\sum C_{no}B_n(kr)P_n(-1)$$

Kako je $P_n(1)=1$ i $P_n(-1)=(-1)^n$ slijedi da n uzima samo neparne vrijednosti.



Slika 3.2.1.2 Za isto r duž ose kružne konture

Unutar sfere $r = a$ polje antene su stojeći talasi. Međutim, u dijelu prostora $r > a$ u izrazu za baznu funkciju moramo uzeti Henkelovu funkciju, te je:

$$f_{nm}(r,\theta,\varphi) = H_n(kr)P_n^m(\cos\theta)e^{jm\varphi}$$

Sada su potencijali elektromagnetnog polja dati izrazom:

$$A_r = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\beta_{nm}^{(1)}f_{nm}(r,\theta,\varphi) \qquad (3.2.1.8)$$

$$F_r = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\beta_{nm}^{(2)}f_{nm}(r,\theta,\varphi)$$

gdje su $\beta_{nm}^{(1)}$, $\beta_{nm}^{(2)}$ nepoznati koeficijenti razvoja koje ćemo dobiti iz uslova jednakosti izraza (2.3.1) i (3.2.1.8) na sferi poluprečnika $r = a$:

$$\beta_{nm}^{(1)} = C_{nm}\frac{B_n(ka)}{H_n(ka)}$$

$$\beta_{nm}^{(2)} = D_{nm}\frac{B_n(ka)}{H_n(ka)} \qquad (3.2.1.9)$$

U zoni zračenja sve Henkelove funkcije postaju:

$$H_n(kr) = j^{(n+1)}e^{-jkr}$$

Tako sada u zoni zračenja imamo sledeće komponente električnog polja:

$$E_r = 0$$

$$E_\varphi = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\frac{e^{-jkr}}{r}e^{jm\varphi}j^{n+1}\left(\frac{km}{y\sin\theta}\beta_{nm}^{(1)}P_n^m(\cos\theta) + \beta_{nm}^{(2)}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}\right) \qquad (3.2.1.10)$$

$$E_\theta = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\frac{e^{-jkr}}{r}e^{jm\varphi}j^{n+1}\left(\frac{jk}{y}\beta_{nm}^{(1)}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} - \frac{jm}{\sin\theta}\beta_{nm}^{(2)}P_n^m(\cos\theta)\right)$$

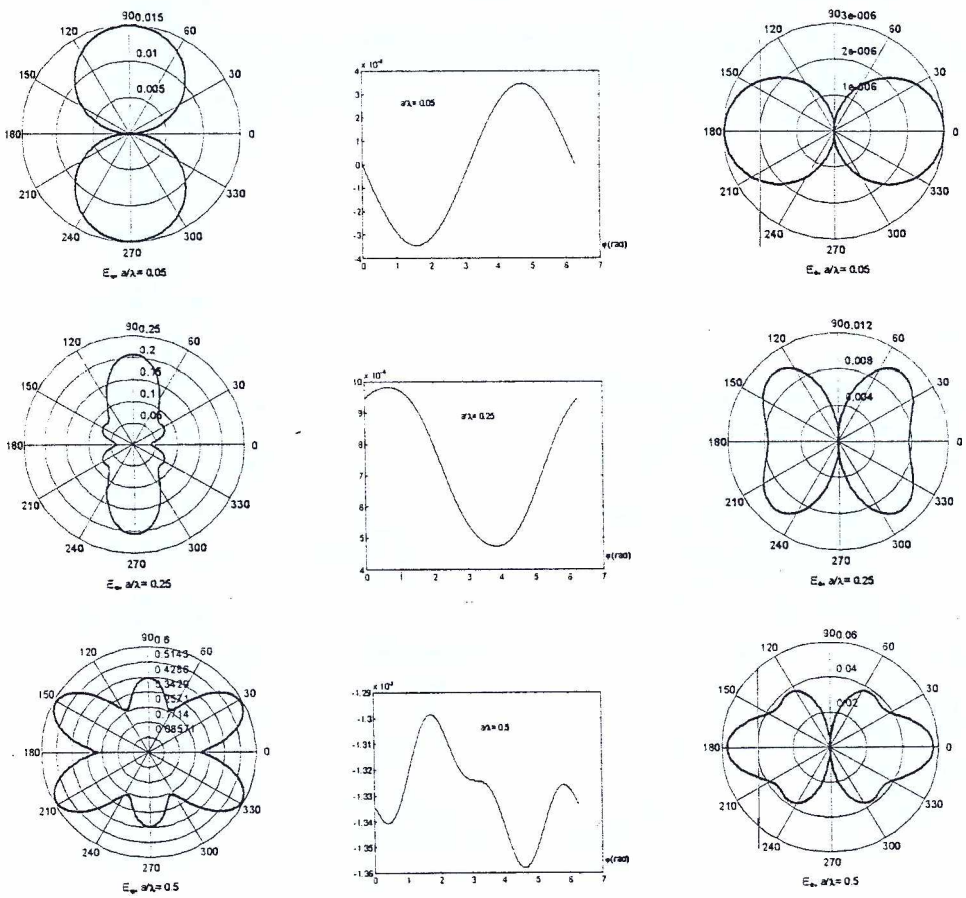
Karakteristična funkcija zračenja ima dvije komponente:

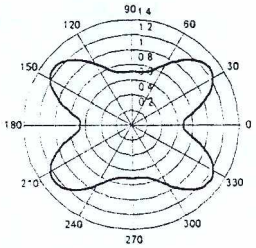
$$\hat{F}_{\varphi}(\theta,\varphi)=\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} j^{n+1}e^{jm\varphi}\left(\frac{km}{y\sin\theta}\beta_{nm}^{(1)}P_n^m(\cos\theta)+\beta_{nm}^{(2)}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}\right)\right| \qquad (3.2.1.11)$$

$$\hat{F}_{\theta}(\theta,\varphi)=\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} j^{n+1}e^{jm\varphi}\left(\frac{jk}{y}\beta_{nm}^{(1)}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}-\frac{jm}{\sin\theta}\beta_{nm}^{(2)}P_n^m(\cos\theta)\right)\right|$$

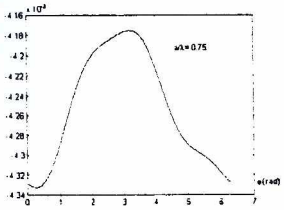
Generalno, mi imamo dvije komponente električnog polja u zoni zračenja, obije zavisne od uglova φ i θ .

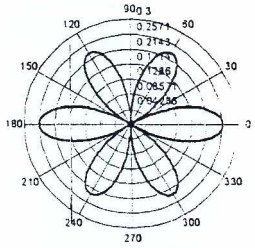
Ovakvim numeričkim postupkom moguće je nalaženje komponenti polja i u bliskoj i dalekoj zoni. Na slici 3.2.1.3 dati su dijagrami zračenja u dalekoj zoni za različite odnose $\frac{a}{\lambda}$, gdje se električna dužina konture mijenja u granicama od 0.05 do 2.



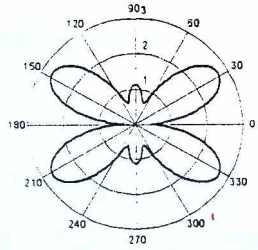


E_φ, $a/\lambda = 0.75$

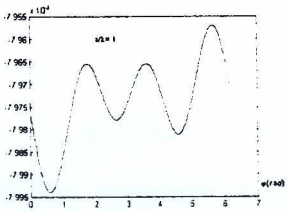


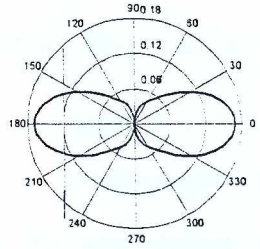


E_θ, $a/\lambda = 0.75$

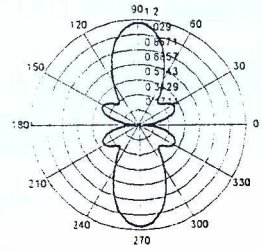


E_φ, $a/\lambda = 1$

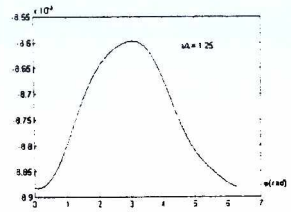


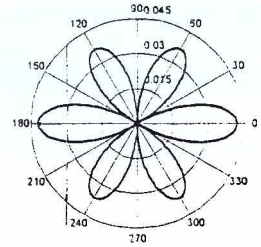


E_θ, $a/\lambda = 1$

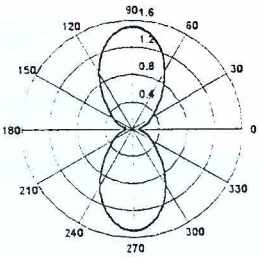


E_φ, $a/\lambda = 1.25$

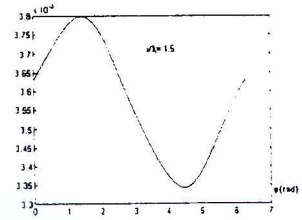


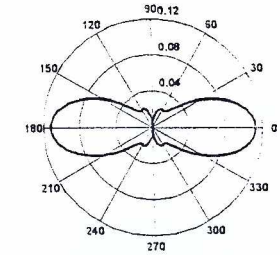


E_θ, $a/\lambda = 1.25$

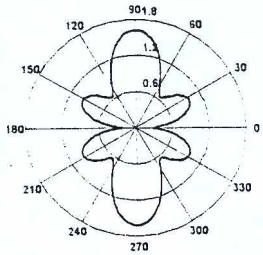


E_φ, $a/\lambda = 1.5$

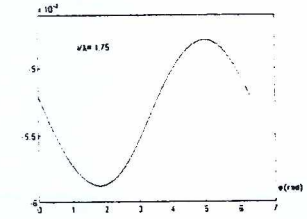


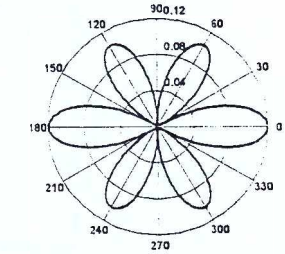


E_θ, $a/\lambda = 1.5$

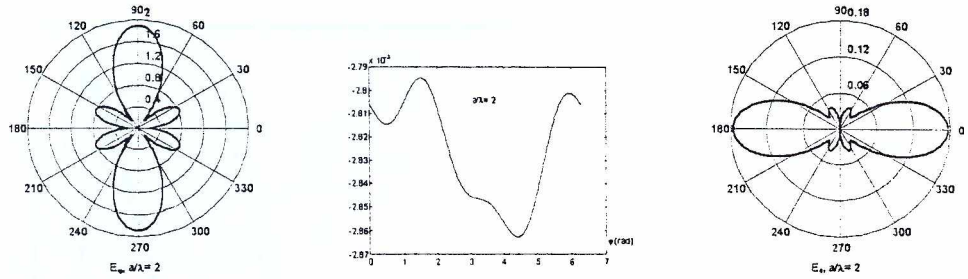


E_φ, $a/\lambda = 1.75$





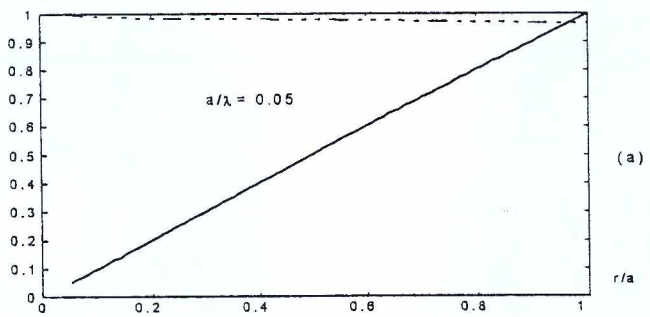
E_θ, $a/\lambda = 1.75$

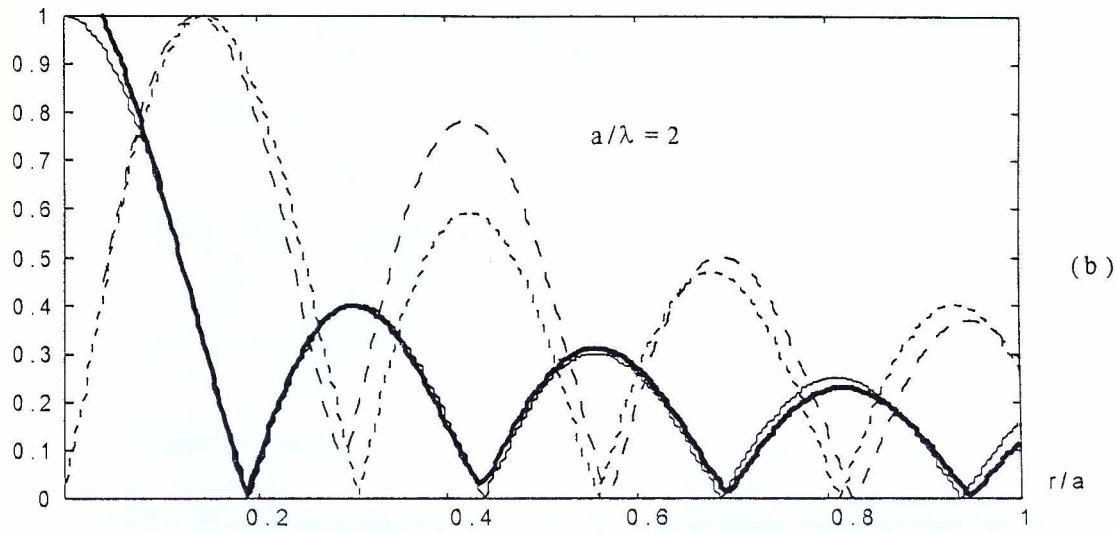


Slika 3.2.1.3 Dijagrami zračenja i greška pri zadovoljenju graničnog uslova za različite odnose $\frac{a}{\lambda}$. *Lijeva kolona:* $\hat{F}_{\varphi}(\theta, \varphi = 0^{o})$, *desna kolona:* $\hat{F}_{\theta}(\theta, \varphi = 0^{o})$ *srednja kolona: greška pri zadovoljenju graničnog uslova*

U lijevoj koloni (sl.3.2.3) dati su dijagrami zračenja φ komponente električnog polja $\hat{F}_{\varphi}(\theta, \varphi = 0^{o})$, a u desnoj koloni dijagrami zračenja θ komponente električnog $\hat{F}_{\theta}(\theta, \varphi = 0^{o})$. U svim slučajevima E_{φ} je mnogo veće od E_{θ}, što znači da je par $(E_{\varphi}, H_{\theta})$ dominantan u odnosu na par $(E_{\theta}, H_{\varphi})$, tj. imamo dominantan TE talas u zoni zračenja. Grafici u srednjoj koloni nam prikazuju grešku koja se pravi pri zadovoljenju graničnog uslova. Sa n=1,3,5, tj. već sa 12 modova u izrazu (2.3.1), postiže se vrlo visoka tačnost pri zadovoljenju graničnog uslova, bez obzira na električnu dužinu antene.

Za slučaj konture male električne dužine ($\frac{a}{\lambda} = 0.05$) na slici 3.2.1.4a prikazani su uporedni grafici komponenti električnog i magnetnog polja u bliskoj zoni ($r < a$) dobijeni opisanim metodom i upoređeni sa rezultatima iz [19].



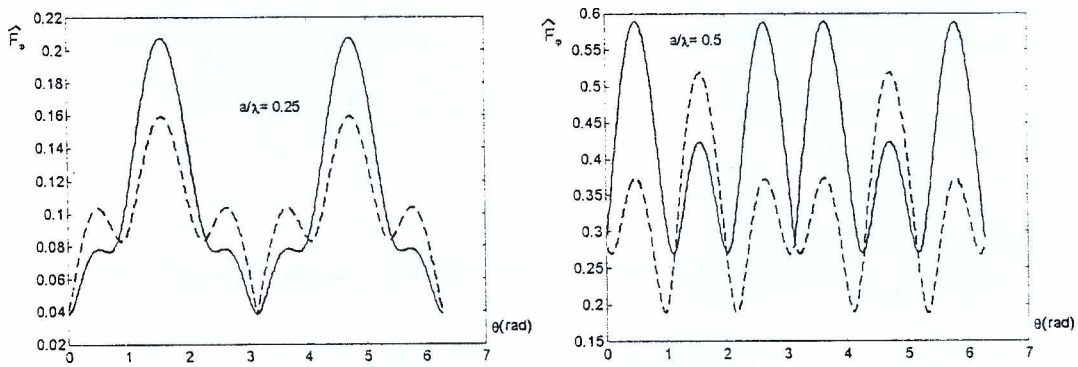


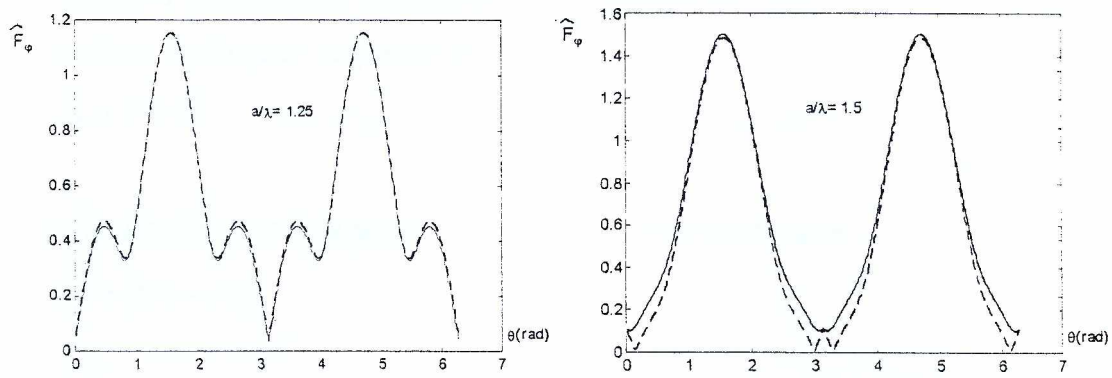
Slika 3.2.1.4 (a) Normalizovano električno($E_\varphi/E_{\varphi(r=a)}$) i magnetno ($H_\theta/H_{\theta(r=0)}$)polje u bliskoj zoni (—— E_φ i ..... H_θ).Rezultati iz naše teorije i [19] se identički podudaraju.

(b) Normalizovano električno(E_φ) i magnetno (H_θ) polje u dalekoj zoni (—— E_φ i _._._ H_θ iz [19], ____ E_φ i - - - - H_θ iz naše teorije).

Kao što se može vidjeti sa slike (3.2.1.4(a)) dobijeno je potpuno slaganje rezultata. U slučaju konture veće električne dužine ($\frac{a}{\lambda} = 2$), slika (3.2.4(b)), vidi se da E_φ i H_θ imaju oblik stojećeg talasa sa opadajućim amplitudama. Rezultati se u velikoj mjeri podudaraju i za ovako veliku električnu dužinu kružne antene.

Na slici 3.2.1.5 data je ugaona zavisnost dijagrama zračenja za četiri različite električne dužine konture. Dobijeni dijagrami zračenja crtani su u dvije ravni, $\varphi = 0$ i $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

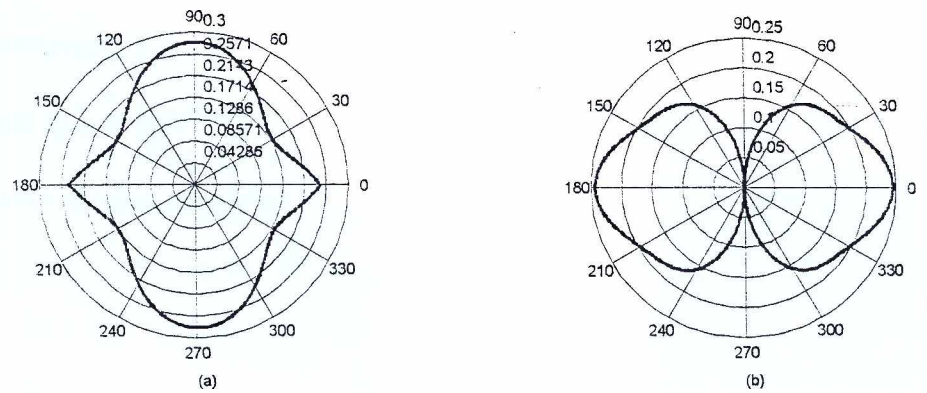




Slika 3.2.1.5 Ugaona zavisnost funkcije zračenja $\hat{F}_\varphi$ *(____ za* $\varphi = 0$ i --- za $\varphi = \frac{\pi}{3}$ *)*

Sa slike (3.2.1.5) uočava se da je ugaona zavisnost dijagrama zračenja kod kontura manjeg poluprečnika veoma izražena, dok kod kontura većeg poluprečnika ova zavisnost je praktično zanemarljiva.

Na osnovu numeričkih rezultata (slika 3.2.1.3) u slučaju kada $\alpha \to 0$ u zoni zračenja praktično postoje samo TE talasi. To znači da se sve komponente polja mogu naći uzimajući samo električni vektor potencijal F_r. Sistem (3.2.1.5) se pojednostavljuje, jer možemo uzeti sve $C_{nm} = 0$, takođe, i u izrazu za funkciju zračenja $\hat{F}_\varphi(\theta,\varphi)$ možemo staviti $\beta_{nm}^{(1)} = 0$. Ipak, za veće vrijednosti ugla α postoje i TE i TM talasi. Ovo je prikazano na slici (3.2.1.6), gdje su dati dijagrami zračenja za $\alpha = \frac{\pi}{6}$.



Slika 3.2.1.6 Dijagrami zračenja tanke kružne konture, $\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{a}{\lambda} = 0.25$

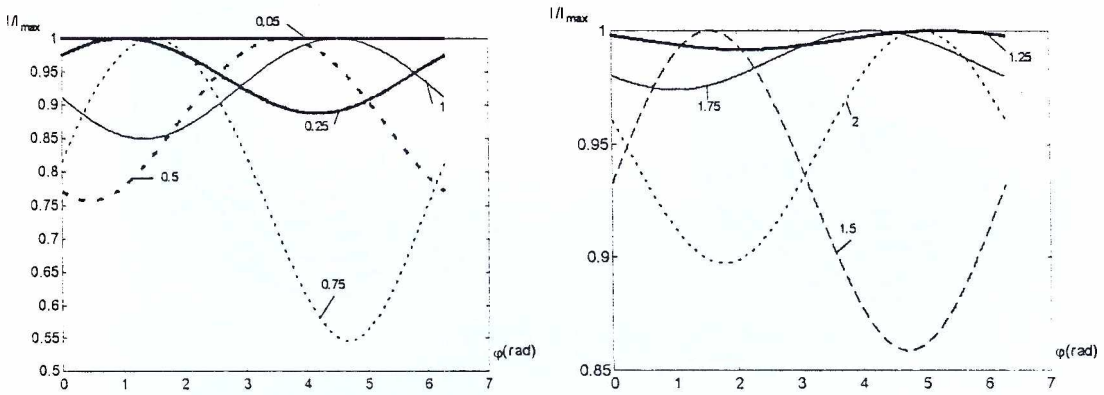
(a) $\hat{F}_\varphi(\theta, \varphi = 0^\circ)$; (b) $\hat{F}_\theta(\theta, \varphi = 0^\circ)$.

Opisanim numeričkim postupkom vrlo jednostavno nalazimo distribuciju struje duž kružne konture. Opšti izraz za gustinu struje je:

$$\vec{J}_S = \vec{n} \times \vec{H} \qquad (3.2.1.12)$$

U slučaju kružne konture date geometrije, prethodni izraz svodi se na:

$$J_\varphi = |H_r - H_\theta|$$

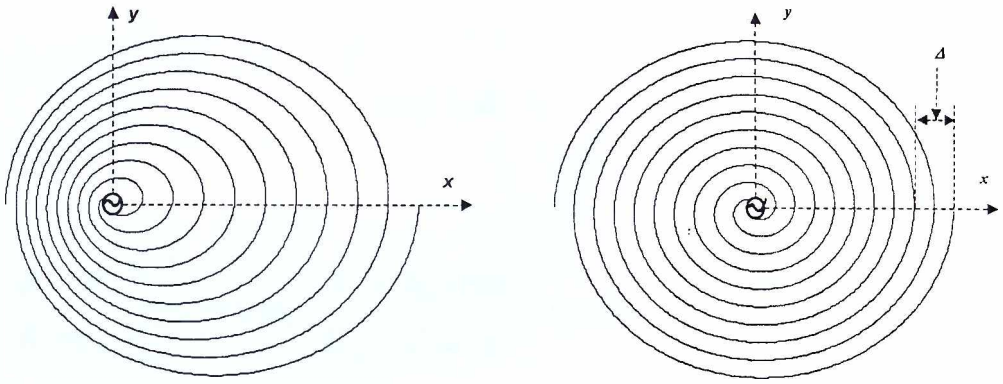


Slika 3.2.1.7 Normalizovana distribucija strujnog toka duž konture za različite električne dužine poluprečnika konture

Sa slike (3.2.1.7) vidimo da u slučaju veoma male kružne konture ($\frac{a}{\lambda} = 0.05$) strujni tok je uniformno raspređen duž konture. Takvu približno uniformnu raspodjelu struje ima i kontura relativno velikog poluprečnika ($\frac{a}{\lambda} = 1.25$). U svim ostalim slučajevima raspodjela struje duž konture je dosta složena funkcija.

3.2.2 ARHIMEDOVA SPIRALA

Neka je zadata antenska struktura (slika 3.2.2.1.) koja leži u ravni xoy ($\theta = \frac{\pi}{2}$). Antena se napaja izvorom prostoperiodičnog napona U.



Slika 3.2.2.1 Ekscentrična i simetrična Arhimedova spirala

Antenska struktura oblika Arhimedove spirale ima dva kraka čija geometrija je opisana sledećim jednačinama u sfernom koordinatnom sistemu:

$$r = a\varphi\sqrt{2K\cos\varphi + 1 + k^2} + b \qquad 0 \le \varphi \le 2m\pi \qquad \text{gornji krak}$$

$$r' = a(\phi - \pi)\sqrt{-2K\cos\phi + 1 + k^2} + b \qquad \pi \le \phi \le (2m+1)\pi \qquad \text{donji krak} \tag{3.2.2.1}$$

gdje je $a = \frac{\Delta}{2\pi}$ konstanta spirale, b je koordinata početne tačke, k je ekscentričnost spirale. Za $k = 0$ imamo simetričnu Arhimedovu spiralu:

$$r = a\varphi + b \tag{3.2.2.2}$$

$$r' = a(\phi - \pi) + b$$

U najopštijem slučaju polje zračenja, bilo u bliskoj ili dalekoj zoni, ne pripada niti TE ni TM talasu. Da bi našli komponente polja zračenja uvešćemo oba vektorska potencijala, tj magnetni i električni vektor potencijal date izrazom (2.3.1) . Takođe i sve komponente polja date su izrazom (2.2.12).

Granični uslov jeste anuliranje tangencijalnih komponenti električnog polja na metalnoj površini krakova antene. U ovom slučaju tangencijalne komponente na površini krakova antene imaju E_φ i E_r komponentu električnog polja . Granični uslovi za gornji i donji krak antene dati su sledećim izrazima:

$$\left.\begin{aligned} E_{\varphi_t} + E_{r_t} &= E_i \quad za \quad 0 \le r \le b \\ E_{\varphi_t} + E_{r_t} &= 0 \quad za \quad r \ge b \end{aligned}\right\} \text{gornji krak} \tag{3.2.2.3a}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{\varphi_t} + E_{r_t} &= -E_i \quad za \quad 0 \le r' \le b \\ E_{\varphi_t} + E_{r_t} &= 0 \quad za \quad r' \ge b \end{aligned}\right\} \text{donji krak} \tag{3.2.2.3b}$$

gdje su:

$$\left.\begin{aligned} E_{\varphi_t} &= E_\varphi \cos\alpha \\ E_{r_t} &= E_r \sin\alpha \end{aligned}\right\} \text{gornji krak}, \quad \left.\begin{aligned} E_{\varphi_t} &= E_\varphi \cos\alpha' \\ E_{r_t} &= E_r \sin\alpha' \end{aligned}\right\} \text{donji krak}$$

Ugao koji zaklapa tangenta u svakoj tački krive sa komponentama polja je:

$$\alpha = arctg\frac{dr}{rd\varphi} \quad , \quad \alpha' = arctg\frac{dr'}{r'd\phi}$$

Stavljajući u granični uslov (3.2.2.3a,b) izraz za komponente električnog polja (2.2.12), granični uslov se može pisati u sledećem obliku:

za gornji krak

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm}f_{nm}^{(1)}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right) + D_{nm}f_{nm}^{(2)}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right)\right) = \begin{cases} E_i & za \quad 0 \le r \le b \\ 0 & za \quad r \ge b \end{cases} \tag{3.2.2.4a}$$

gdje su bazne funkcije:

$$f_{nm}^{(1)}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right) = \left(\frac{n(n+1)}{yr^2}B_n(kr)\sin\alpha + \frac{jm}{yr}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\cos\alpha\right)P_n^m(\cos\theta)e^{jm\varphi}$$

$$f_{nm}^{(2)}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right) = \frac{B_n(kr)}{r}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}\bigg|_{\theta=\frac{\pi}{2}}\cos\alpha\ e^{jm\varphi}$$

za donji krak

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm}f_{nm}^{'(1)}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right) + D_{nm}f_{nm}^{'(2)}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)\right) = \begin{cases} -E_i & za \quad 0 \le r' \le b \\ 0 & za \quad r' \ge b \end{cases} \tag{3.2.2.4b}$$

gdje su bazne funkcije:

$$f'^{(1)}_{nm}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)=\left(\frac{n(n+1)}{yr'^{2}}B_n(kr')\sin\alpha'+\frac{jm}{yr'}\frac{\partial B_n(kr')}{\partial r'}\cos\alpha'\right)P_n^m(\cos\theta)e^{jm\phi}$$

$$f'^{(2)}_{nm}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)=\frac{B_n(kr')}{r'}\left.\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}}\cos\alpha'\ e^{jm\phi}$$

Sisteme (3.2.2.4a,b) radi jednostavnosti ćemo tranformisati u sledeće izraze:

za gornji krak

$$\sum_n\sum_m S_{nm}F_{nm}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right)=\begin{cases}E_i & za\quad 0\le r\le b\\ 0 & za\quad r\ge b\end{cases}\tag{3.2.2.5a}$$

gdje su:

$$\left.\begin{aligned}&F_{nm}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right)=f^{(1)}_{nm}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right)\\&S_{nm}=C_{nm}\end{aligned}\right\}za\ n=1,2....N\ i\ m=0,.....,n$$

i

$$\left.\begin{aligned}&F_{nm}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right)=f^{(2)}_{n-N,m}\left(r,\frac{\pi}{2},\varphi\right)\\&S_{nm}=D_{n-N,m}\end{aligned}\right\}\ za\quad n=N+1,.....2N\ i\ m=0,...,n-N$$

za donji krak

$$\sum_n\sum_m S_{nm}F'_{nm}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)=\begin{cases}-E_i & za\quad 0\le r'\le b\\ 0 & za\quad r'\ge b\end{cases}\tag{3.2.2.5b}$$

gdje su:

$$\left.\begin{aligned}&F'_{nm}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)=f'^{(1)}_{nm}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)\\&S_{nm}=C_{nm}\end{aligned}\right\}\ za\quad n=1,2....N\ i\ m=0,.....,n$$

i

$$\left.\begin{aligned}&F'_{nm}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)=f'^{(2)}_{n-N,m}\left(r',\frac{\pi}{2},\phi\right)\\&S_{nm}=D_{n-N,m}\end{aligned}\right\}\ za\quad n=N+1,.....2N\ i\ m=0,...,n-N$$

Postupkom opisanim u prethodnim glavama i ovdje dobijamo sistem algebarskih jednačina po nepoznatim koeficijentima razvoja S_{nm}:

$$\sum_n \sum_m S_{nm} a_{nm,n'm'} = b_{n'm'} \tag{3.2.2.6}$$

gdje su:

$$a_{nm,n'm'} = \int_{gornjikrak} F_{nm} F^*_{n'm'} dl + \int_{donjikrak} F'_{nm} F'^*_{n'm'} dl'$$

$$b_{n'm'} = E_i \left(\int_0^b F^*_{n'm'} dl - \int_0^b F'^*_{n'm'} dl' \right)$$

Elementi dužine gornjeg i donjeg kraka su $dl = \sqrt{(rd\varphi)^2 + dr^2}$ i $dl' = \sqrt{(r' d\phi)^2 + dr'^2}$.

Kao što je opisano u glavi (2.3) u oblasti koja obuhvata tačke $r \to 0$, gdje zadovoljavamo granični uslov $B_n(kr)$ su Besselove funkcije prve vrste. U udaljenim tačkama potencijal, odnosno komponente polja izražavamo preko Henkelovih funkcija, kako bi bili zadovoljeni uslovi zračenja u dalekoj zoni. Tako su sada potencijali polja dati izrazom (2.3.7) gdje su $\beta^{(1)}_{nm}$, $\beta^{(2)}_{nm}$ nepoznati koeficijenti razvoja koje ćemo dobiti iz uslova jednakosti izraza (2.3.1) i (2.3.7) na sferi poluprečnika $R = \max(r)$:

$$\beta^{(1)}_{nm} = C_{nm} \frac{B_n(kR)}{H_n(kR)} \tag{3.2.2.7}$$

$$\beta^{(2)}_{nm} = D_{nm} \frac{B_n(kR)}{H_n(kR)}$$

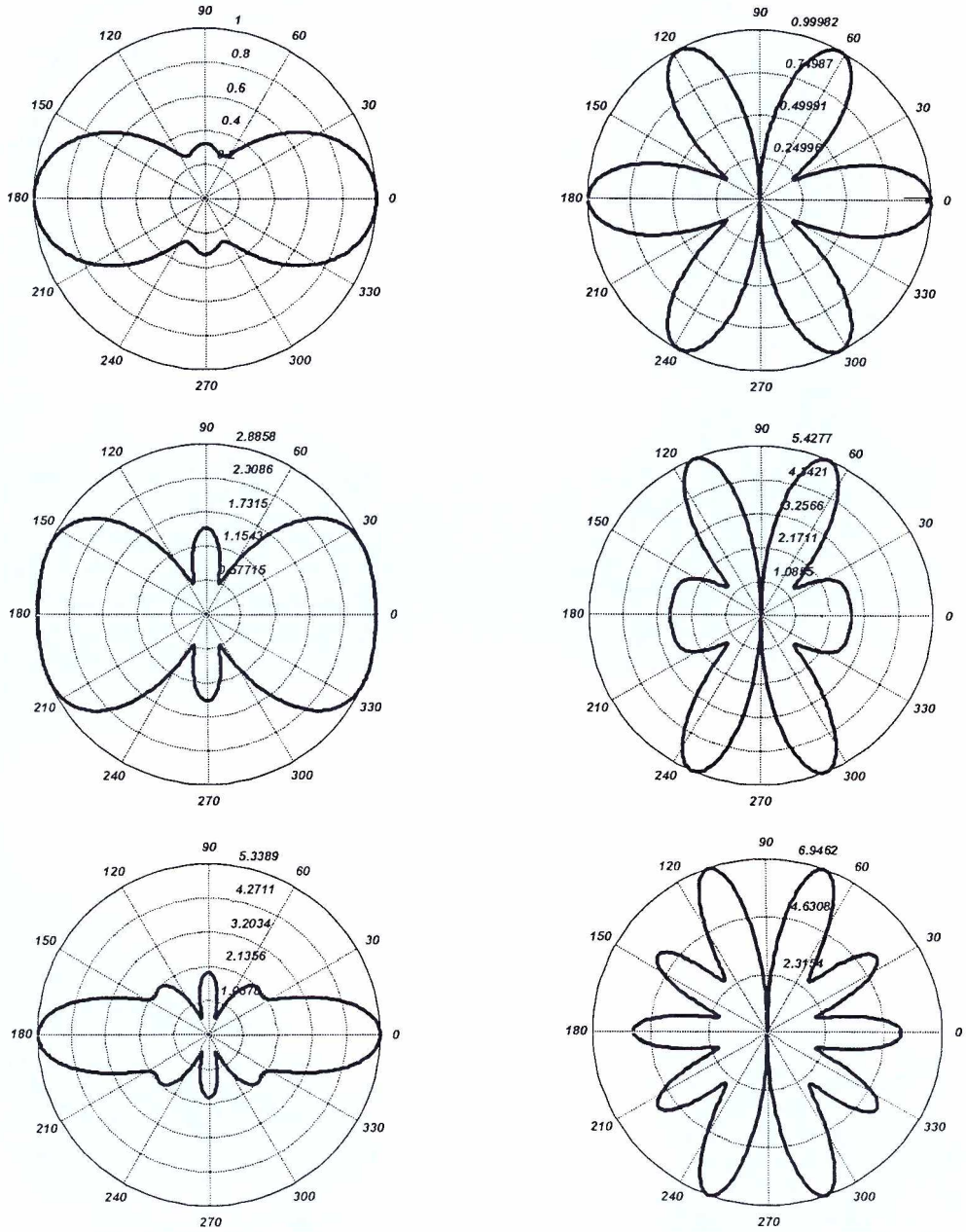
U zoni zračenja $(r \to \infty)$ kada sve Henkelove funkcije postaju $j^{(n-1)} e^{-jkr}$, komponenta polja $E_r \to 0$. Sada u zoni zračenja imamo komponente električnog polja date izrazom (3.2.1.10).

Karakteristična funkcija zračenja ima dvije komponente:

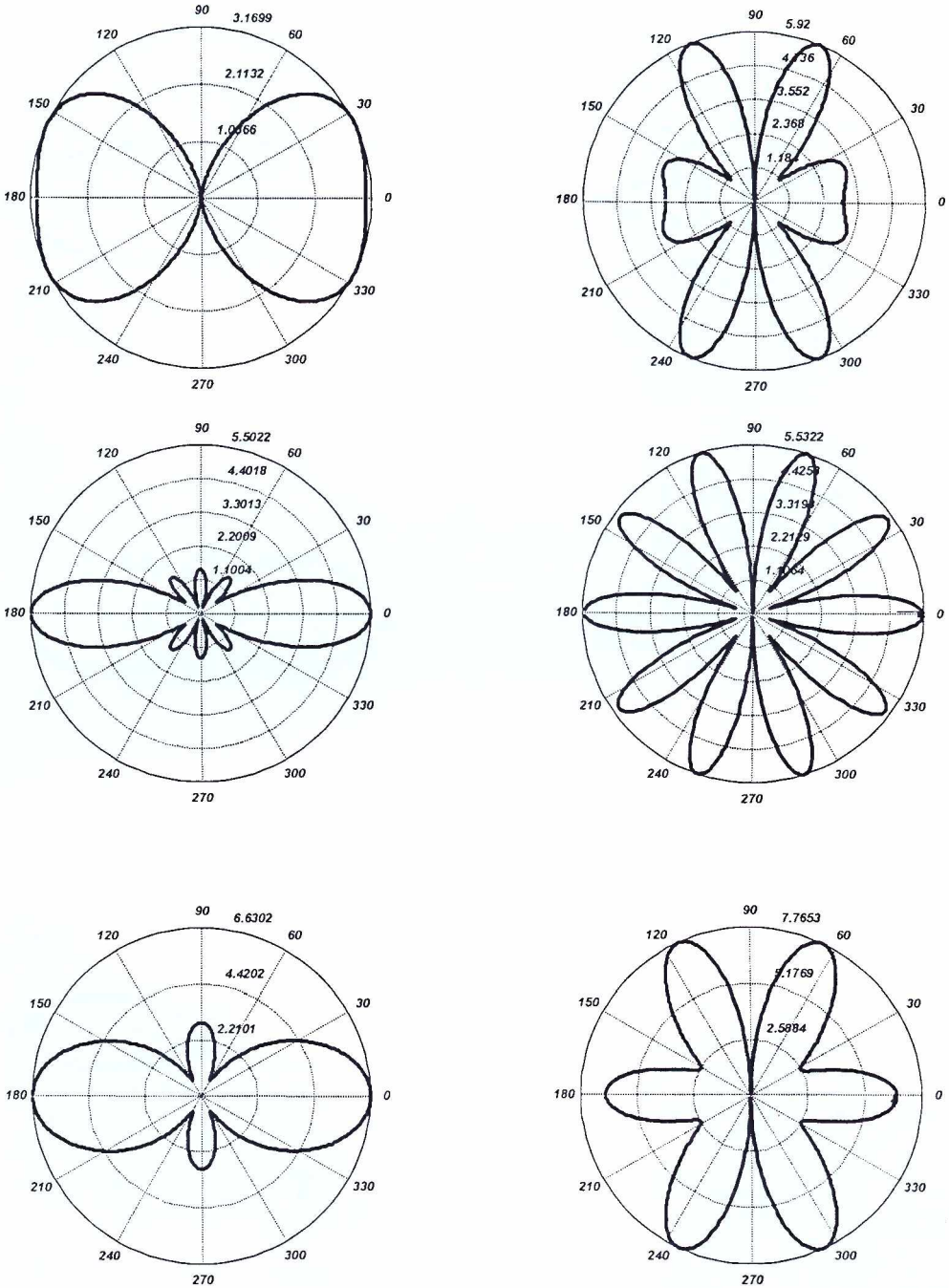
$$\hat{F}_\varphi(\theta,\varphi) = \left| \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} j^{n+1} e^{jm\varphi} \left(\frac{km}{y \sin\theta} \beta^{(1)}_{nm} P^m_n(\cos\theta) + \beta^{(2)}_{nm} \frac{\partial P^m_n(\cos\theta)}{\partial\theta} \right) \right|$$

$$\hat{F}_\theta(\theta,\varphi) = \left| \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} j^{n+1} e^{jm\varphi} \left(\frac{jk}{y} \beta^{(1)}_{nm} \frac{\partial P^m_n(\cos\theta)}{\partial\theta} - \frac{jm}{\sin\theta} \beta^{(2)}_{nm} P^m_n(\cos\theta) \right) \right| \tag{3.2.2.8}$$

Opisanim numeričkim postupkom analizirane su antene oblika simetrične i ekscentrične Arhimedove spirale. Na slici (3.2.2.2) dati su dijagrami zračenja simetrične Arhimedove spirale za osam različitih konstanti spirale.

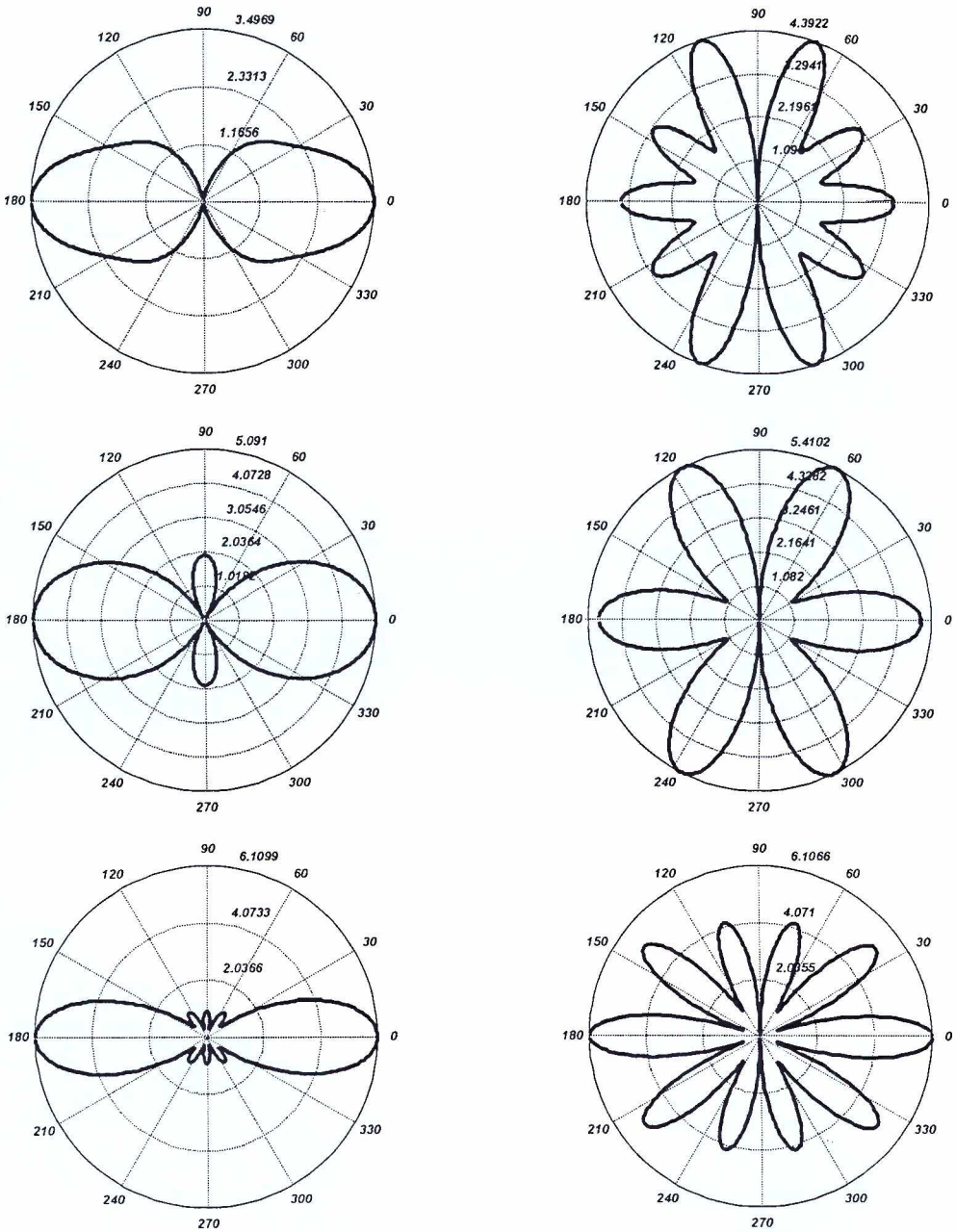


(a) Za $\Delta = 0.25\lambda$ *, električna dužina kraka je određena promjenom ugla: prva vrsta* $0 \le \varphi \le 2\pi$ *, druga vrsta* $0 \le \varphi \le 4\pi$ *, treća vrsta* $0 \le \varphi \le 6\pi$



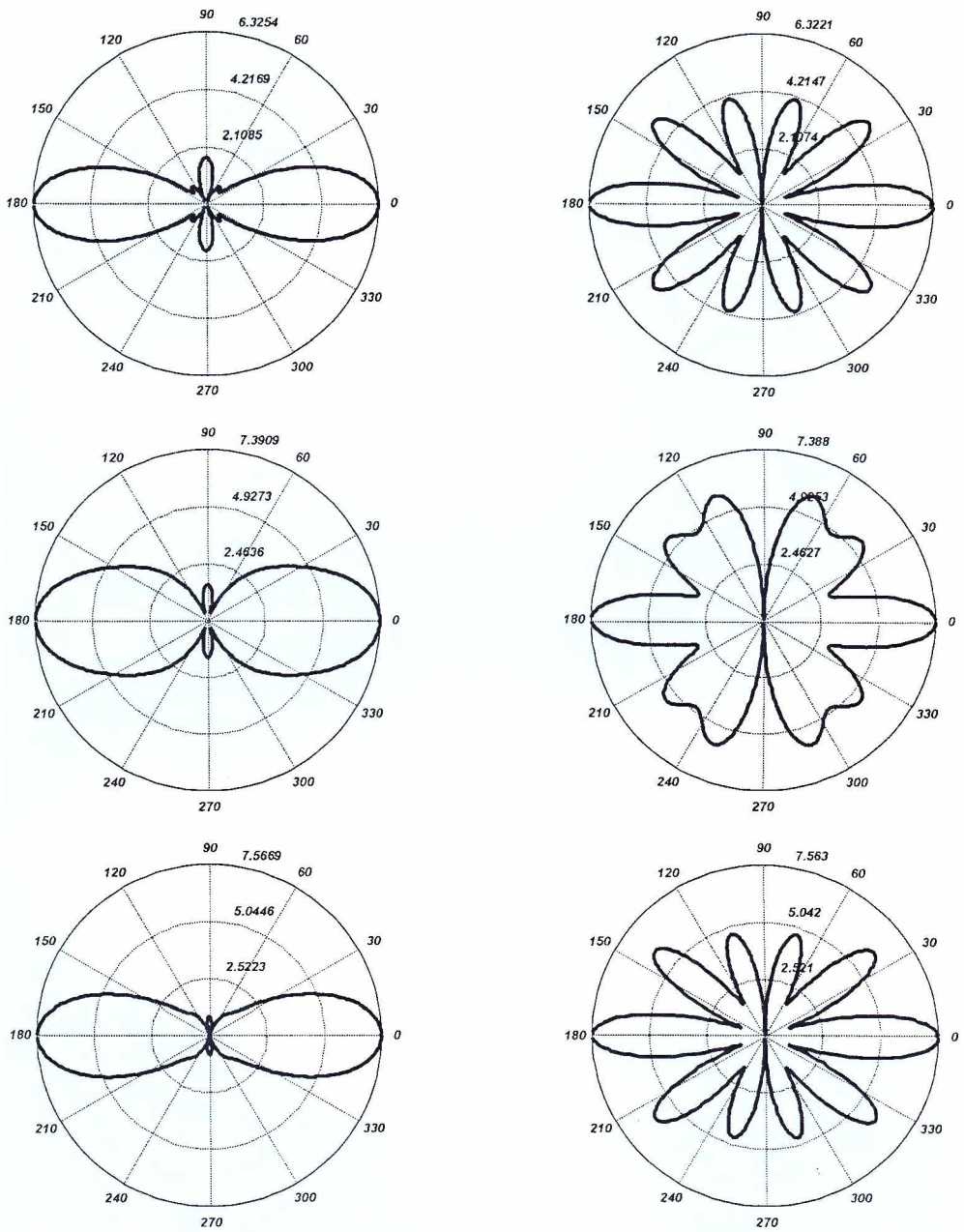
(b) Za $\Delta = 0.5\lambda$ *, električna dužina kraka je određena promjenom ugla:*

prva vrsta $0 \le \varphi \le 2\pi$ *, druga vrsta* $0 \le \varphi \le 4\pi$ *, treća vrsta* $0 \le \varphi \le 6\pi$

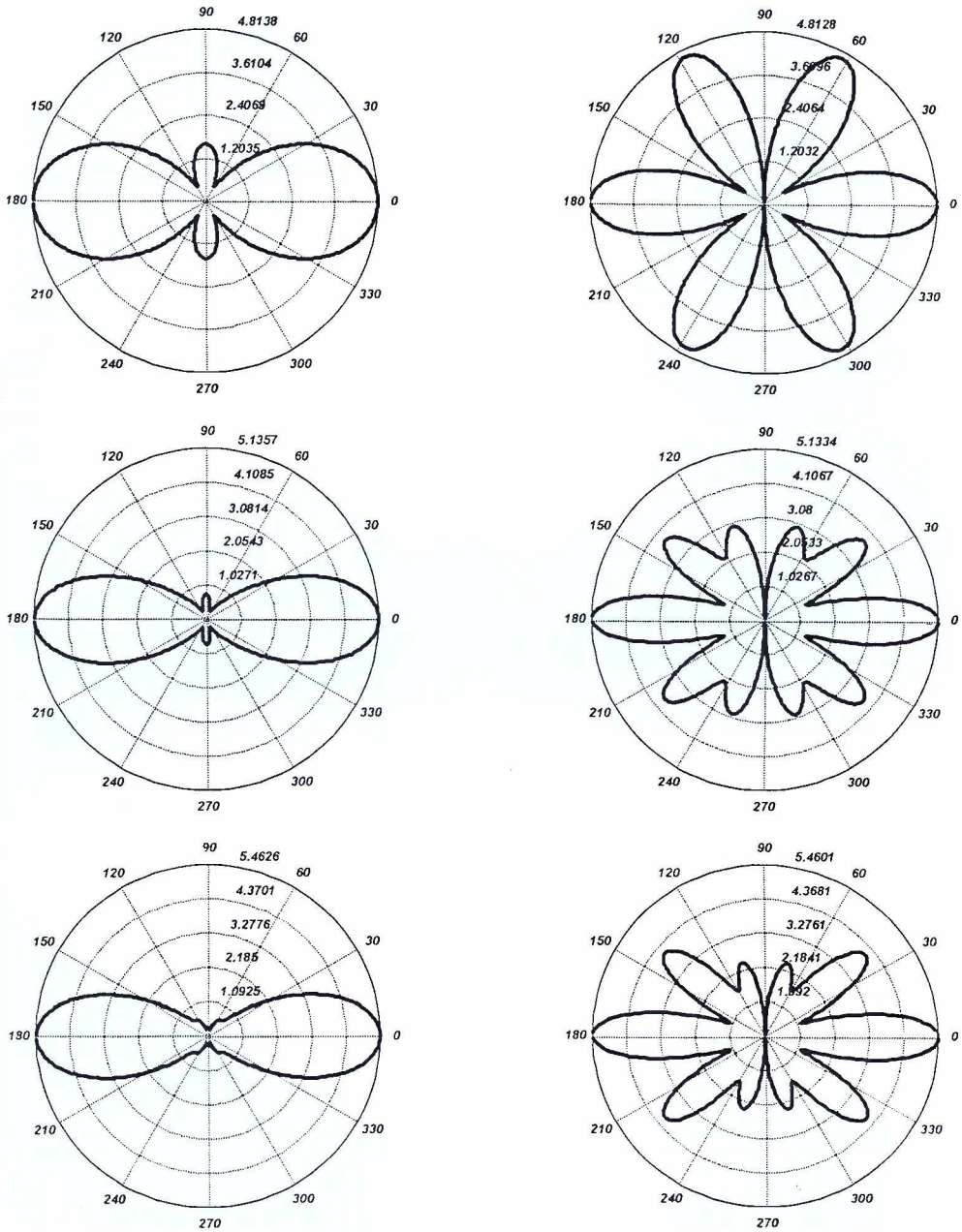


(c) Za $\Delta = 0.75\lambda$ *, električna dužina kraka je određena promjenom ugla:*

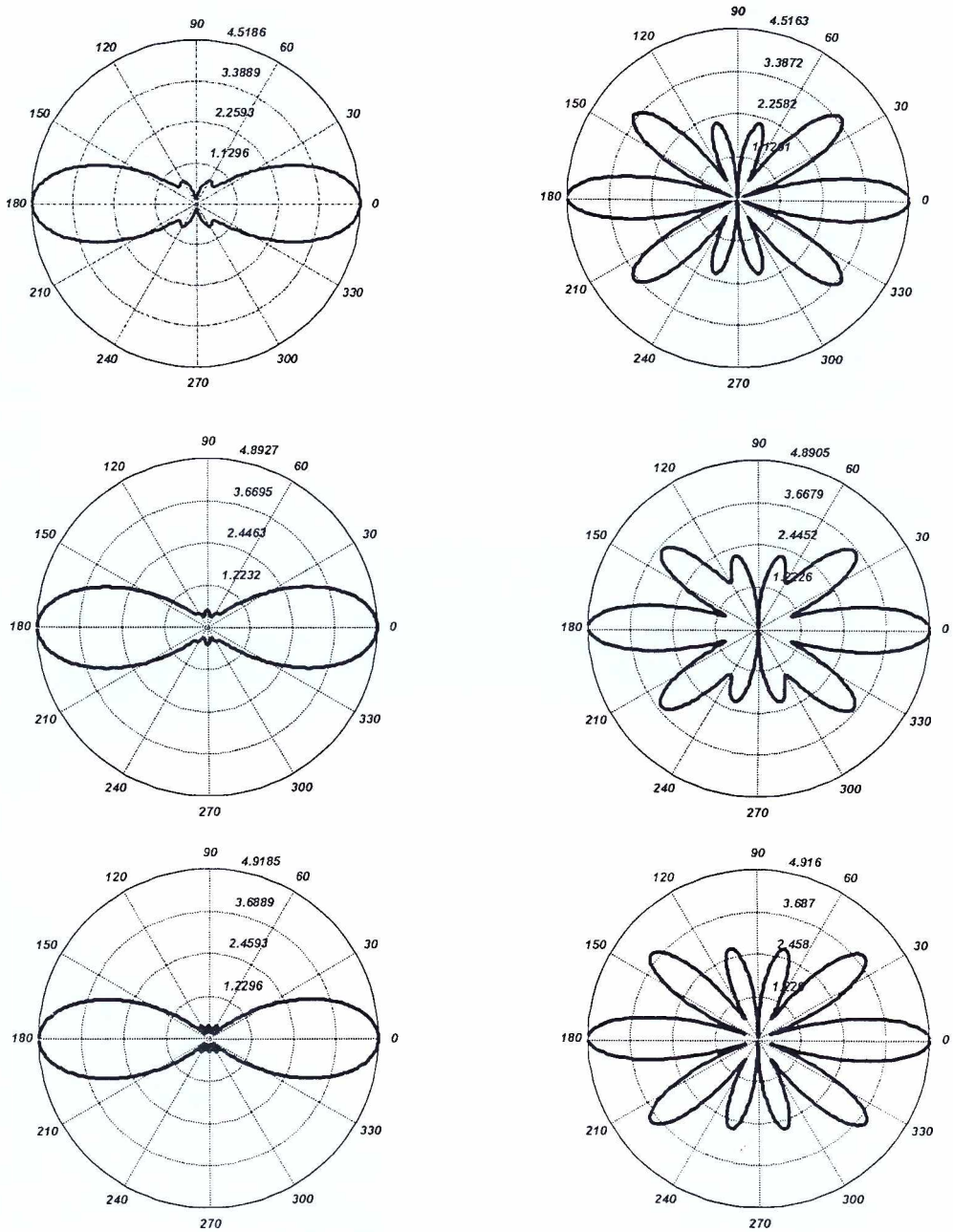
prva vrsta $0 \le \varphi \le 2\pi$ *, druga vrsta* $0 \le \varphi \le 4\pi$ *, treća vrsta* $0 \le \varphi \le 6\pi$



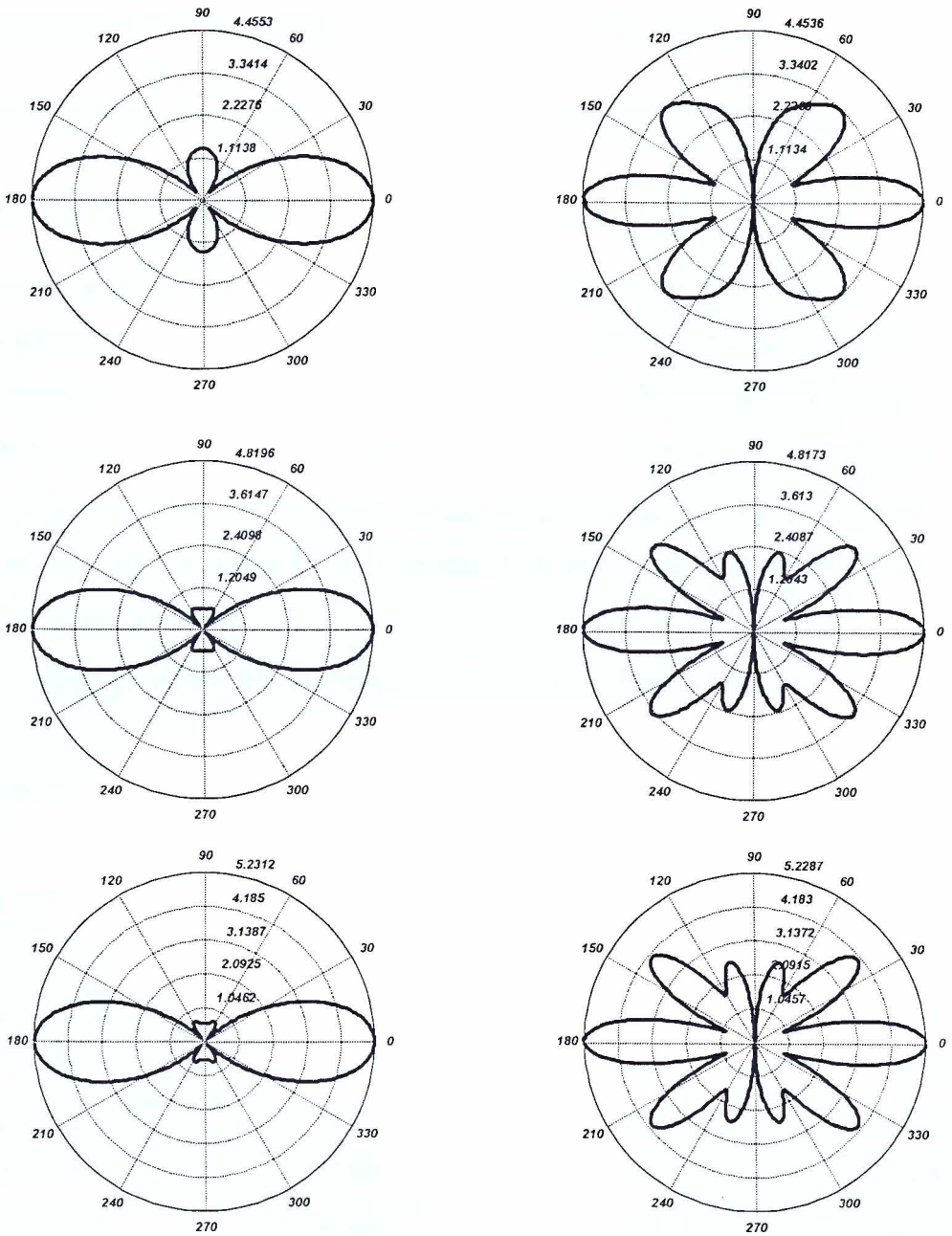
(e) Za $\Delta = 1.25\lambda$ *, električna dužina kraka je određena promjenom ugla: prva vrsta* $0 \le \varphi \le 2\pi$ *, druga vrsta* $0 \le \varphi \le 4\pi$ *, treća vrsta* $0 \le \varphi \le 6\pi$



(f) Za $\Delta = 1.5\lambda$ *, električna dužina kraka je određena promjenom ugla: prva vrsta* $0 \le \varphi \le 2\pi$ *, druga vrsta* $0 \le \varphi \le 4\pi$ *, treća vrsta* $0 \le \varphi \le 6\pi$



(g) Za $\Delta = 1.75\lambda$ *, električna dužina kraka je određena promjenom ugla: prva vrsta* $0 \le \varphi \le 2\pi$ *, druga vrsta* $0 \le \varphi \le 4\pi$ *, treća vrsta* $0 \le \varphi \le 6\pi$



(h) Za $\Delta = 2\lambda$, električna dužina kraka je određena promjenom ugla:

prva vrsta $0 \le \varphi \le 2\pi$, druga vrsta $0 \le \varphi \le 4\pi$, treća vrsta $0 \le \varphi \le 6\pi$

Slika 3.2.2.2 Dijagrami zračenja simetrične Arhimedove spirale

lijeva kolona E_φ komponenta, desna kolona E_θ komponenta električnog polja

U lijevoj koloni su dijagrami zračenja φ komponente električnog polja,a u desnoj koloni su dijagrami zračenja θ komponente električnog polja. Faze komponenti električnog polja E_φ i E_θ u pravcima $\theta = 0$ i $\theta = \pi$, gdje su im inteziteti zračenja jednaki, razlikuju se za $\pm\frac{\pi}{2}$, što znači da u tim pravcima imamo kružno polarizovan talas. U pravcu $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$ imamo linijski polarizovan talas, a u ostalom prostoru eliptično polarizovan talas. Sve vrijednosti zračenja normalizovane su u odnosu na prvi slučaj, tj. za $\Delta = 0.25\lambda$ i dužinom kraka određenom uglom koji se mijenja u granicama od $0 \le \varphi \le 2\pi$. Sa slike (3.2.2.2) se uočava da funkcija zračenja φ komponente električnog polja ima skoro u svim slučajevima ravnije oblike sa malim, u nekim slučajevima čak zanemarljivim bočnim lepezama, što nije slučaj kod funkcije zračenja θ komponente električnog polja, gdje su bočne lepeze veoma izražene. Svi dijagrami zračenja su crtani u ravni $\varphi = 0^o$.

U tabeli (3.2.2.1) data su maksimalna pojačanja slučajeva sa slike (3.2.2.2).

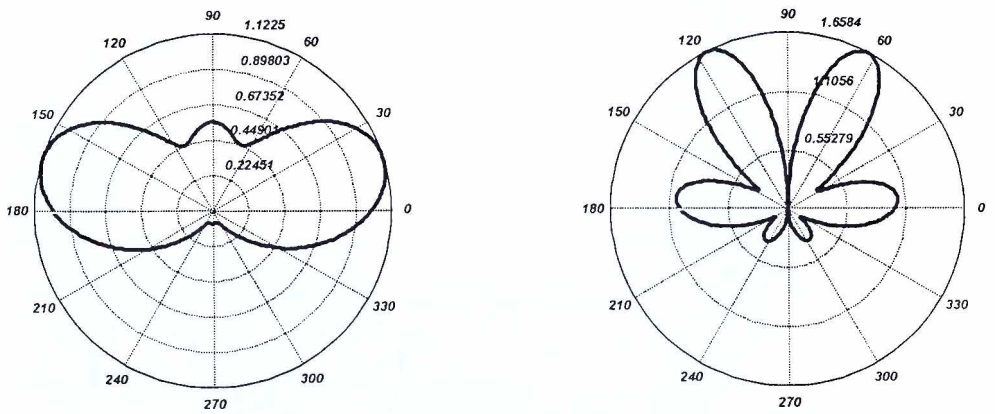
Tabela 3.2.2.1

za k=0	dužina kraka $(0 \le \varphi \le 2\pi)$	dužina kraka $(0 \le \varphi \le 4\pi)$	dužina kraka $(0 \le \varphi \le 6\pi)$
$\Delta = 0.25\lambda$	4.05 dB	3.14 dB	3.81dB
$\Delta = 0.5\lambda$	3.99dB	5.84dB	3.88dB
$\Delta = 0.75\lambda$	4.26dB	4.56dB	7.49dB
$\Delta = 1\lambda$	6.18dB	5.90dB	5.7dB
$\Delta = 1.25\lambda$	7.72dB	6.02dB	7.27dB
$\Delta = 1.5\lambda$	4.63dB	7.10dB	7.86dB
$\Delta = 1.75\lambda$	7.37dB	8.08dB	7.73dB
$\Delta = 2\lambda$	6.45dB	7.13dB	7.17dB

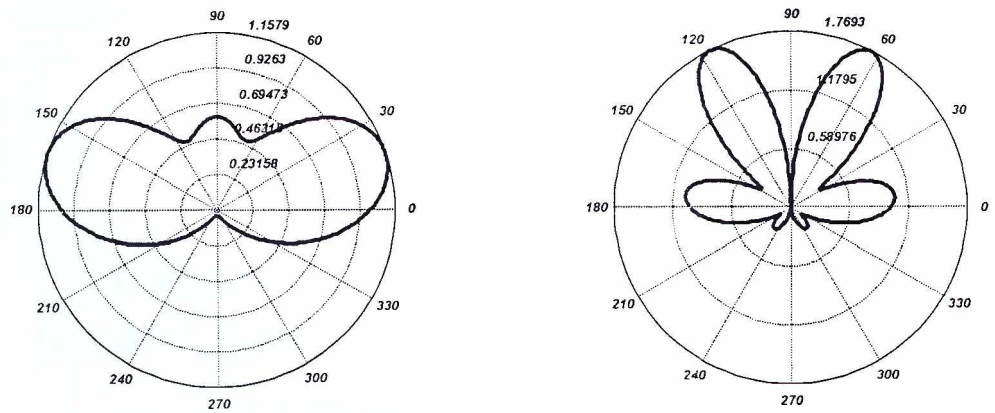
Iz tabele (3.2.2.1) vidimo da se pojačanje u svim analiziranim slučajevima kreće u granicama od 3 do 8 dB. Takođe, može se uočiti da pri nepromijenjenoj konstanti spirale, promjena električne dužine kraka antene donosi promjenu maksimalnog pojačanja u rasponu od oko $\pm 1dB$, dok, pri nepromijenjenoj električnoj dužini kraka antene, promjena konstante spirale donosi promjenu maksimalnog pojačanja u rasponu od oko $\pm 2.5dB$. Na osnovu ovoga

možemo zaključiti da na pojačanje antene više utiče konstanta spirale nego električna dužina kraka antene.

Na slikama 3.2.2.3 i 4 dati su dijagrami zračenja ekscentrične Arhimedove spirale, za dvije različite konstante spirale i dva različita ekscentriciteta. Dijagrami zračenja su normalizovani u odnosu na slučajeve simetrične spirale iste geometrije.



(a)

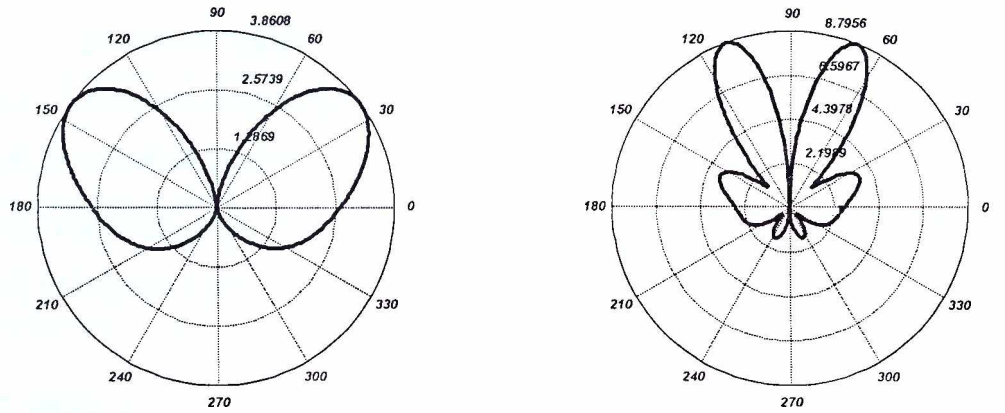


(b)

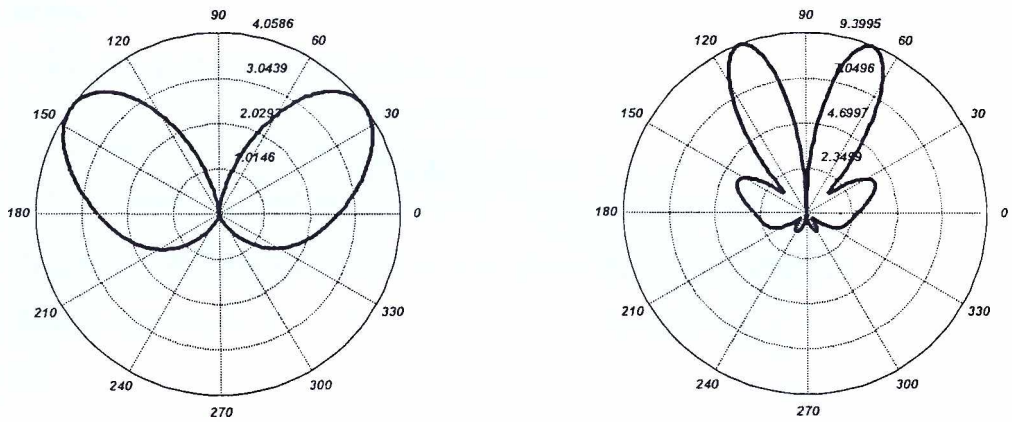
Slika 3.2.2.3 Dijagrami zračenja ekscentrične Arhimedove spirale

lijeva kolona E_φ komponenta, desna kolona E_θ komponenta električnog polja

$(\Delta = 0.25\lambda,\ (a)\ k = 0.4,\ (b)\ k = 0.8)$



(a)



(b)

Slika 3.2.2.4 Dijagrami zračenja ekscentrične Arhimedove spirale

lijeva kolona E_φ komponenta, desna kolona E_θ komponenta električnog polja

$(\Delta = 0.5\lambda,\ (a)\ k = 0.4,\ (b)\ k = 0.8)$

Sa slika se primjećuje očekivano pomjeranje maksimuma zračenja , utoliko veće ukoliko je ekscentričnost veća.Takođe, uočava se povećanje inteziteta zračenja sa povećanjem ekscentričnosti spirale.

U tabeli (3.2.2.2) data su maksimalna pojačanja za različite ekscentricitete spirale:

Tabela 3.2.2.2

geometrija spirale	$k = 0$	$k = 0.4$	$k = 0.8$
$\Delta = 0.25\lambda$, električna dužina kraka određena uglom koji se mijenja u granicama $0 \le \varphi \le 2\pi$	4.05 dB	5.22 dB	6.84 dB
$\Delta = 0.5\lambda$, električna dužina kraka određena uglom koji se mijenja u granicama $0 \le \varphi \le 2\pi$	3.99 dB	5.34 dB	7.18 dB

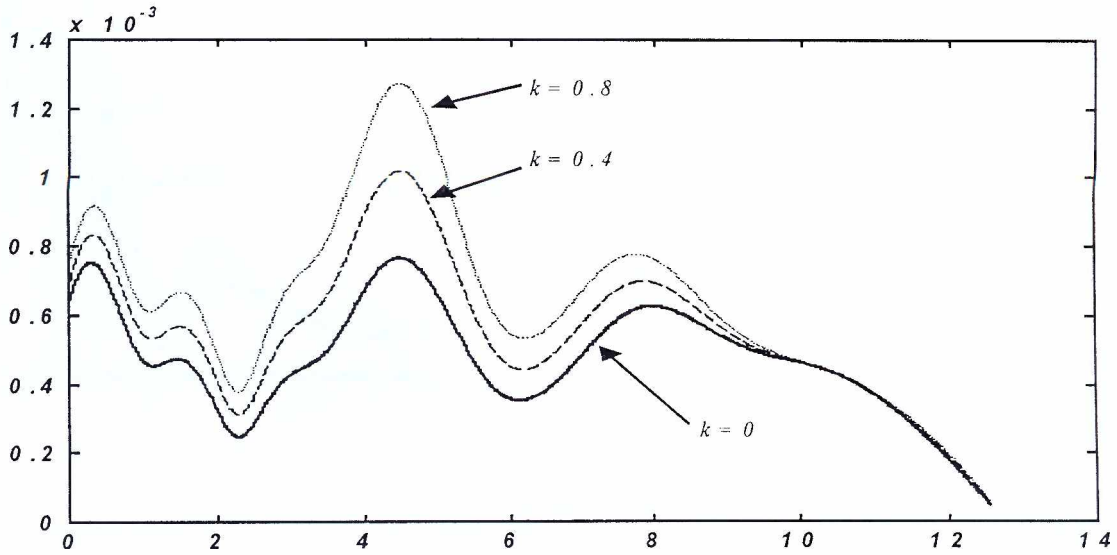
Iz tabele (3.2.2.2) vidimo da sa povećanjem ekscentričnosti pojačanje u pravcu maksimalnog zračenja raste.

Opisanim numeričkim postupkom veoma je jednostavno nalaženje raspodjele struje duž krakova antene. Naime, na osnovu izraza (3.2.1.12) za gustinu struje u ovom slučaju imamo:

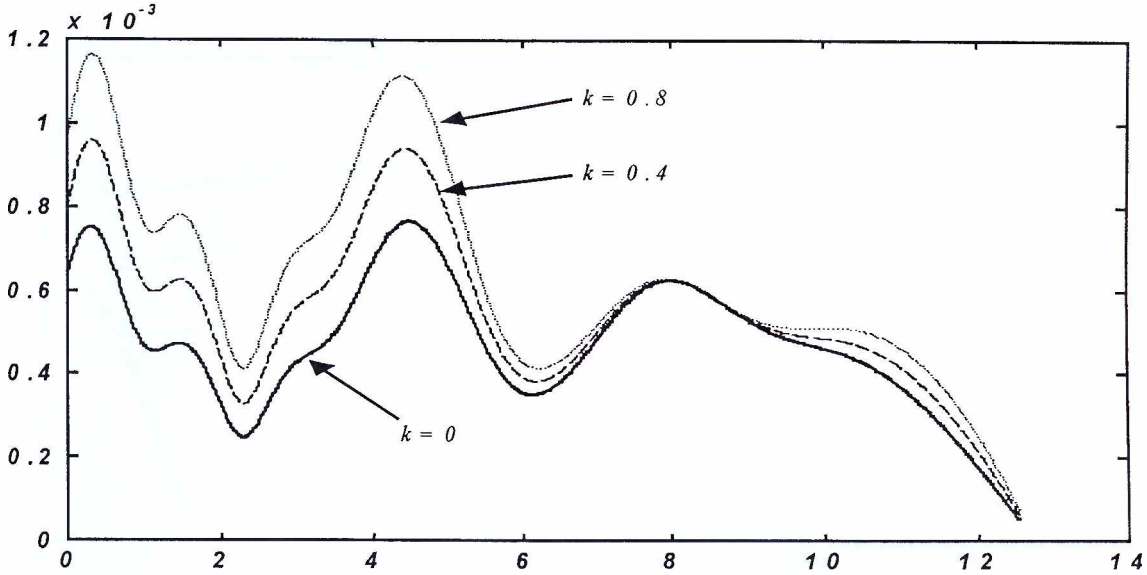
$$J = \left(H_\theta \sin\alpha, H_r \sin\alpha - H_\varphi \cos\alpha, H_\theta \cos\alpha\right)$$

$$\left.\begin{aligned} J_{rt} &= J_r \sin\alpha = H_\theta \sin^2\alpha \\ J_{\varphi t} &= J_\varphi \cos\alpha = H_\theta \cos^2\alpha \end{aligned}\right\} J_t = H_\theta$$

Na slici (3.2.2.5a i b) date su opisanim postupkom dobijene raspodjele struje duž krakova antene u slučaju simetrične i ekscentrične Arhimedove spirale.



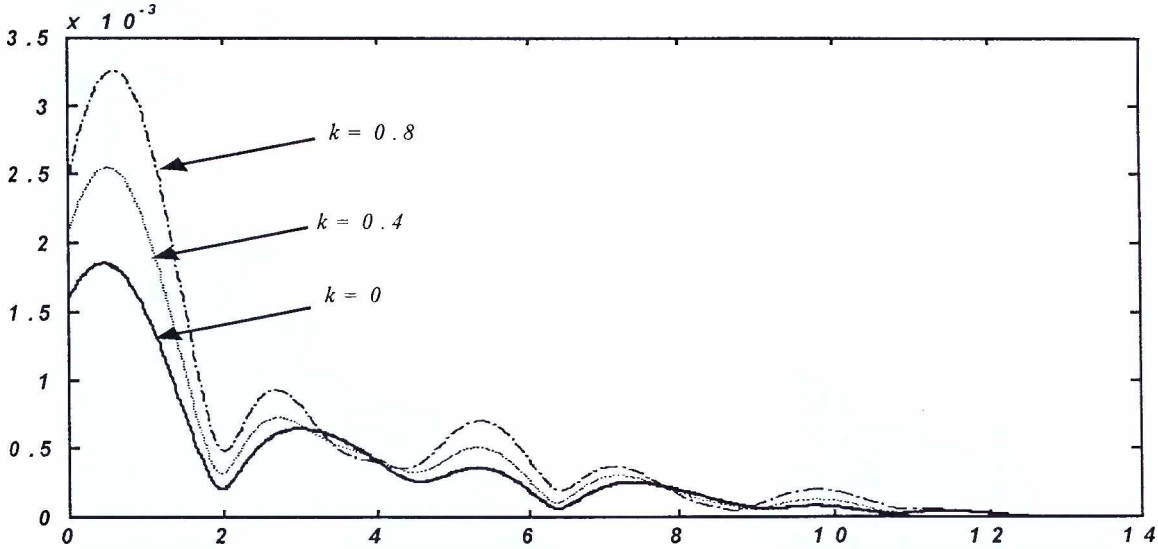
(a)



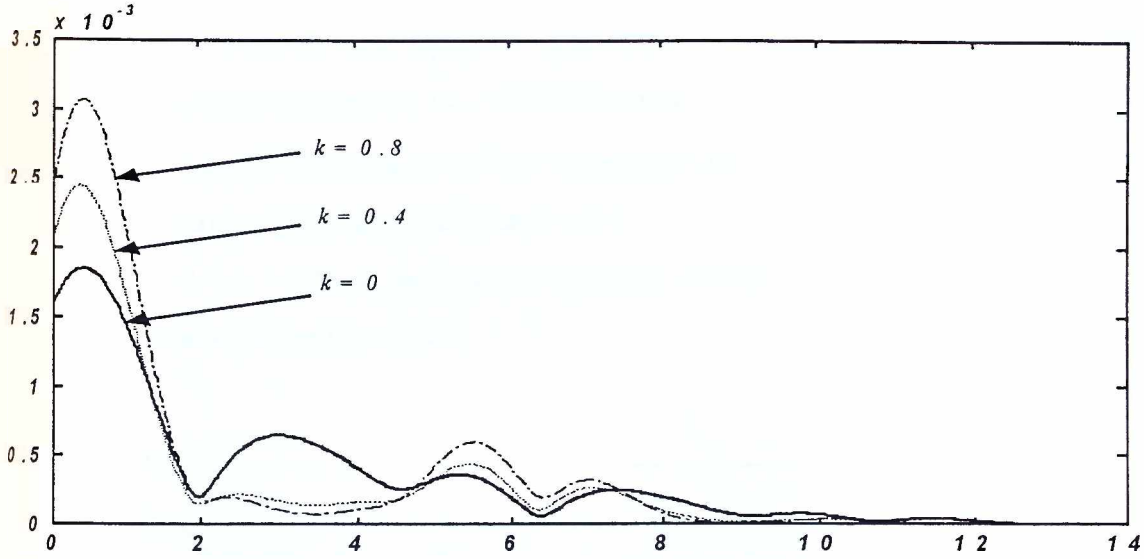
(b)

Slika 3.2.2.5a Raspodjela struje duž (a) gornjeg i (b) donjeg kraka antene

($\Delta = 0.25\lambda$, električna dužina kraka spirale određena uglom $0 \le \varphi \le 4\pi$)



(a)

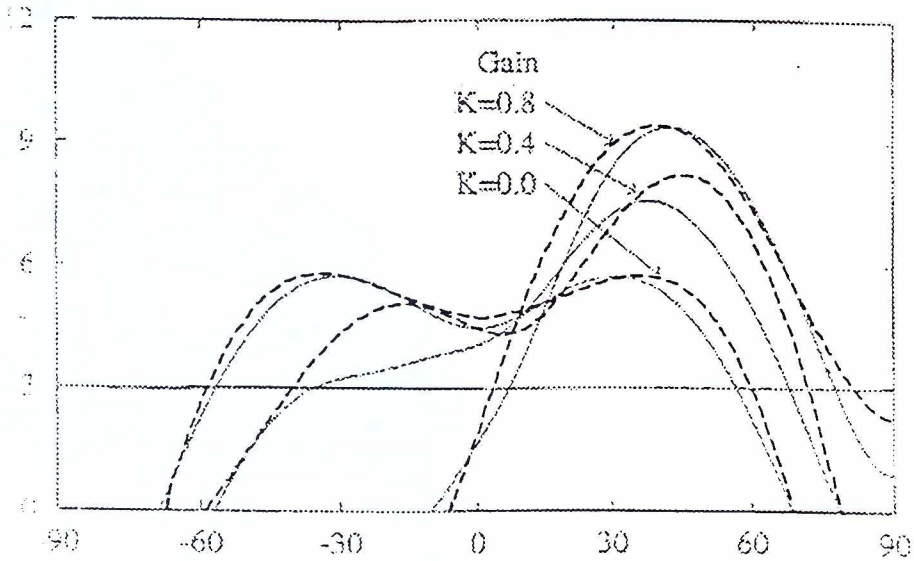


(b)

Slika 3.2.2.5b Raspodjela struje duž (a) gornjeg i (b) donjeg kraka antene

($\Delta = 1.25\lambda$, električna dužina kraka spirale određena uglom $0 \le \varphi \le 4\pi$)

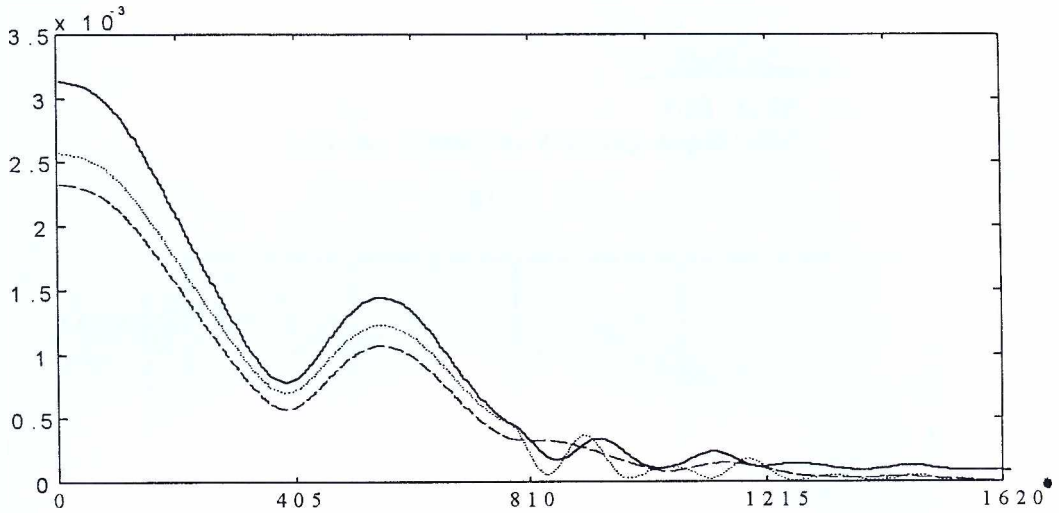
Na slici (3.2.2.6) dati su rezultati dobijeni opisanim postupkom, upoređeni sa rezultatima dobijenim teorijom izloženom u [20].



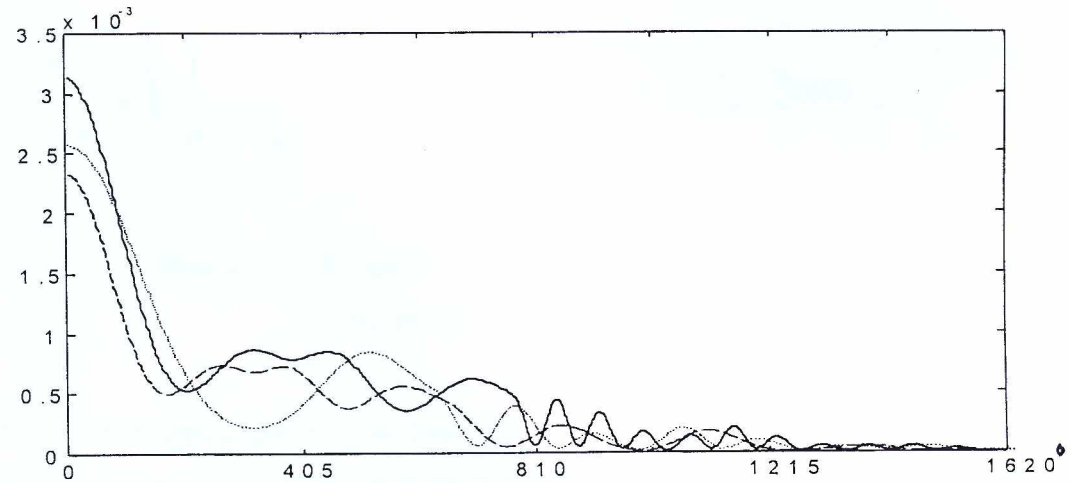
Slika 3.2.2.6 Uporedni grafik pojačanja

Na slici 3.2.2.6 su dati dijagrami pojačanja simetrične i ekscentrične Arhimedove spirale tačno određene geometrije $\left(a = 0.00144 m/rad,\ 90^o \le \varphi \le 1620^o\right)$. Sa slike se uočava veoma dobro slaganje rezultata u slučaju simetrične spirale. Najveće odstupanje rezultata uočava se kod spirale čiji je eskscentricitet $k = 0.4$.

Na slici 3.2.2.7 data je, postupkom opisanim u ovom radu, dobijena raspodjela struje duž krakova antene geometrije iz [20].



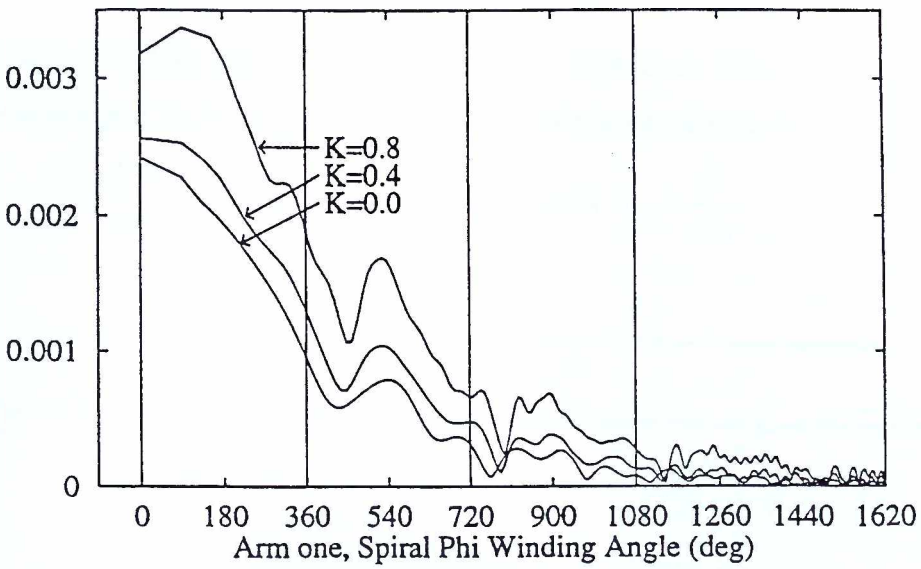
(a)



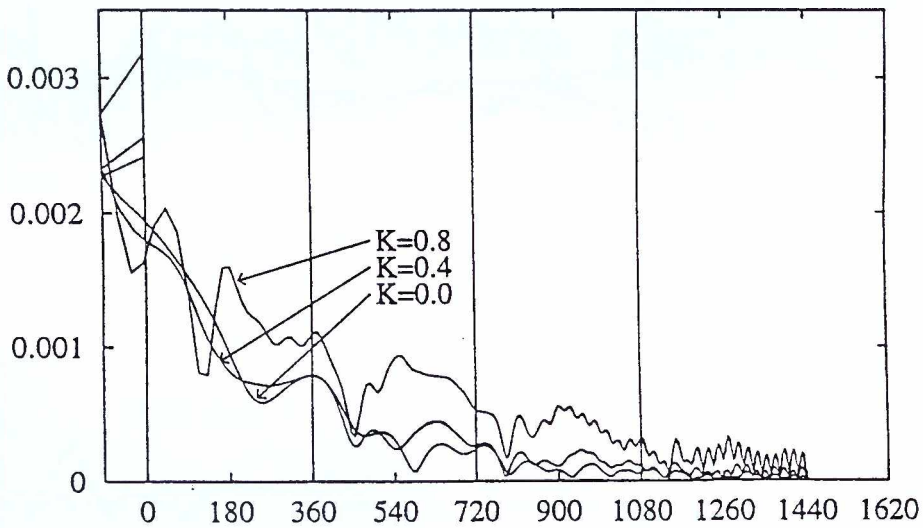
(b)

Slika 3.2.2.7 Raspodjela struje duž krakova antene,(a) gornji krak, (b) donji krak

(——— za $k = 0.8$, ... za $k = 0.4$, – – – za $k = 0$)



(a)



(b)

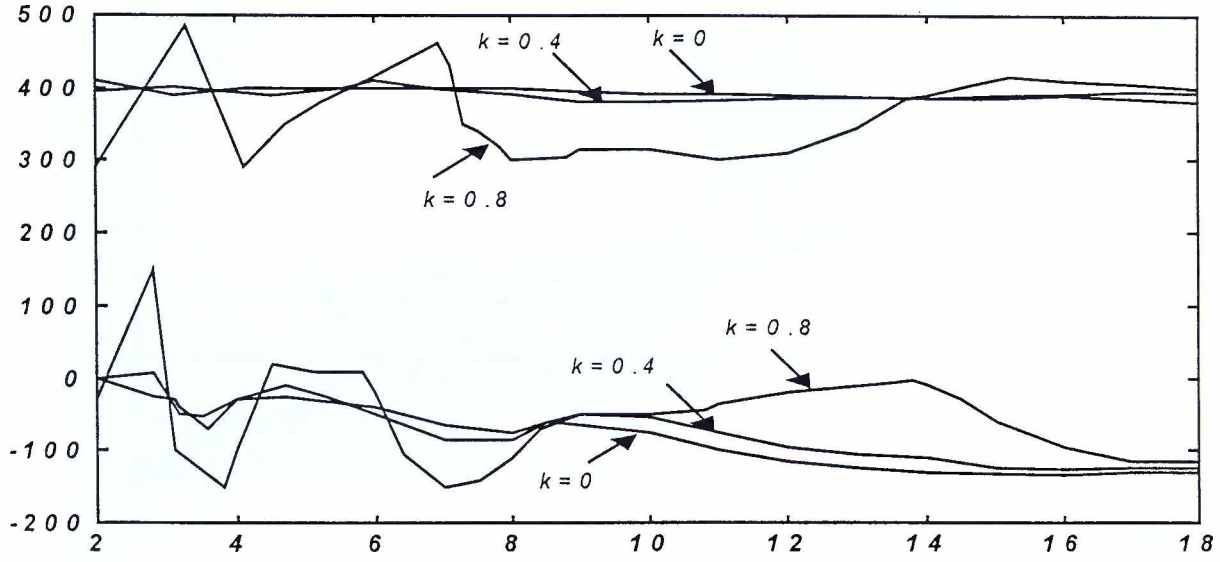
Slika 3.2.2.8 Raspodjela struje duž krakova antene iz [20],

(a) gornji krak, (b) donji krak

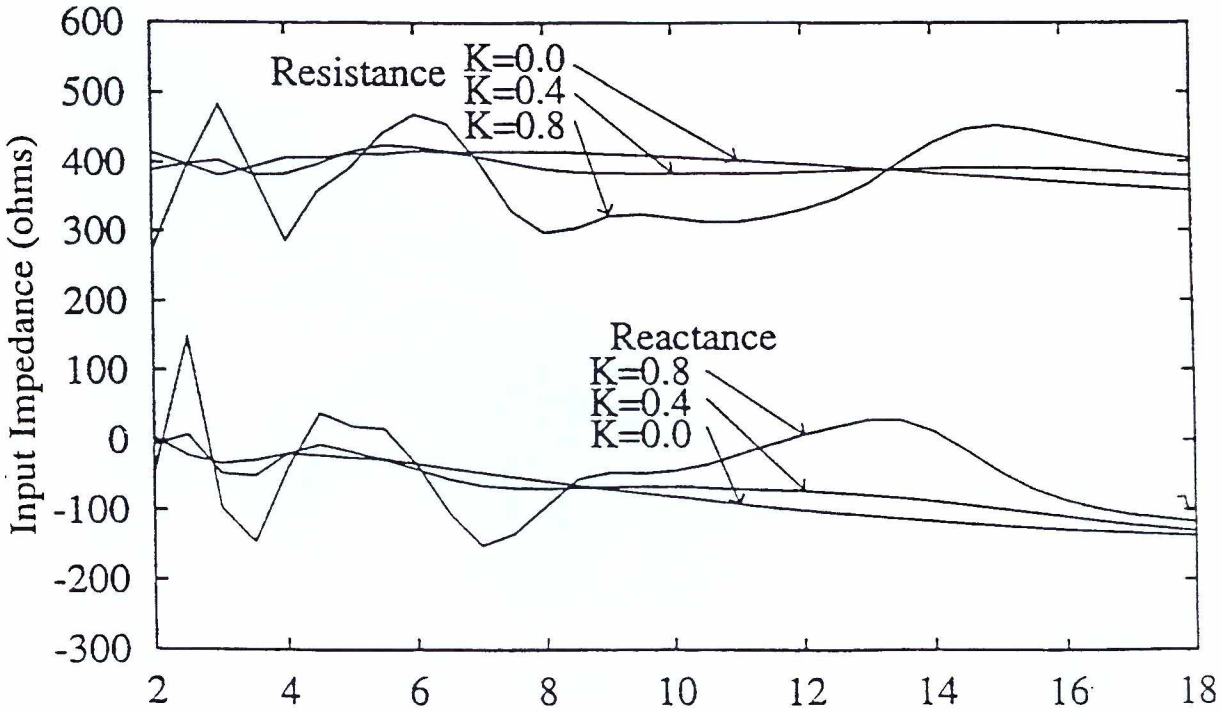
Upoređujući dobijene dijagrame sa dijagramima raspodjele struje iz [20] (slika 3.2.2.8) uočava se i u ovom slučaju dobro slaganje rezultata.

Na slici (3.2.2.9) data je izračunata ulazna impedansa antene geometrije iz [20] za različite frekvencije. Ulazna impedansa antene računata je na osnovu izraza:

$$Z_{ul} = \frac{U}{I} = \frac{E_i 2b}{OH_\theta}, \text{ uzimajući da je } O = 2b, \text{ slijedi } Z_{ul} = \frac{E_i}{H_\theta}.$$

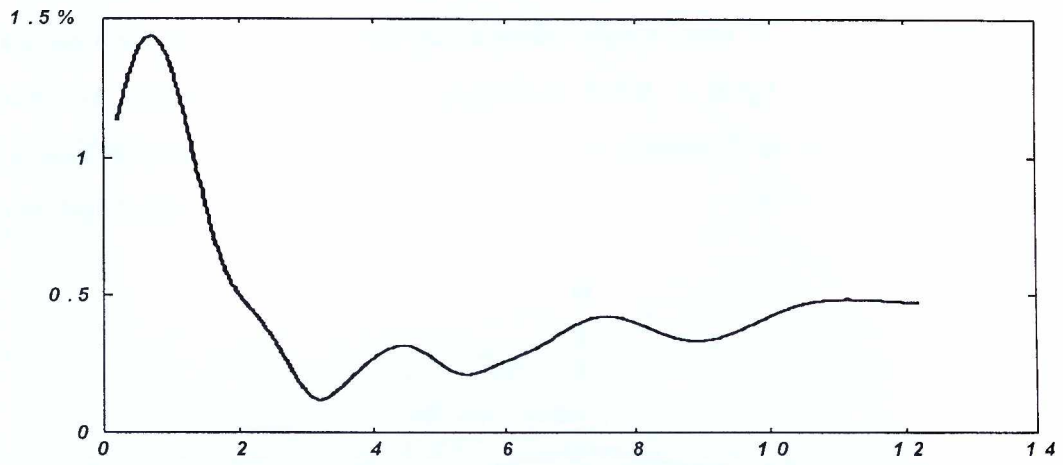


Slika 3.2.2.9 Ulazna impedansa



Slika 3.2.2.10 Ulazna impedansa iz [20]

U svim analiziranim slučajevima vrlo visoka tačnost prilikom zadovoljavanja graničnog uslova je postignuta već sa dvadeset članova u razvoju (2.3.1). Na slici 3.2.2.11 data je greška koja se pravi prilikom zadovoljavanja graničnog uslova na gornjem i donjem kraku antene.

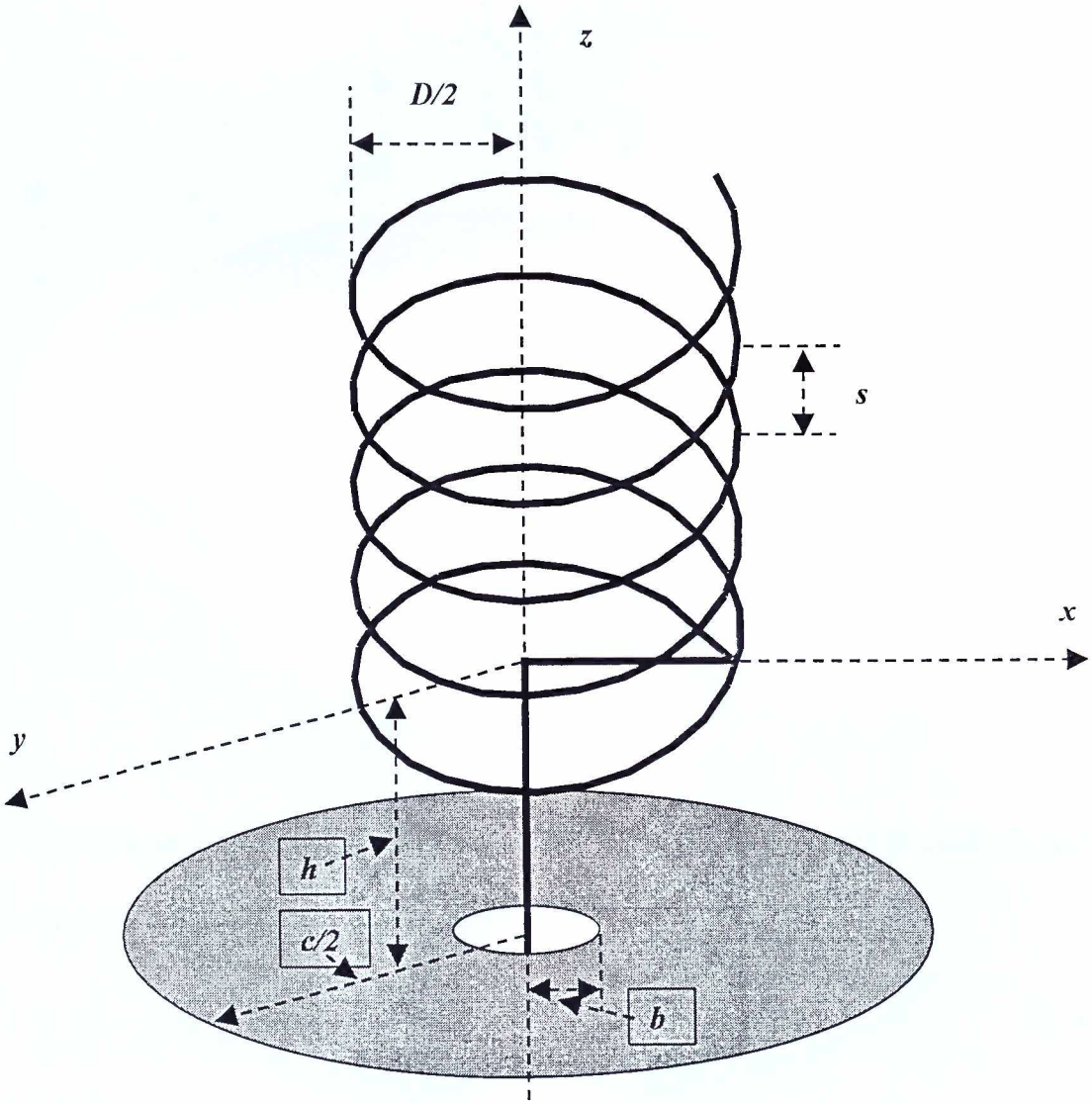


*Slika 3.2.2.11 Greška koja se pravi pri zadovoljavanju graničnog uslova ($\Delta = 1.25\lambda$, *električna dužina kraka spirale određena uglom* $0 \le \varphi \le 4\pi$)*

3.3. OSNO NESIMETRIČNI PROSTORNI PROBLEM

3.3.1. SPIRALNA ANTENA SA REFLEKTOROM

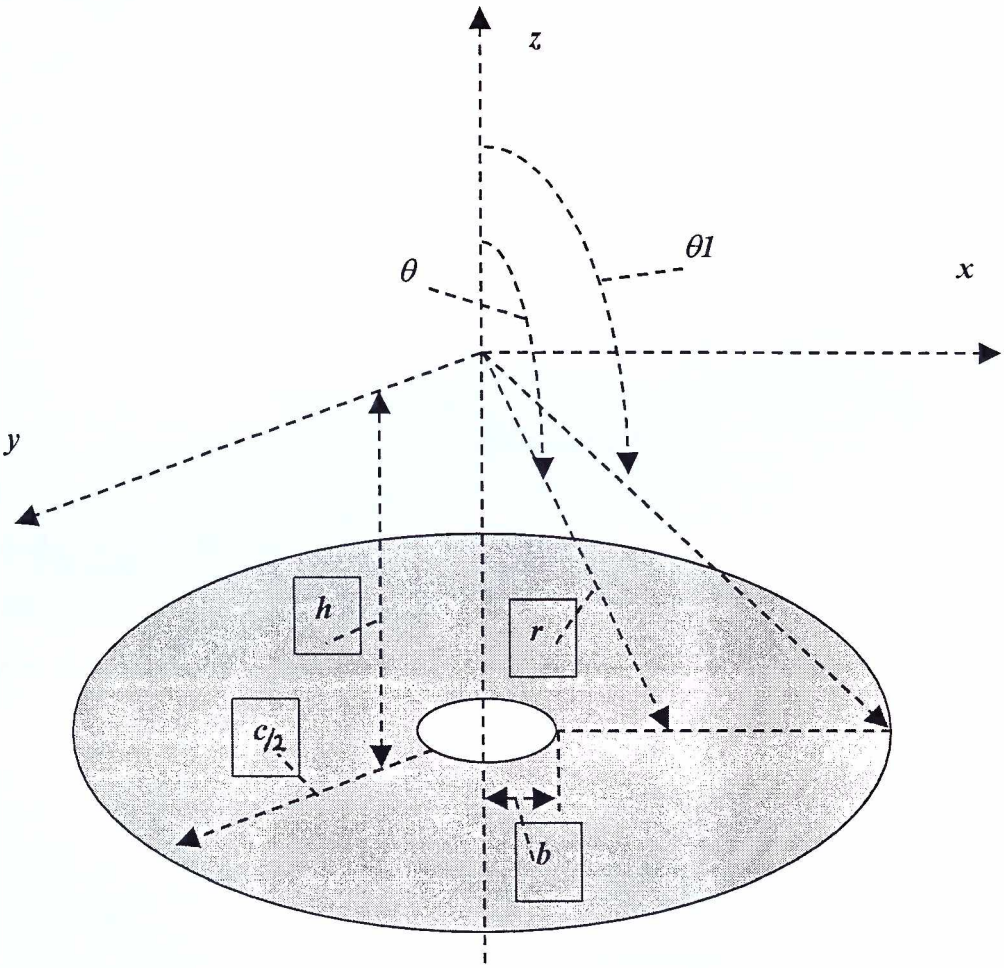
Neka je zadata antenska struktura (slika 3.3.1.1) u obliku spiralne antene sa reflektorom Spiralna antena predstavlja cilindričnu spiralu napravljenu od provodnika čiji je jedan kraj priključen na unutrašni provodnik koaksijalnog kabla, a drugi kraj ostaje slobodan. Da bi se postigla jednostrana usmjerenost zračenja koristi se pločasti (pun ili mrežast) reflektor, spojen sa spoljašnjim provodnikom koaksijalnog kabla.



Slika 3.3.1.1 Spiralna antena sa reflektorom

GEOMETRIJA PROSTORNE SPIRALE SA REFLEKTOROM

(a) Reflektor



Slika 3.3.1.2 Reflektor

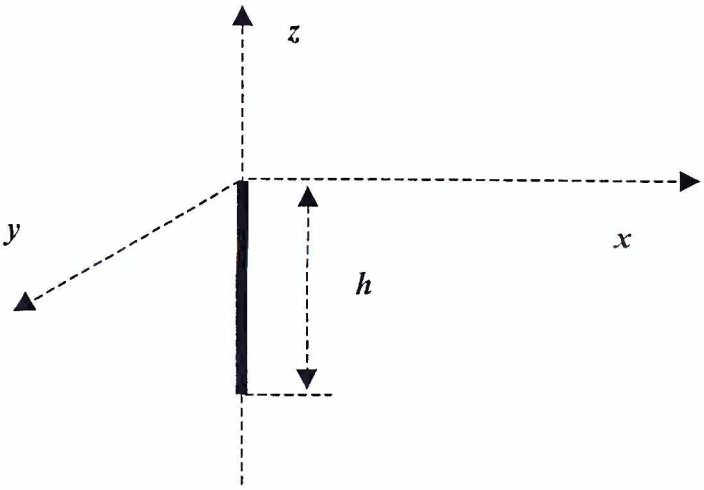
U sfernom koordinatnom sistemu položaj tačaka na reflektoru je određen sledećim koordinatama:

$$\theta_1 = \pi - arctg\frac{c}{2h} \le \theta \le \pi$$

$$r = \frac{h}{\cos(\pi - \theta)}, \quad h = 0.25\lambda \qquad (3.3.1.1)$$

$$0 \le \varphi \le 2\pi$$

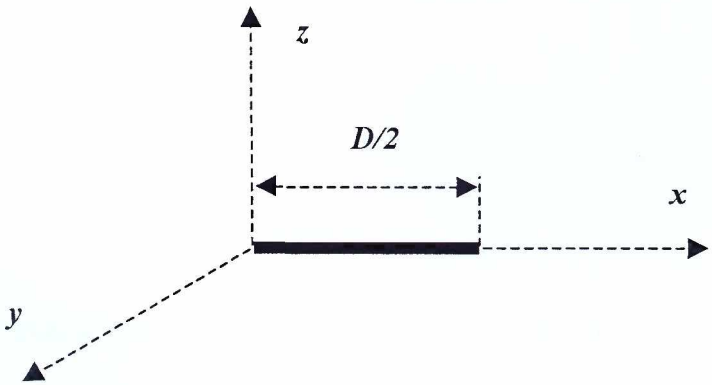
(b) Izvučeni dio unutrašnjeg provodnika koaksijalnog kabla



Slika 3.3.1.3

$$\theta = \pi$$
$$0 \le \varphi \le 2\pi \qquad (3.3.1.2)$$
$$0 \le r \le h$$

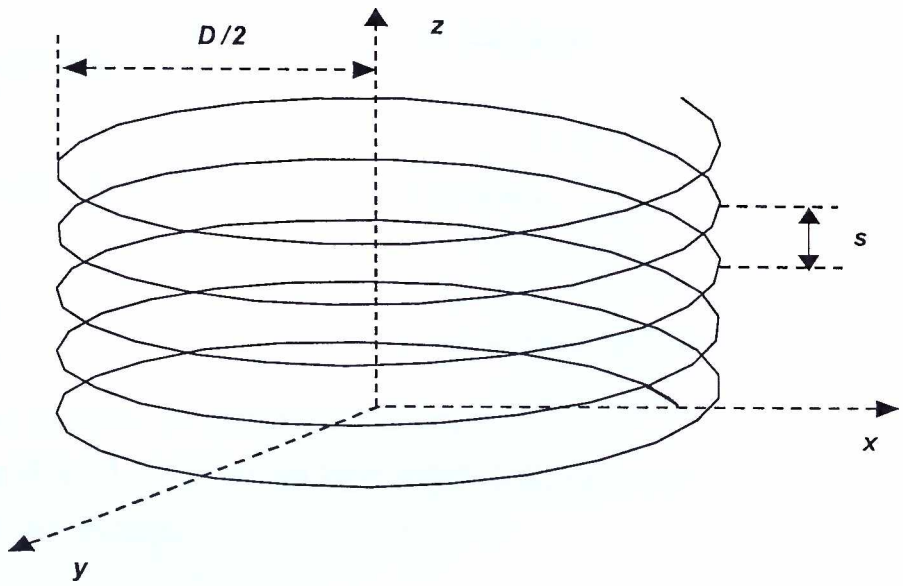
(c) Poprečni dio unutrašnjeg provodnika koaksijalnog kabla



Slika 3.3.1.4

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$
$$\varphi = 0 \qquad (3.3.1.3)$$
$$0 \le r \le \frac{D}{2}$$

(d) Spirala



Slika 3.3.1.5 Geometrija spirale

Parametarska jednačina spirale u sfernom koordinatnom sistemu je:

$$r = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{snt}{2\pi}\right)^2} = r(t)$$

$$\theta = \arccos\frac{snt}{2\pi r} = \theta(t) \qquad (3.3.1.4)$$

$$\varphi = nt = \varphi(t)$$

gdje je: $0 \le t \le 2\pi$, n broj zavijaka spirale, D prečnik zavojka spirale, $s = D\pi tg\alpha$ korak spirale i α ugao koraka spirale.

U najopštijem slučaju polje zračenja, bilo u bliskoj ili dalekoj zoni, ne pripada niti TE ni TM talasu. Da bi našli komponente polja zračenja uvešćemo oba vektorska potencijala, tj magnetni i električni vektor potencijal date izrazom (2.3.1) . Takođe i sve komponente polja date su izrazom (2.2.12)

Granični uslov jeste anuliranje tangencijalnih komponenti električnog polja na metalnoj površini krakova antene. Granični uslovi za pojedinačne djelove antene dati su sledećim izrazima:

(a) Reflektor

$$\left.\begin{aligned} &E_\varphi = 0 \\ &E_r \sin\theta + E_\theta \cos\theta = 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{na metalnoj površini reflektora} \qquad (3.3.1.5.a)$$

$$\left.E_r \sin\theta + E_\theta \cos\theta = E_i = \frac{U}{r \ln \frac{b}{a}}\right\} \text{u vazdušnom procjepu} \qquad (3.3.1.5.b)$$

gdje je $\pi - arctg\frac{b}{h} \le \theta \le \pi$ i a poluprečnik unutrašnjeg provodnika koaksijalnog kabla, koje ćemo uzeti malo u odnosu na dužinu poluprečnika reflektora.

Stavljajući u izraze (3.3.1.5.a i b) izraz za komponente električnog polja (2.2.12) granične uslove možemo pisati u sledećem obliku:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm} f_{nm}^{(1)}(r,\theta,\varphi) + D_{nm} f_{nm}^{(2)}(r,\theta,\varphi)\right) = 0 \qquad (3.3.1.6.a)$$

gdje su bazne funkcije:

$$f_{nm}^{(1)}(r,\theta,\varphi) = \frac{jm}{yr\sin\theta}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r} P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}$$

$$f_{nm}^{(2)}(r,\theta,\varphi) = \frac{B_n(kr)}{r}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} e^{jm\varphi}$$

i

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm} f_{nm}^{(11)}(r,\theta,\varphi) + D_{nm} f_{nm}^{(22)}(r,\theta,\varphi)\right) = \begin{cases} 0 & za\ \pi - arctg\frac{c}{2h} \le \theta \le \pi - arctg\frac{b}{h} \\ \dfrac{U}{r\ln\frac{b}{a}} & za\ \pi - arctg\frac{b}{h} \le \theta \le \pi \end{cases} \qquad (3.3.1.6b)$$

gdje su bazne funkcije:

$$f_{nm}^{(11)}(r,\theta,\varphi) = \frac{n(n+1)}{yr^2} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}\sin\theta + \frac{1}{yr}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} e^{jm\varphi}\cos\theta$$

$$f_{nm}^{(22)}(r,\theta,\varphi) = \frac{-jm}{r\sin\theta} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}\cos\theta$$

Radi jednostavnosti sisteme (3.3.1.6.a) i (3.3.1.6.b) ćemo transformisati u sledeće oblike:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} S_{nm} F_{nm}^{(1)}(r,\theta,\varphi)=0 \quad \text{za} \quad \pi - arctg\frac{c}{2h} \le \theta \le \pi, \quad r=\frac{h}{\cos(\pi-\theta)}, \quad 0 \le \varphi \le 2\pi \qquad (3.3.1.7.a)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} S_{nm} &= C_{nm} \\ F_{nm}^{(1)}(r,\theta.\varphi) &= f_{nm}^{(1)}(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= 1,2...N \\ m &= 0,...n \end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned} S_{nm} &= D_{n-N,m} \\ F_{nm}^{(1)}(r,\theta.\varphi) &= f_{n-N,m}^{(2)}(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= N+1,...2N \\ m &= 0,...n-N \end{aligned}$$

Takođe,

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} S_{nm} F_{nm}^{(2)}(r,\theta,\varphi)=\begin{cases} 0 & za \ \pi - arctg\frac{c}{2h} \le \theta \le \pi - arctg\frac{b}{h} \\ \dfrac{U}{r\ln\frac{b}{a}} & za \ \pi - arctg\frac{b}{h} \le \theta \le \pi \end{cases} \qquad (3.3.1.7.b)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} S_{nm} &= C_{nm} \\ F_{nm}^{(2)}(r,\theta.\varphi) &= f_{nm}^{(11)}(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= 1,2...N \\ m &= 0,...n \end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned} S_{nm} &= D_{n-N,m} \\ F_{nm}^{(2)}(r,\theta.\varphi) &= f_{n-N,m}^{(22)}(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= N+1,...2N \\ m &= 0,...n-N \end{aligned}$$

(b) Izvučeni dio unutrašnjeg provodnika koaksijalnog kabla

Na ovom dijelu antene granični uslov je zadat sledećim izrazom:

$$E_r = 0 \quad \text{za} \quad 0 \le r \le h \qquad (3.3.1.8)$$

Stavljajući u izraz (3.3.1.8) izraz za E_r iz (2.2.12) dobićemo:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} C_{nm} f_{nm}^{(3)}(r,\theta,\varphi)=0 \qquad (3.3.1.8.a)$$

gdje je:

$$f_{nm}^{(3)}(r,\theta,\varphi)=\frac{n(n+1)}{yr^2} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}$$

Radi jednostavnosti sistem (3.3.1.8.a) ćemo transformisati u sledeći oblik:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} S_{nm} F_{nm}^{(3)}(r,\theta,\varphi) = 0 \quad \text{za} \quad 0 \le r \le h,\ \theta = \pi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi \tag{3.3.1.9}$$

gdje je:

$$\begin{aligned} S_{nm} &= C_{nm} \\ F_{nm}^{(3)}(r,\theta.\varphi) &= f_{nm}^{(3)}(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= 1,2...N \\ m &= 0,...n \end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned} S_{nm} &= 0 \\ F_{nm}^{(3)}(r,\theta.\varphi) &= 0 \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= N+1,...2N \\ m &= 0,...n-N \end{aligned}$$

(c) Poprečni dio unutrašnjeg provodnika koaksijalnog kabla

Na ovom dijelu antene granični uslov je zadat sledećim izrazom:

$$E_r = 0 \quad \text{za} \quad 0 \le r \le \frac{D}{2},\ \theta = \frac{\pi}{2},\ \varphi = 0 \tag{3.3.1.10}$$

Stavljajući u izraz (3.3.1.10) izraz za E_r iz (2.2.12) dobićemo:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} C_{nm} f_{nm}^{(4)}(r,\theta,\varphi) = 0 \tag{3.3.1.10.a}$$

gdje je:

$$f_{nm}^{(4)}(r,\theta,\varphi) = \frac{n(n+1)}{yr^2} B_n(kr) P_n^m(\cos\theta) e^{jm\varphi}$$

Radi jednostavnosti sistem (3.3.1.10.a) ćemo transformisati u sledeći oblik:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n} S_{nm} F_{nm}^{(4)}(r,\theta,\varphi) = 0 \quad \text{za} \quad 0 \le r \le \frac{D}{2},\ \theta = \frac{\pi}{2},\ \varphi = 0 \tag{3.3.1.11}$$

gdje je:

$$\begin{aligned} S_{nm} &= C_{nm} \\ F_{nm}^{(4)}(r,\theta.\varphi) &= f_{nm}^{(4)}(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= 1,2...N \\ m &= 0,...n \end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned} S_{nm} &= 0 \\ F_{nm}^{(4)}(r,\theta.\varphi) &= 0 \end{aligned} \quad \text{za} \quad \begin{aligned} n &= N+1,...2N \\ m &= 0,...n-N \end{aligned}$$

(d) Spirala

Tangencijalne komponente električnog polja se anuliraju na metalnoj površini spirale. Vektor pravca tangente u bilo kojoj tački spirale je:

$$\vec{t}=\left(\frac{dr}{dt},r\frac{d\theta}{dt},r\sin\theta\frac{d\varphi}{dt}\right)=\left(\frac{\left(\frac{sn}{2\pi}\right)^2 t}{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2+\left(\frac{snt}{2\pi}\right)^2}},\frac{-snD}{4\pi\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2+\left(\frac{snt}{2\pi}\right)^2}},\frac{nD}{2}\right)$$

Projekcija vektora električnog polja $\vec{E}(E_r,E_\theta,E_\varphi)$ na tangentu $\vec{t}$ je:

$$\mathrm{Pr}_t^{\vec{E}}=\frac{(\vec{E}\,\vec{t})}{|\vec{t}|}=E_rM+E_\theta N+E_\varphi P$$

gdje su:

$$M=\frac{\frac{dr}{dt}}{|\vec{t}|},\quad N=\frac{r\frac{d\theta}{dt}}{|\vec{t}|},\quad P=\frac{r\sin\theta\frac{d\varphi}{dt}}{|\vec{t}|}$$

Granični uslov na površini spirale sada možemo napisati u sledećem obliku:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left(C_{nm}f_{nm}^{(5)}(r,\theta,\varphi)+D_{nm}f_{nm}^{(6)}(r,\theta,\varphi)\right)=0 \qquad (3.3.1.12)$$

gdje su:

$$f_{nm}^{(5)}(r,\theta,\varphi)=\frac{n(n+1)}{yr^2}B_n(kr)P_n^m(\cos\theta)e^{jm\varphi}M+\frac{1}{yr}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}e^{jm\varphi}N+$$
$$+\frac{jm}{yr\sin\theta}\frac{\partial B_n(kr)}{\partial r}P_n^m(\cos\theta)e^{jm\varphi}P$$

$$f_{nm}^{(6)}(r,\theta,\varphi)=\frac{-jm}{r\sin\theta}B_n(kr)P_n^m(\cos\theta)e^{jm\varphi}N+\frac{B_n(kr)}{r}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}e^{jm\varphi}P$$

Granični uslov (3.3.1.12) radi jednostavnosti možemo pisati u skraćenom obliku:

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}S_{nm}F_{nm}^{(5)}(r,\theta,\varphi)=0 \qquad (3.3.1.13)$$

gdje je:

$$\begin{aligned}S_{nm}&=C_{nm}\\F_{nm}^{(5)}(r,\theta.\varphi)&=f_{nm}^{(5)}(r,\theta,\varphi)\end{aligned}\quad \text{za}\quad \begin{aligned}n&=1,2\ldots N\\m&=0,\ldots n\end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned}S_{nm}&=D_{n-N,m}\\F_{nm}^{(5)}(r,\theta.\varphi)&=f_{n-N,m}^{(6)}(r,\theta.\varphi)\end{aligned}\quad \text{za}\quad \begin{aligned}n&=N+1,\ldots 2N\\m&=0,\ldots n-N\end{aligned}$$

Minimizirajući kvadrat greške, postupkom opisanim u glavi (2.1), na kompletnoj geometriji antene dobijamo sledeći sistem algebarskih jednačina:

$$\sum_n \sum_m S_{nm} a_{nm,n'm'} = b_{n'm'} \tag{3.3.1.14}$$

gdje su:

$$a_{nm,n'm'} = \int_{reflektor} F_{nm}^{(1)} F_{n'm'}^{(1)*} dS + \int_{reflektor} F_{nm}^{(2)} F_{n'm'}^{(2)*} dS + \int_0^h F_{nm}^{(3)} F_{n'm'}^{(3)*} dl + \int_0^{\frac{D}{2}} F_{nm}^{(4)} F_{n'm'}^{(4)*} dl + \int_{spirala} F_{nm}^{(5)} F_{n'm'}^{(5)*} dl_s$$

$$b_{n'm'} = \int_{vazdusni\ procjep} F_{n'm'}^{(2)*} \frac{U}{r \ln \frac{b}{a}} dS$$

Kao što je opisano u glavi (2.3) u oblasti koja obuhvata tačke $r \to 0$, gdje zadovoljavamo granični uslov $B_n(kr)$ su Besselove funkcije prve vrste. U udaljenim tačkama potencijal, odnosno komponente polja izražavamo preko Henkelovih funkcija, kako bi bili zadovoljeni uslovi zračenja u dalekoj zoni. Tako su sada potencijali polja dati izrazom (2.3.7) gdje su $\beta_{nm}^{(1)}$, $\beta_{nm}^{(2)}$ nepoznati koeficijenti razvoja koje ćemo dobiti iz uslova jednakosti izraza (2.3.1) i (2.3.7) na sferi poluprečnika $R = \max(r)$:

$$\beta_{nm}^{(1)} = C_{nm} \frac{B_n(kR)}{H_n(kR)} \tag{3.3.1.15}$$

$$\beta_{nm}^{(2)} = D_{nm} \frac{B_n(kR)}{H_n(kR)}$$

U zoni zračenja sve Henkelove funkcije postaju:

$$H_n(kr) = j^{(n+1)} e^{-jkr}$$

Tako sada u zoni zračenja imamo sledeće komponente električnog polja:

$$E_r = 0$$

$$E_\varphi = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} \frac{e^{-jkr}}{r} e^{jm\varphi} j^{n+1} \left(\frac{km}{y \sin\theta} \beta_{nm}^{(1)} P_n^m(\cos\theta) + \beta_{nm}^{(2)} \frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} \right) \tag{3.3.1.16}$$

$$E_\theta = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} \frac{e^{-jkr}}{r} e^{jm\varphi} j^{n+1} \left(\frac{jk}{y} \beta_{nm}^{(1)} \frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} - \frac{jm}{\sin\theta} \beta_{nm}^{(2)} P_n^m(\cos\theta) \right)$$

Karakteristična funkcija zračenja ima dvije komponente:

$$\hat{F}_{\varphi}(\theta,\varphi)=\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}j^{n+1}e^{jm\varphi}\left(\frac{km}{y\sin\theta}\beta_{nm}^{(1)}P_n^m(\cos\theta)+\beta_{nm}^{(2)}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}\right)\right| \tag{3.3.1.17}$$

$$\hat{F}_{\theta}(\theta,\varphi)=\left|\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=0}^{n}j^{n+1}e^{jm\varphi}\left(\frac{jk}{y}\beta_{nm}^{(1)}\frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta}-\frac{jm}{\sin\theta}\beta_{nm}^{(2)}P_n^m(\cos\theta)\right)\right|$$

Generalno, mi imamo dvije komponente električnog polja u zoni zračenja, obije zavisne od uglova φ i θ .

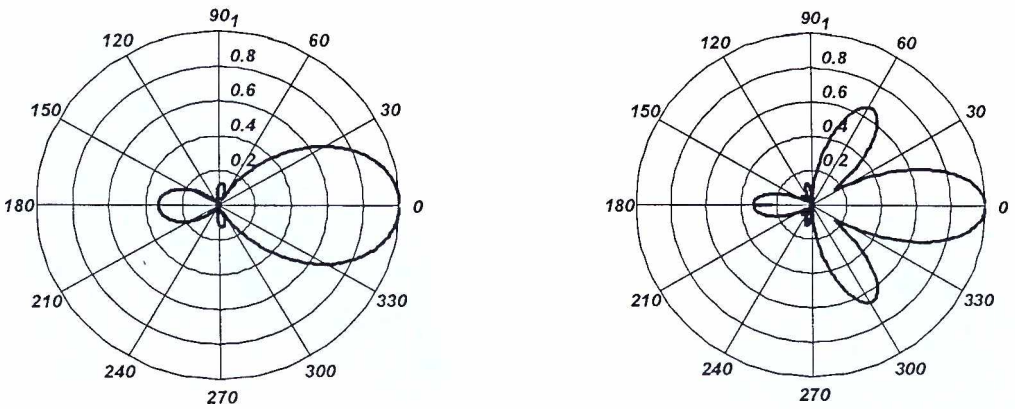
NUMERIČKI REZULTATI

Opisanim numeričkim postupkom analizirana je zavisnost dijagrama zračenja spiralne antene sa reflektorom od sledećih parametara:

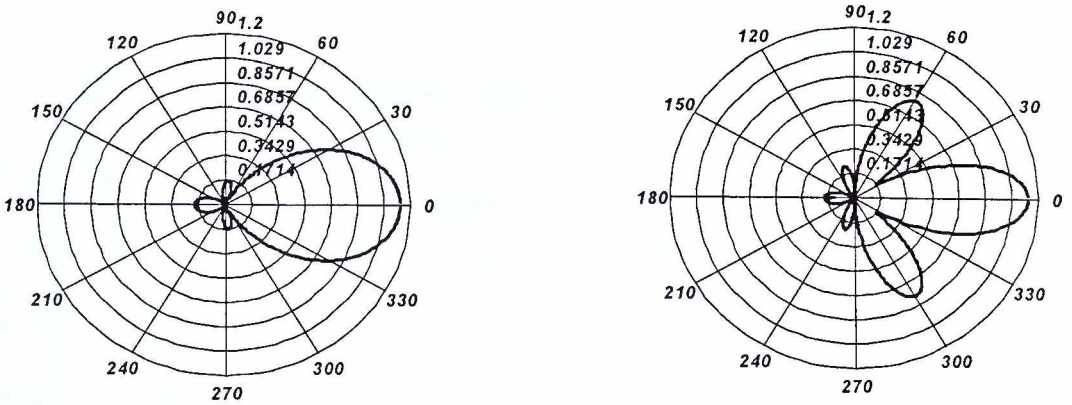
1. c - prečnik reflektora
2. n - broj zavojaka spirale
3. D - prečnika zavojka spirale
4. α - ugao koraka spirale

(1) Zavisnost dijagrama zračenja od prečnika reflektora

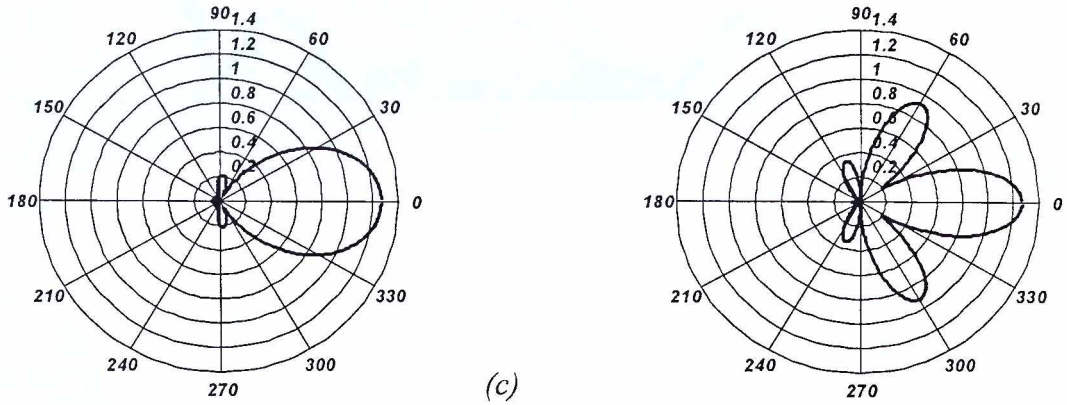
Na slici 3.3.1.6 dati su dobijeni dijagrami zračenja spiralne antene za različite prečnike reflektora. Vrijednosti ostalih parametara su $D\pi = \lambda$; $n = 3$; $\alpha = 15^o$. U lijevoj koloni su dati dijagrami zračenja E_φ komponente električnog polja, a u desnoj koloni dijagrami zračenja E_θ komponente električnog polja.



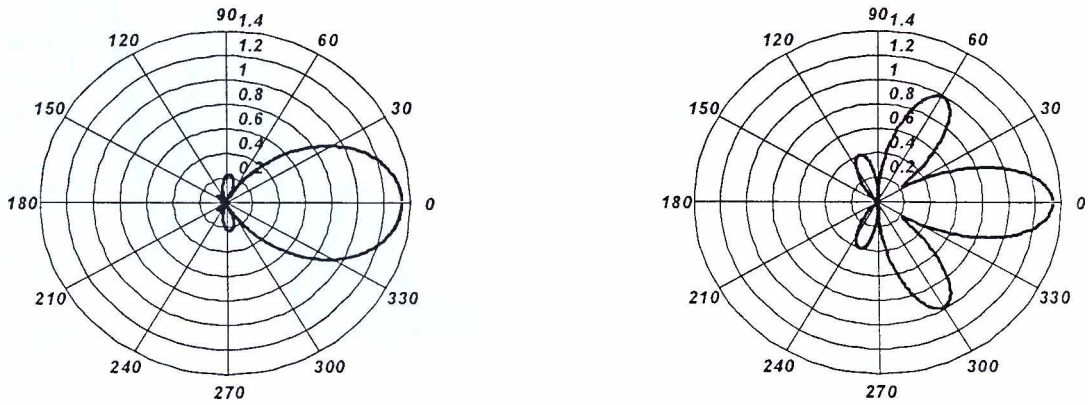
(a)



(b)



(c)

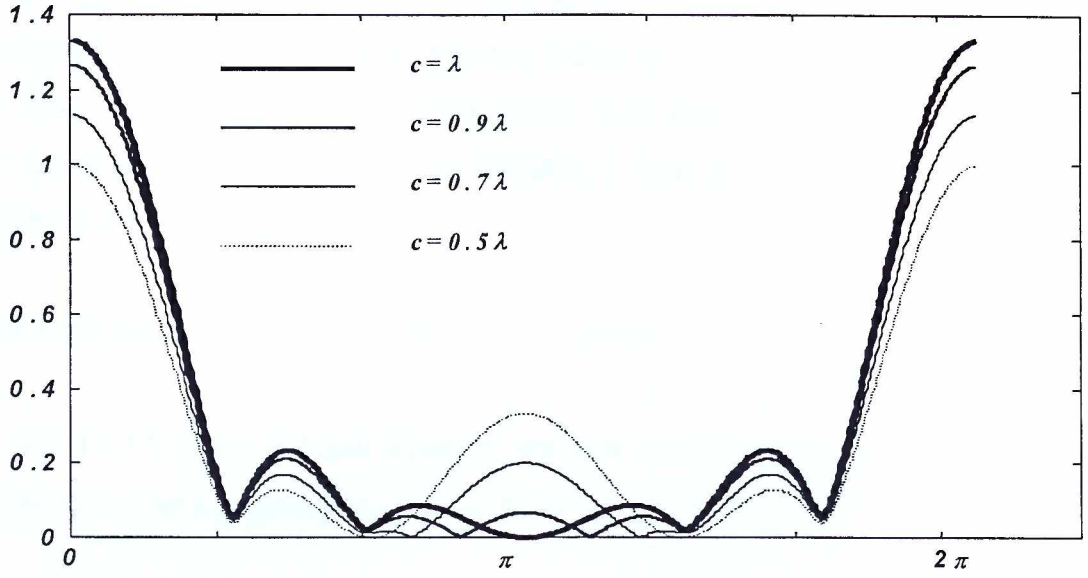


(d)

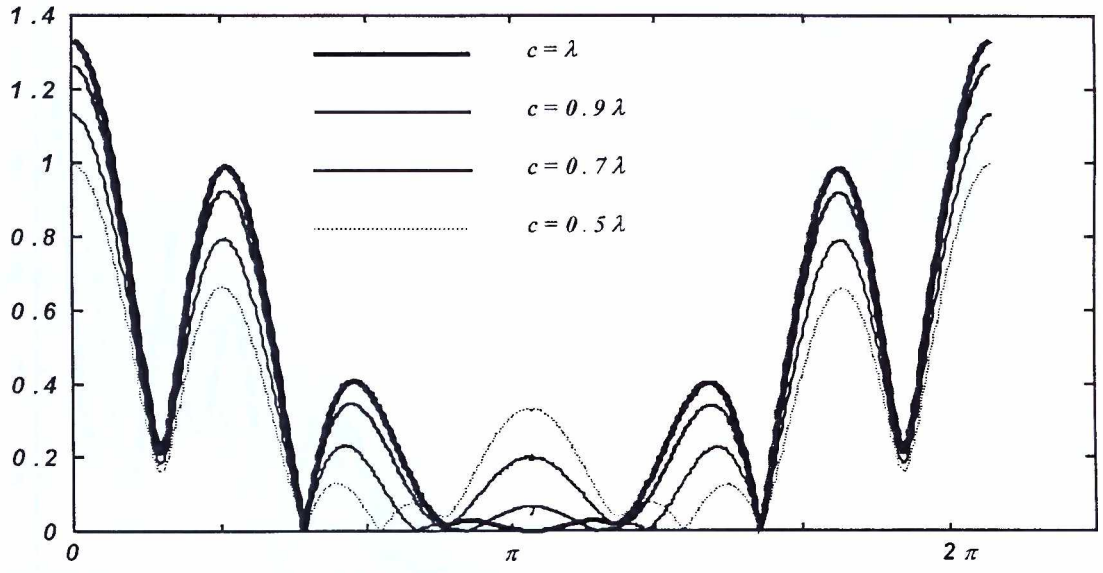
Slika 3.3.1.6 Dijagrami zračenja za različite prečnike reflektora

(a) $c = 0.5\lambda$, *(b)* $c = 0.7\lambda$, *(c)* $c = 0.9\lambda$, *(d)* $c = 1\lambda$

Radi jasnijeg uočavanja promjena koje nastaju na slici (3.3.1.7) dati su uporedni grafici za E_φ i E_θ komponentu električnog polja.



(a)



(b)

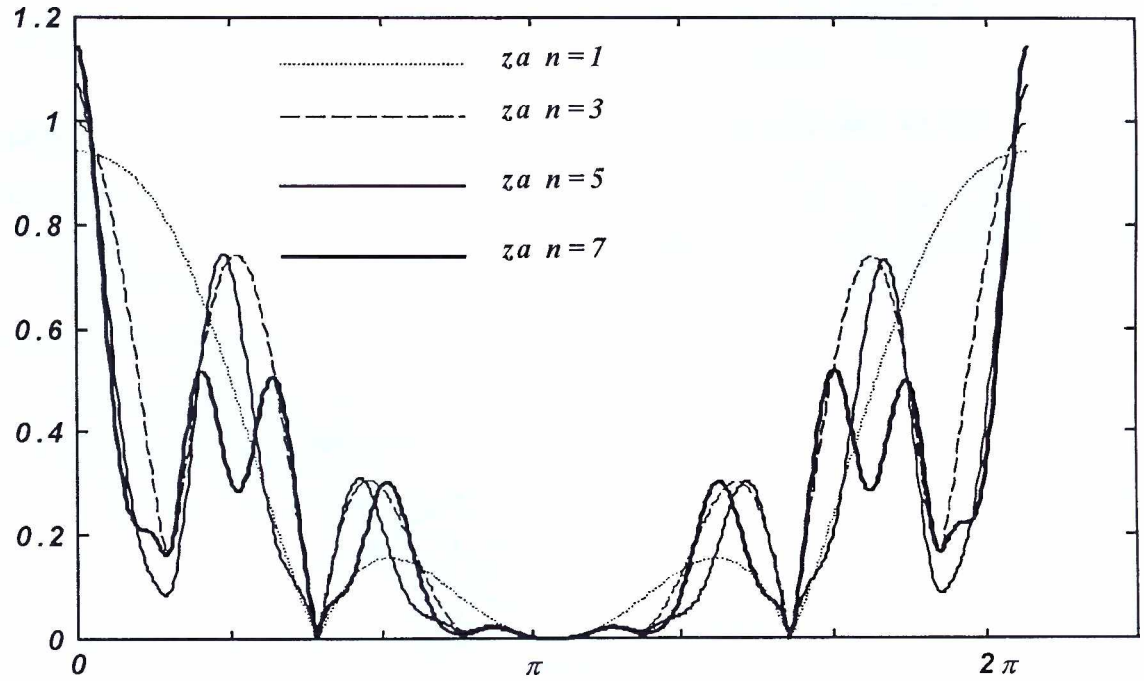
Slika 3.3.1.7 Uporedni dijagrami zračenja za različite prečnike reflektora

(a) E_φ komponenta, (b) E_θ komponenta

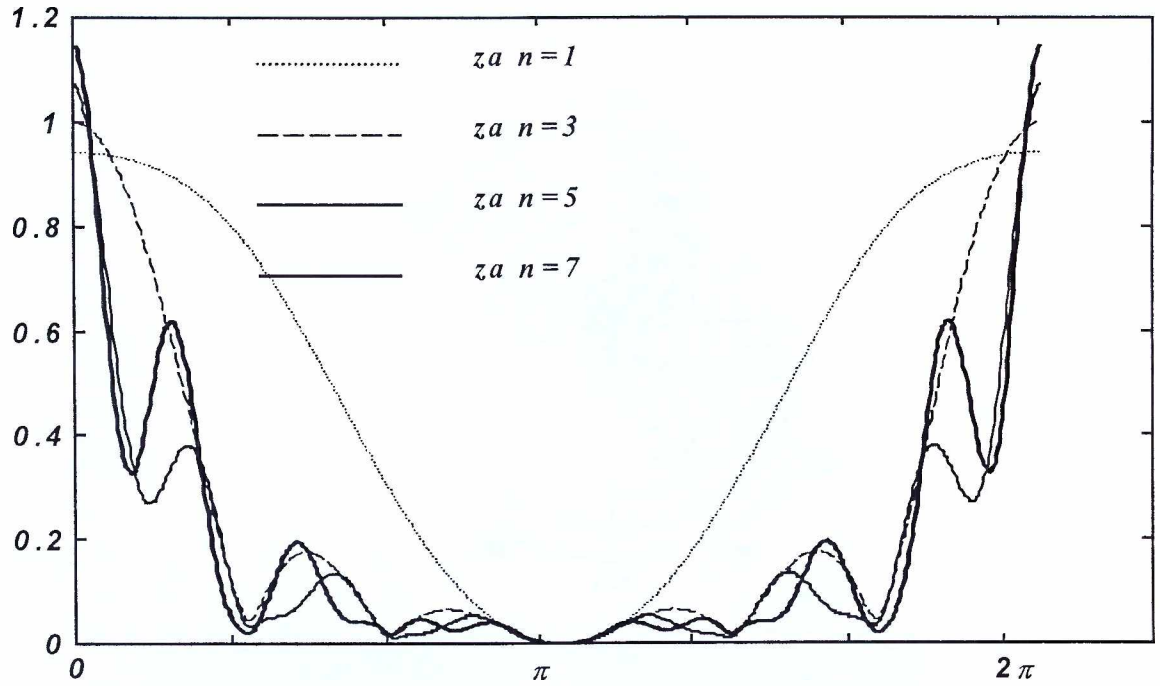
Sa slike (3.3.1.7) se uočava da povećanje prečnika reflektora dovodi do očekivanog poboljšanja jednostranosti zračenja antene. Takođe, sa povećanjem prečnika reflektora pojačava se intezitet zračenja usmjeren duž ose spirale. Na osnovu dobijenih dijagrama zračenja vidimo da je sa $c = \lambda$ postignuta potrebna usmjerenost zračenja antene. Prostije rečeno, dovoljno je uzeti prečnik reflektora približno jednak radnoj talasnoj dužini da bi se ostvarila potrebna usmjerenost antene. Sa slike (3.3.1.6) se vidi da spiralna antena zrači eliptično polarizovane raditalase. U pravcu ose spirale komponente polja istog su inteziteta, tj. talas je kružno polarizovan, a u ostalim pravcima talas ima eliptičnu polarizaciju.

(2) Zavisnost dijagrama zračenja od broja zavojaka spirale

Na slici 3.3.1.8 dati su dobijeni dijagrami zračenja spiralne antene za različit broj zavojaka spirale. Vrijednosti ostalih parametara su $D\pi = \lambda$; $c = \lambda$; $\alpha = 15^o$.



(a)

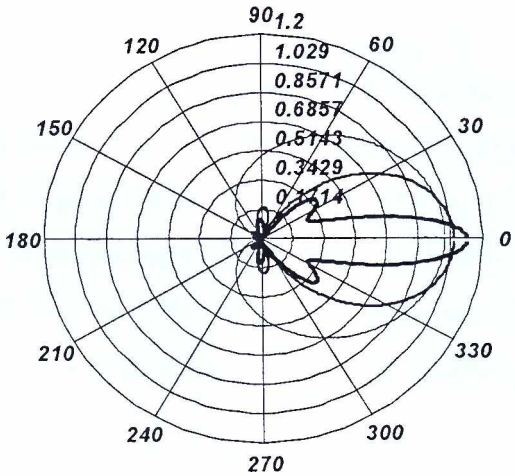


(b)

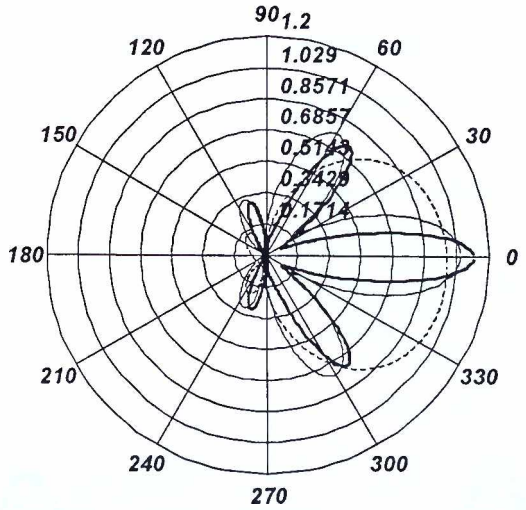
Slika 3.3.1.8 Uporedni dijagrami zračenja za različit broj zavojaka spirale

(b) E_θ komponenta, (b) E_φ komponenta

Radi jasnijeg uočavanja promjena koje nastaju na slici (3.3.1.9) dati su uporedni dijagrami zračenja crtani u polarnim koordinatama.



(a)



(b)

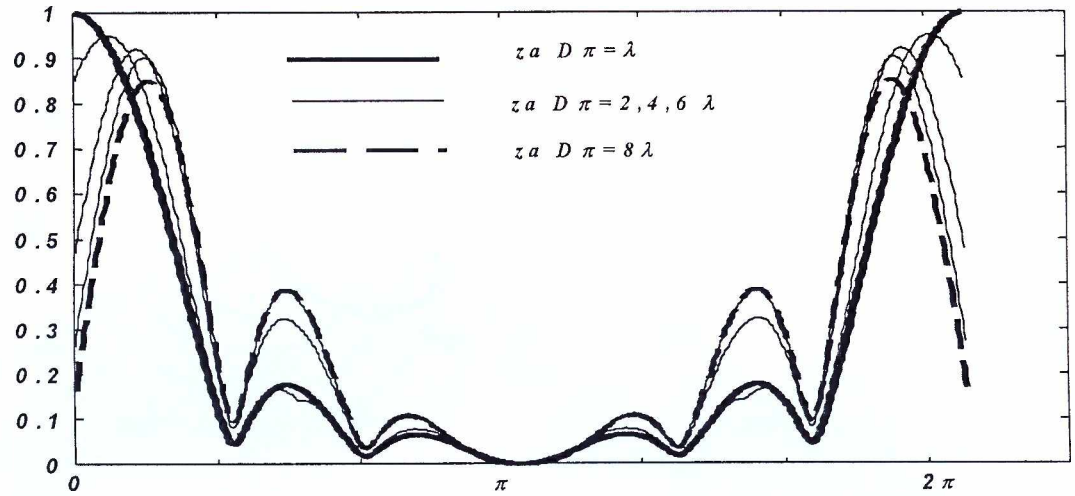
Slika 3.3.1.9 Uporedni dijagrami zračenja za različit broj zavojaka spirale $(n = 1,3,5)$

(a) E_φ *komponenta, (b)* E_θ *komponenta*

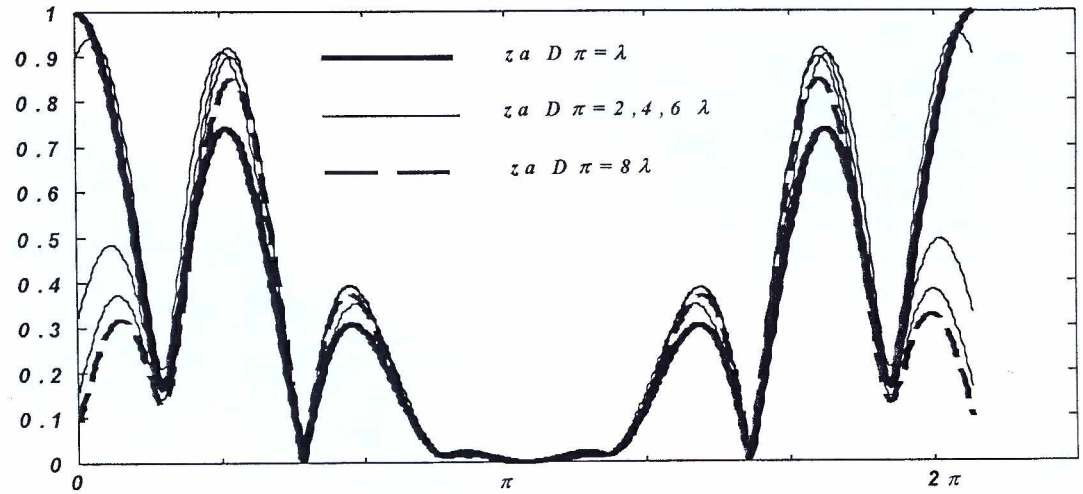
Iz dobijenih dijagrama zračenja (slika 3.3.1.8 i 9) uočava se, da pri ostalim jednakim uslovima, širina glavnog kraka lepeze je utoliko manja, ukoliko je veći broj zavojaka spirale. Međutim, sa povećanjem broja zavojaka spirale, povećavaju se bočni maksimumi zračenja. Na osnovu niza numeričkih eksperimenata, pokazuje se da je željena širina glavnog kraka lepeze dobijena uzimajući pet ili šest zavojaka spirale. Sa slika se vidi da u slučaju jednog zavojka spirale širina snopa je velika, a zračenje u pravcu ose je mnogo veće od bočnog zračenja.

(3) Zavisnost dijagrama zračenja od prečnika zavojka spirale

Na slikama 3.3.1.10,11,12,13 dati su dobijeni dijagrami zračenja spiralne antene za različite prečnike zavojka spirale. Vrijednosti ostalih parametara su $n = 3$ $c = \lambda$; $\alpha = 15^o$.



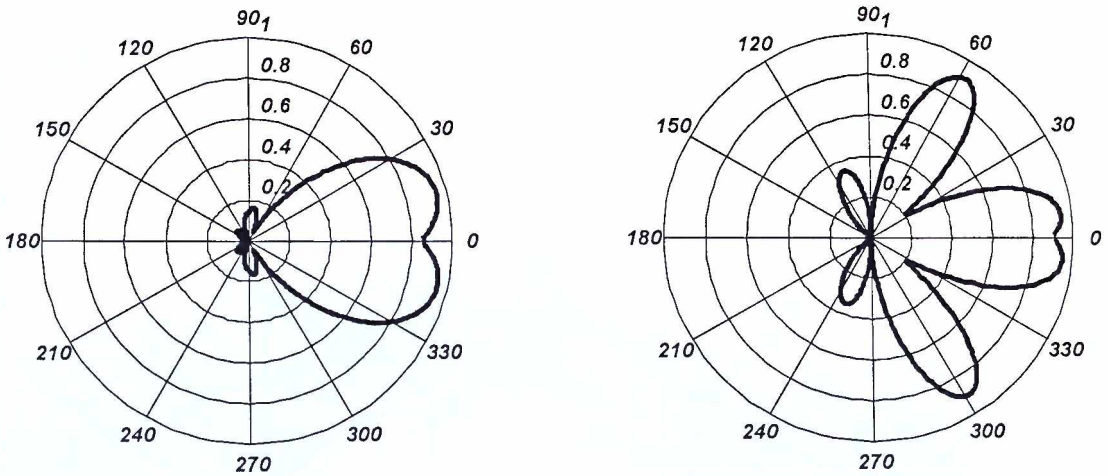
(a)



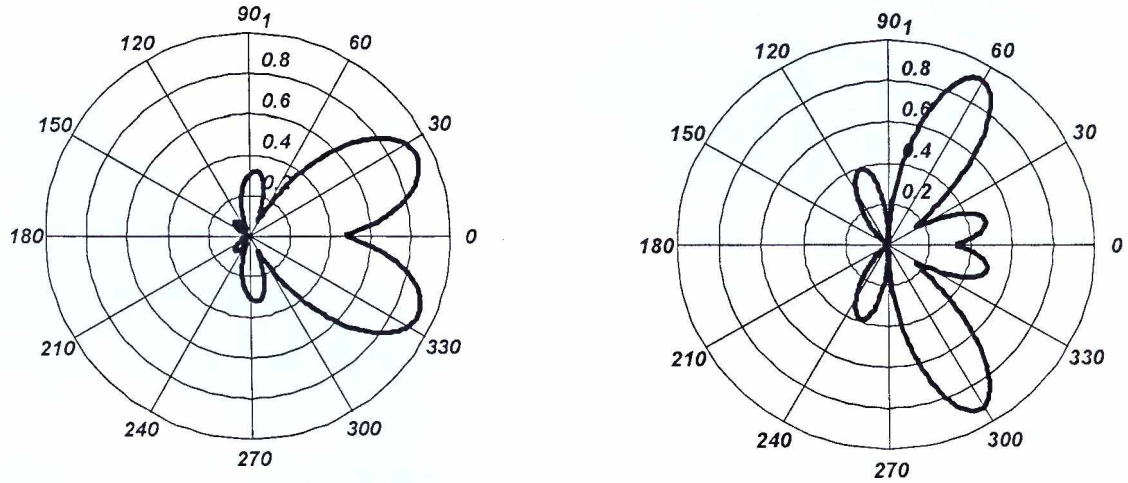
(b)

Slika 3.3.1.10 Uporedni dijagrami zračenja za različite prečnike zavojaka spirale (a) E_φ komponenta, (b) E_θ komponenta

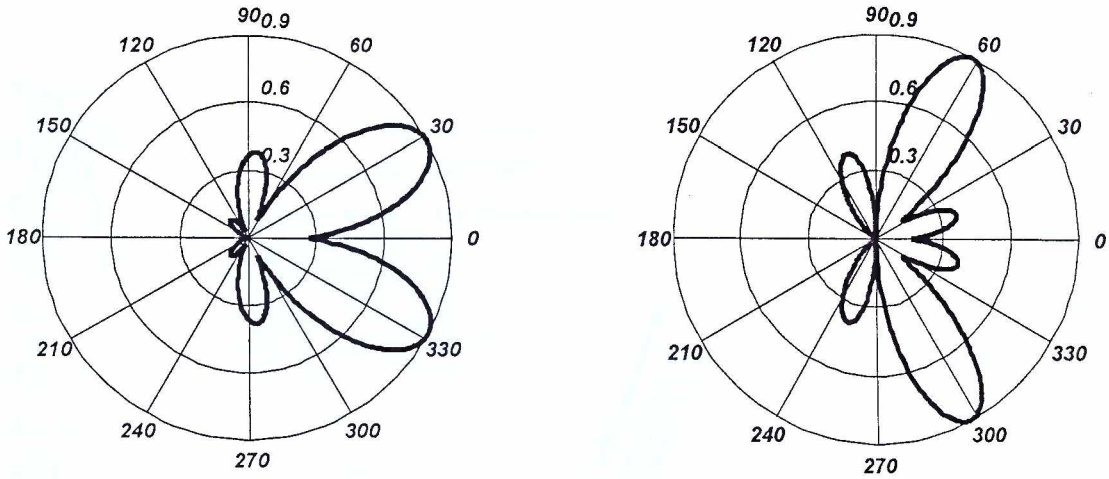
Radi jasnijeg uočavanja promjena koje nastaju na slici (3.3.1.11) dati su dijagrami zračenja, za različite prečnike zavojka, crtani u polarnim koordinatama.



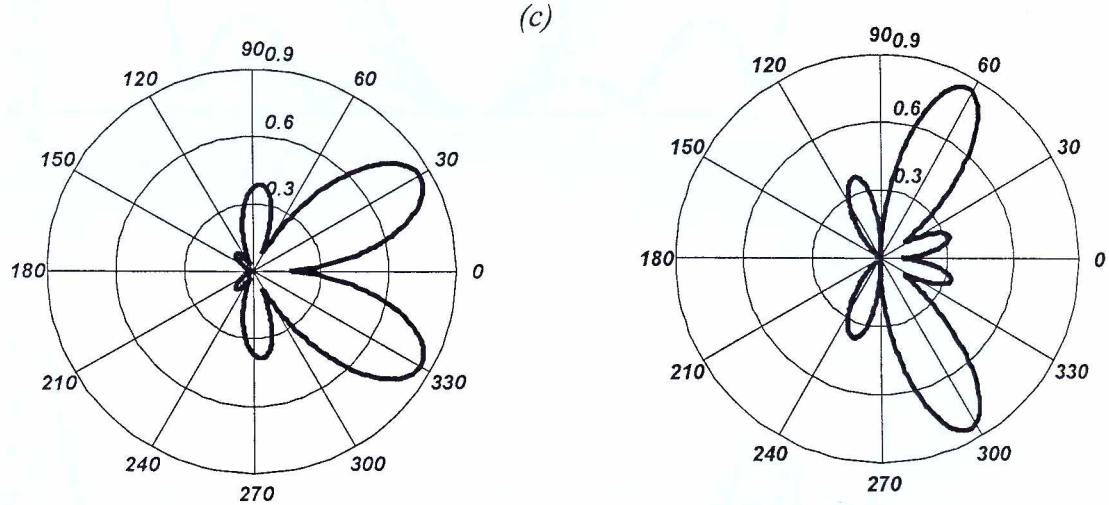
(a)



(b)



(c)



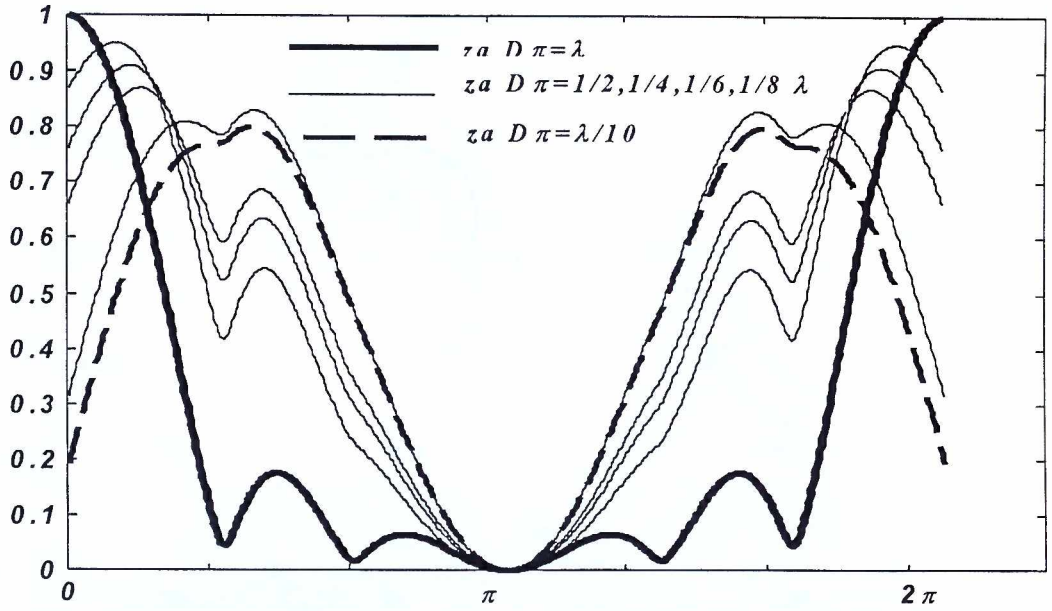
(d)

Slika 3.3.1.11 Dijagrami zračenja za različite prečnike zavojaka spirale

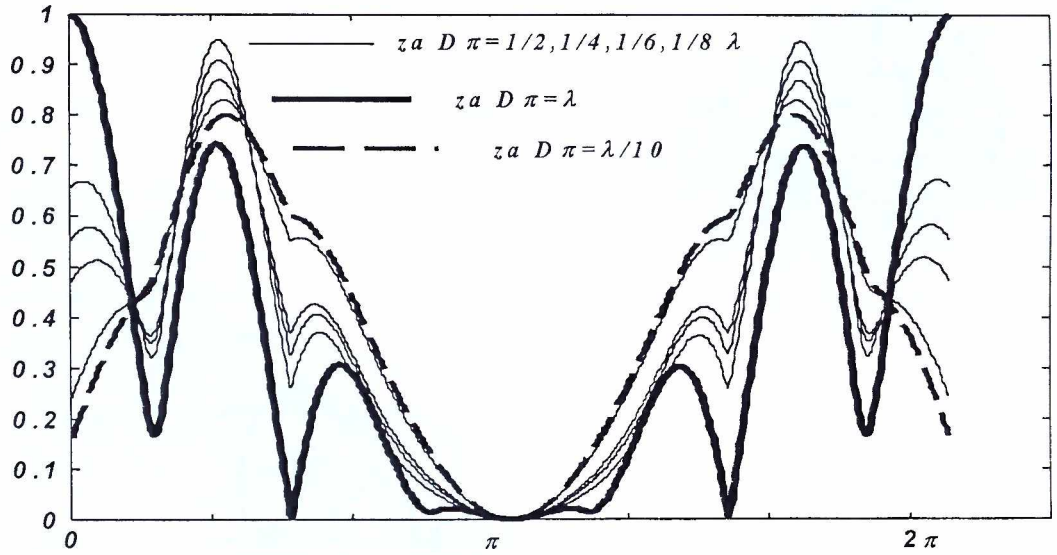
lijeva kolona E_φ komponenta, desna kolona E_θ komponenta

(a) $D\pi = 2\lambda$, (b) $D\pi = 4\lambda$, (c) $D\pi = 6\lambda$, (d) $D\pi = 8\lambda$

Sa slika 3.3.1.10 i 11 uočava se da sa povećanjem prečnika zavojka spirale opada zračenje u pravcu ose spirale, a povećavaju se bočni maksimumi zračenja. Kada je $D\pi >> \lambda$, tj. već za $D\pi = 8\lambda$ glavni krak lepeze se razdvojio na dva bočna kraka čiji su maksimumi zračenja pomjereni ($\pm 30^o$ kod E_φ komponente polja, $\pm 60^o$ kod E_θ komponente polja) u odnosu na osu spirale.



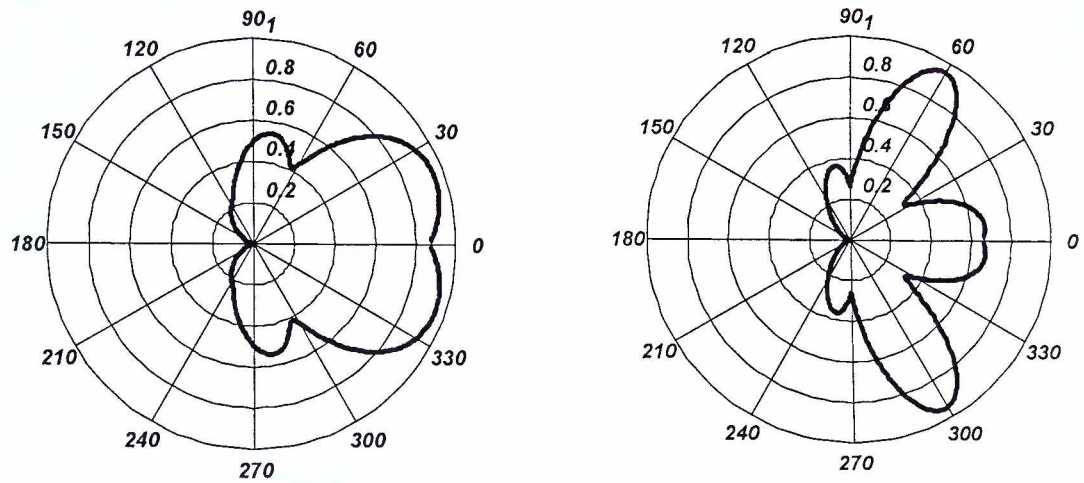
(a)



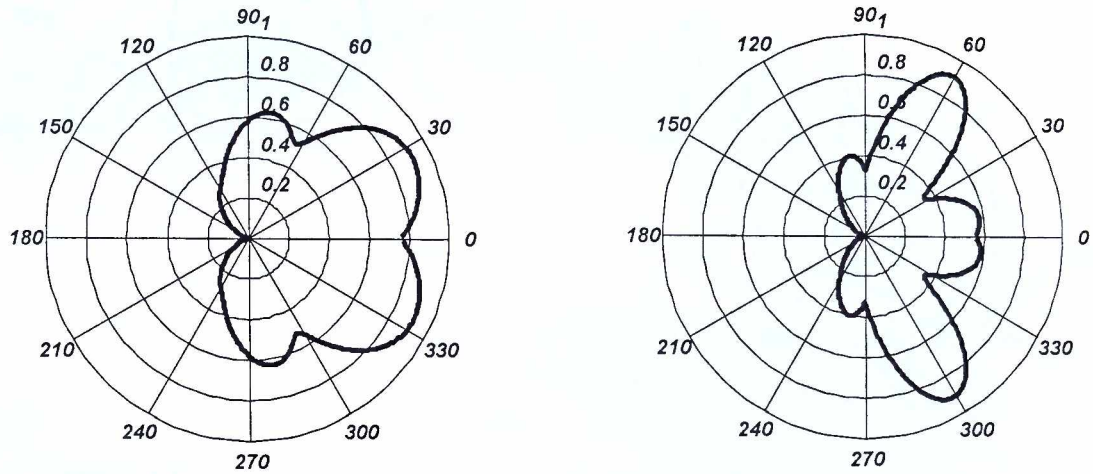
(b)

Slika 3.3.1.12 Uporedni dijagrami zračenja za različite prečnike zavojaka spirale (a) E_φ komponenta, (b) E_θ komponenta

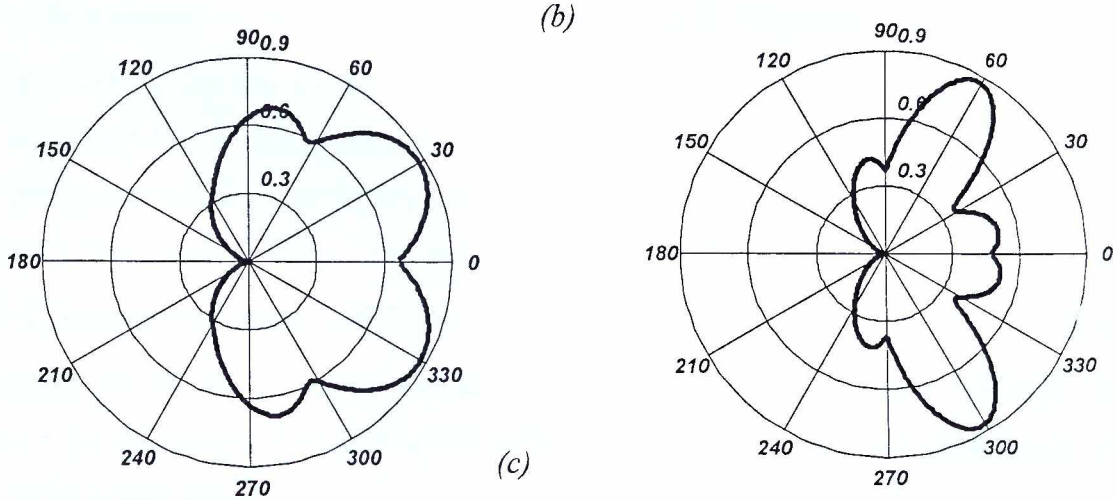
Radi jasnijeg uočavanja promjena koje nastaju na slici (3.3.1.13) dati su dijagrami zračenja crtani u polarnim koordinatama.



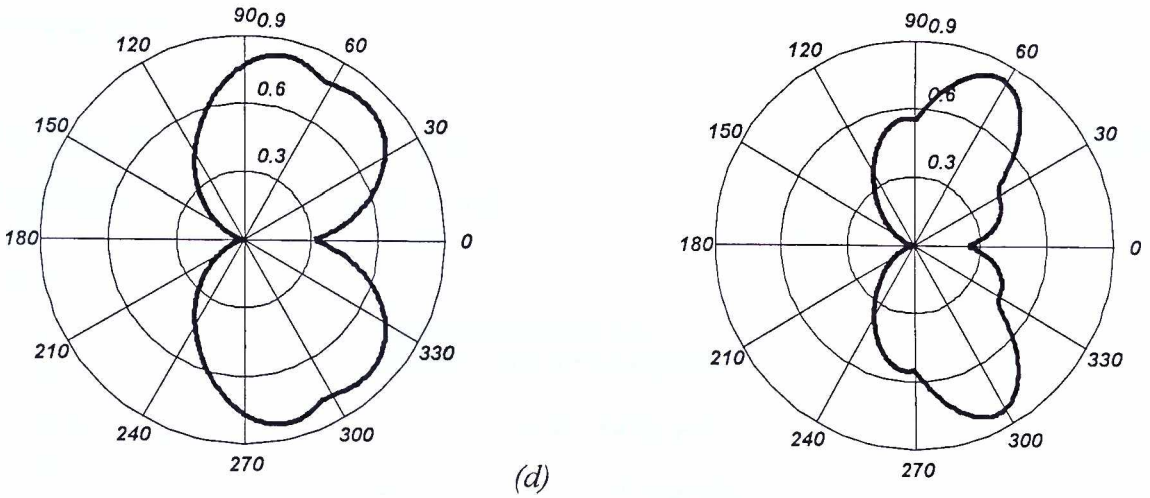
(a)



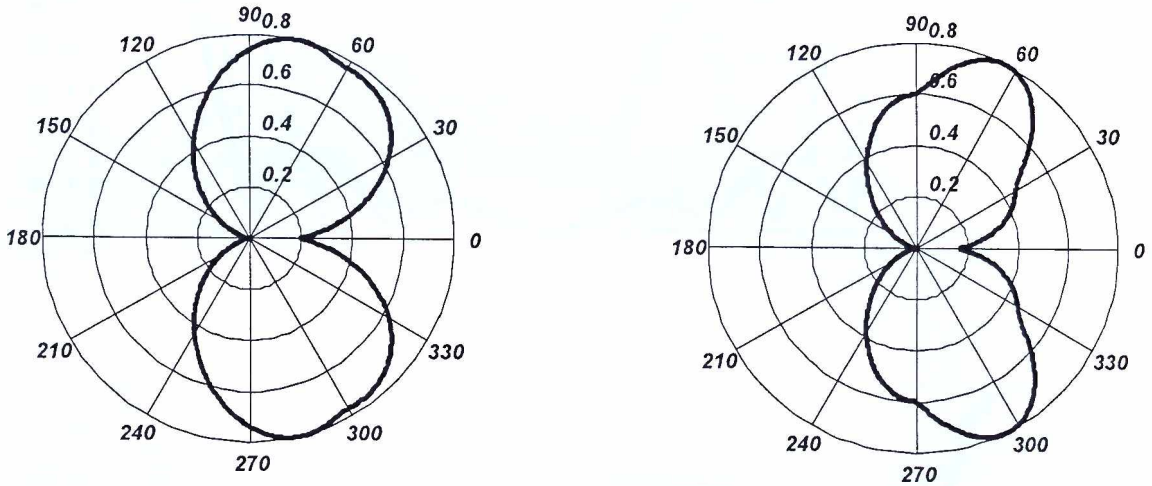
(b)



(c)



(d)



(e)

Slika 3.3.1.13 Dijagrami zračenja za različite prečnike zavojka spirale

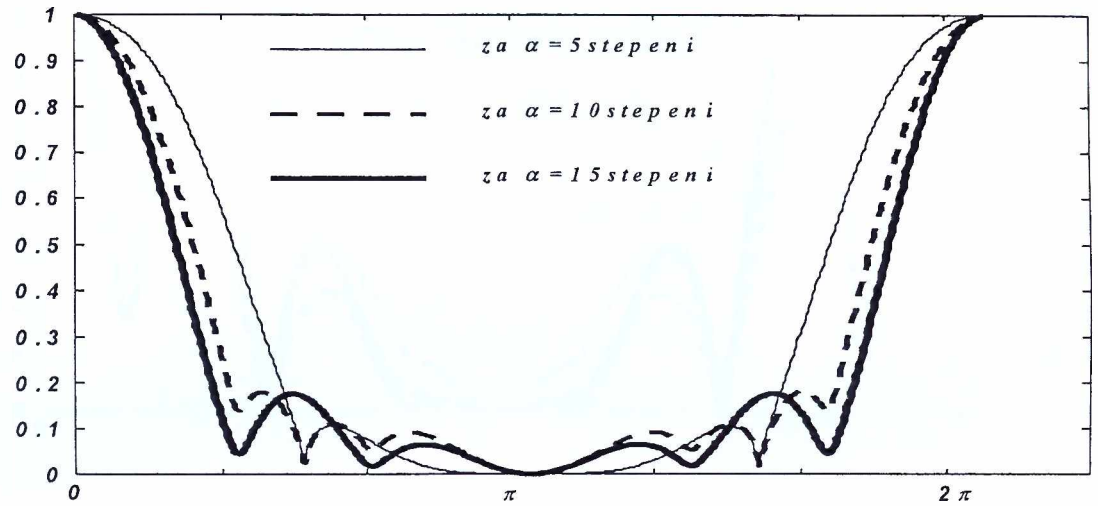
lijeva kolona E_φ komponenta polja, desna kolona E_θ komponenta polja

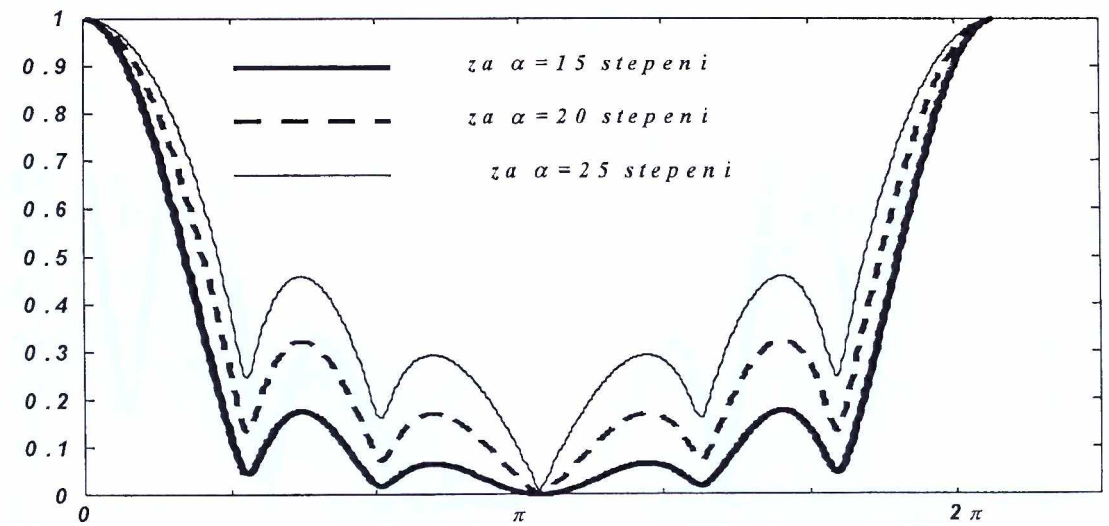
(a) $D\pi = 1/2\lambda$, *(b)* $D\pi = 1/4\lambda$, *(c)* $D\pi = 1/6\lambda$, *(d)* $D\pi = 1/8\lambda$, *(e)* $D\pi = 1/10\lambda$

Sa slika (3.3.1.12 i 13) uočava se da sa smanjenjem prečnika zavojka spirale opada zračenje u pravcu ose spirale, a povećavaju se bočni maksimumi zračenja. Kada je $D\pi << \lambda$, tj. već za $D\pi = 1/10\lambda$ imamo samo dva bočna kraka čiji su maksimumi zračenja pomjereni ($\pm 75^o$ kod E_φ komponente polja, $\pm 60^o$ kod E_θ komponente polja) u odnosu na osu spirale. Takođe, uočava se da što je manji prečnik zavojka spirale to su funkcije zračenja obije komponente polja sve ravnije. Ovo je bilo i za očekivati, jer spirala vrlo malog prečnika zavojka teži obliku tanke žičane antene.

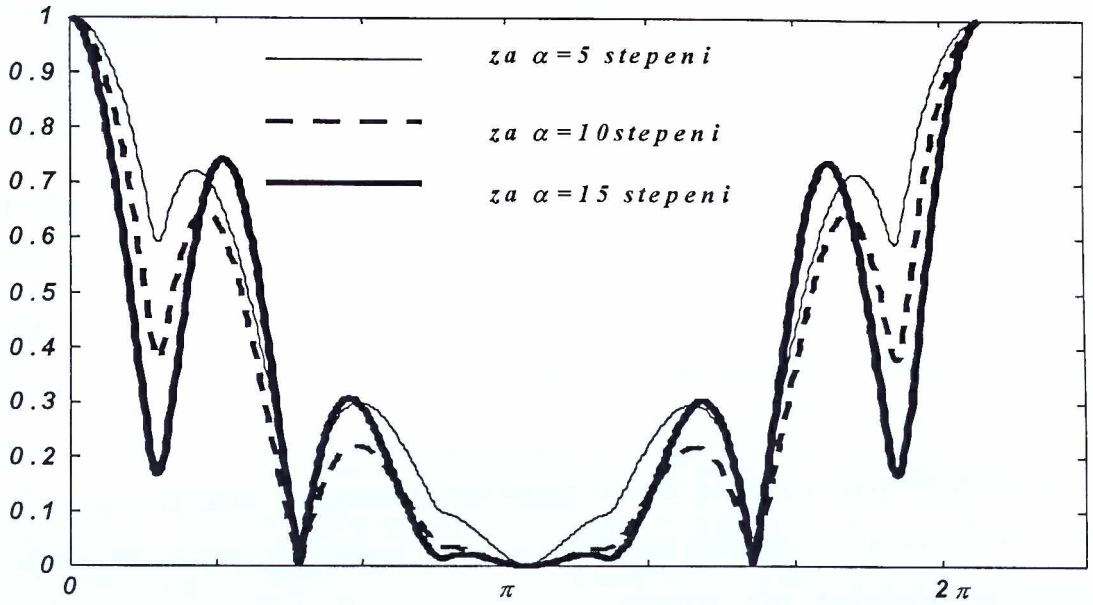
(4) Zavisnost dijagrama zračenja od ugla koraka spirale

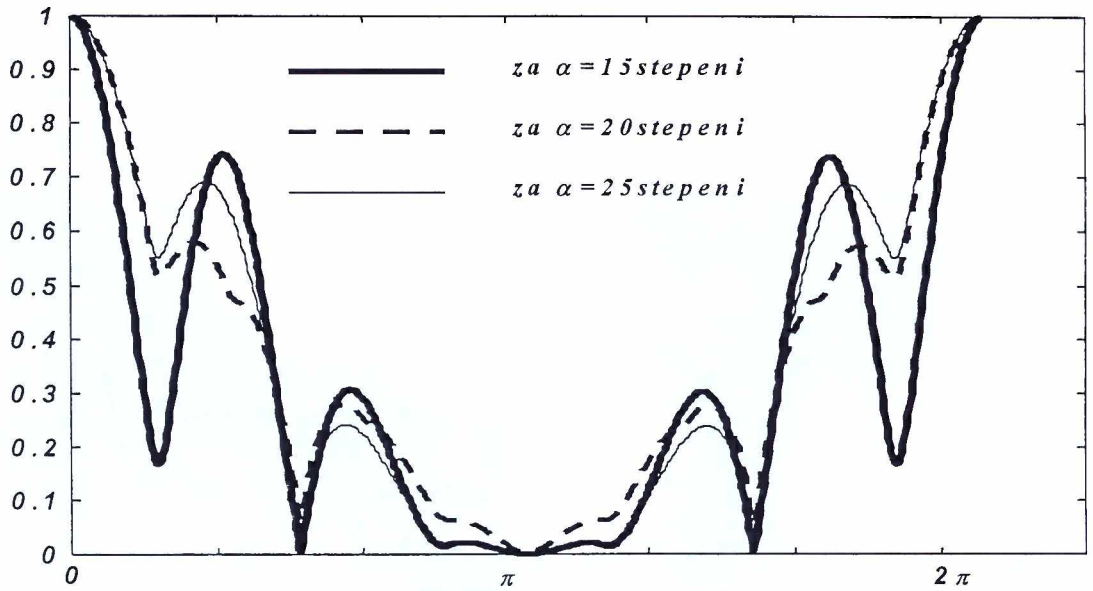
Na slici 3.3.1.14 dati su dobijeni dijagrami zračenja spiralne antene za različite uglove koraka spirale. Vrijednosti ostalih parametara su $n = 3$ $c = \lambda$; $D\pi = \lambda$.





(a)





(b)

Slika 3.3.1.14 Uporedni dijagrami zračenja za različite uglove koraka spirale

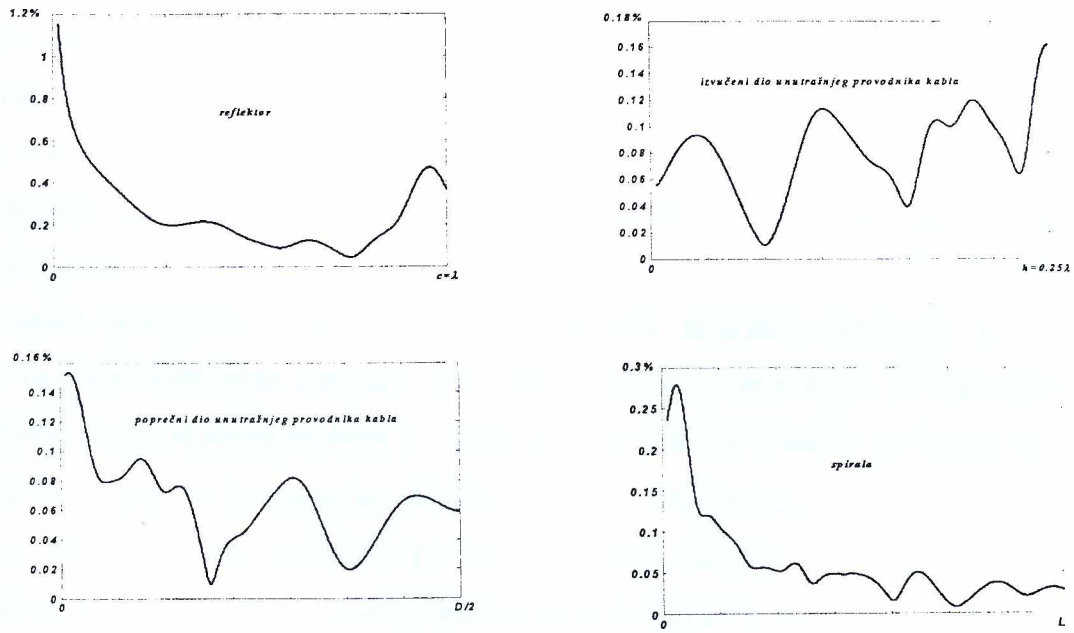
(a) E_φ komponenta, (b) E_θ komponenta

U tabeli 3.3.1.1 data je direktivnost spiralne antene za različite uglove koraka spirale.

α	$\alpha = 5^o$	$\alpha = 10^o$	$\alpha = 15^o$	$\alpha = 20^o$	$\alpha = 25^o$
D	2.21	3.76	3.92	3.34	2.53

Sa slike (3.3.1.14) i tabele (3.3.1.1) se uočava da sa povećanjem ugla koraka spirale od $5^o \leq \alpha \leq 15^o$ smanjuje se širina glavnog kraka lepeze i raste direktivnost antene. Sa promjenom ugla koraka spirale od $15^o < \alpha \leq 25^o$ pojačava se zračenje u bočnim pravcima i direktivnost antene opada. Na osnovu izloženog možemo zaključiti da se najbolji efekti postižu ako je vrijednost ugla koraka oko 15°.

U svim analiziranim slučajevima vrlo velika tačnost pri zadovoljavanju graničnog uslova na svim djelovima antene postignuta je sa oko trideset članova u razvoju (2.3.1). Na slici (3.3.1.15) data je greška koja se javlja prilikom zadovoljavanja graničnog uslova na svim djelovima antene.



Slika 3.3.1.15 Greška pri zadovoljavanju graničnog uslova

$(c = \lambda,\ n = 3,\ D\pi = \lambda,\ \alpha = 15^o)$

ZAKLJUČAK

Ispitivana je mogućnost korišćenja metoda najmanjih kvadrata za analizu antena različitog oblika. Polje antene je određeno na osnovu talasnih potencijala talasne jednačine, koji se predstavljaju kao linearna kombinacija baznih funkcija. Bazne funkcije, a samim tim i njihova linearna kombinacija identički zadovoljavaju talasnu jednačinu , tako da je jedini izvor greške nepotpuno zadovoljenje graničnog uslova. Nepoznate koeficijente razvoja određivali smo pomoću metoda najmanjih kvadrata čija suština je minimiziranje kvadrata greške na samoj anteni. U nekim slučajevima, zadovoljenje graničnog uslova zadatog na uobičajen način, linearnom kombinacijom baznih funkcija praktično je nemoguće ispuniti ako je segment gdje je priključen izvor vrlo mali u odnosu na dužine krakova antene. Iz tog razloga, pribjeglo se preformulaciji graničnog uslova. Naime, uveli smo na metalnoj površini krakova antene pomoćni skalarni potencijal ψ nezavisan od vremena. Magnetna komponenta elektromagnetnog polja je ostala ista, dok električna komponenta sada pored radijacionog polja sadrži i pomoćno polje. Prostije rečeno, dodali smo statičko električno polje duž metalne površine krakova antene koje ne učestvuje u polju zračenja. Znači polje u zoni zračenja ostaje nepromijenjeno, kao i karakteristična funkcija zračenja. Na ovaj način smo postigli da linearna kombinacija baznih funkcija veoma dobro zadovoljava ovako zadat granični uslov.

Opisanim postupkom analizirano je pet različitih antenskih struktura. U glavi 3.1 analizirane su osno simetrične antenske strukture, tj. strukture kod kojih je zastupljena osna simetrija. Pošto polje ne zavisi od ugla φ , polje zračenja ovakve antenske strukture postaje TM talas u pravcu r, čije se komponente dobijaju pomoću magnetskog vektor potencijala. Kod nesimetrične linijske antene analiziran je uticaj skraćenja donjeg kraka antene na funkciju zračenja. Dobijeno je očekivano smanjenje maksimuma zračenja i pomijeranje tih maksimuma u odnosu na ekvatorijalni pravac, utoliko veće ukoliko je nesimetričnost veća. Radi potvrde naših rezultata, oni su upoređeni sa rezultatima iz [14]. Ovdje se veoma dobro zadovoljenje graničnog uslova postiže već sa deset članova razvoja. Analiziran je takođe i slučaj simetrične i asimetrične

bikonične antene, manjeg i većeg ugla konusa. Dobijene funkcije zračenja upoređene su sa rezultatima iz [15]. Uočeno je, da su funkcije zračenja simetrične bikonične antene manjeg ugla konusa , ravnije u poređenju sa funkcijom zračenja bikonične antene većeg ugla konusa. Ovo je bilo i za očekivati, jer bikonična antena opadajućeg ugla teži ka obliku žičane antene. U slučaju asimetrične bikonične antene, uočeno je da se maksimumi zračenja pomjeraju u pravcu manjeg ugla konusa. Takođe, u slučaju većih električnih dužina kraka antene, funkcija zračenja je smještena unutar trougla određenog uglovima konusa. Do istih zaključaka došlo se primjenom teorije izložene u [15]. Ovdje se, u svim analiziranim slučajevima, veoma dobro zadovoljenje graničnog uslova postiže već sa osamnaest neparnih članova razvoja.

Jednostavnost metoda omogućila je analizu i složenijih oblika antena kao što je antenska struktura oblika kružne konture (glava 3.2). U ovom slučaju polje zračenja, bilo u bliskoj ili dalekoj zoni, ne pripada niti TE ni TM talasu. Komponente polja zračenja su dobijene uzimajući oba vektorska potencijala, tj magnetni i električni vektor potencijal. Analiziran je uticaj poluprečnika konture na funkciju zračenja. Utvrđeno je, da u slučaju kada je izvor smješten u prosjepu malog ugla α, tj. kada $\alpha \to 0$, u zoni zračenja praktično postoje samo TE talasi, dok za veće vrijednosti ugla α postoje i TE i TM talasi . Dobijeno je polje u bliskoj zoni i upoređeno sa rezultatima iz [19]. Jednostavnost metoda je omogućila nalaženje raspodjele strujnog toka duž konture.U slučaju veoma male kružne konture dobijeni strujni tok je uniformno raspređen duž konture, a u svim ostalim slučajevima raspodjela struje duž konture je dosta složena funkcija. Ovdje se veoma dobro zadovoljenje graničnog uslova postiže sa dvanest članova razvoja. Analizirana je takođe i antenska struktura oblika simetrične i ekscentrične Arhimedove spirale. Za različite vrijednosti ekscentriciteta spirale, analiziran je uticaj konstante spirale i dužine kraka spirale na funkciju zračenja. Takođe, računato je maksimalno pojačanje u svim slučajevima. Uočeno je, da sa povećanjem ekscentričnosti, pojačanje u pravcu maksimalnog zračenja raste. Jednostavnost metoda je omogućila nalaženje raspodjele strujnog toka duž krakova antene. Dobijeni dijagrami pojačanja, raspodjele struje duž krakova antene i ulazne impedanse upoređeni su sa rezultatima iz [20]. I u ovom slučaju veoma dobro zadovoljenje graničnog uslova je postignuto sa dvadeset članova razvoja.

U glavi (3.3) je analiziran složen slučaj spiralne antene sa reflektorom. Opisanim numeričkim postupkom analizirana je zavisnost dijagrama zračenja spiralne antene sa reflektorom

od sledećih parametara: prečnika reflektora, broja zavojaka spirale, prečnika zavojka spirale i ugla koraka spirale. Pokazalo se da je dovoljno je uzeti prečnik reflektora približno jednak radnoj talasnoj dužini da bi se ostvarila potrebna usmjerenost antene. Takođe, zaključujeno je da se željena širina glavnog kraka lepeze može postići uzimajući pet ili šest zavojaka spirale. Zračenje u pravcu ose spirale je dobijeno, ako je prečnik zavojka spirale približno jednak trećini radne talasne dužine. Takođe, utvrđeno je da se najbolja direktivnost antene postiže ako je ugao koraka zavojka spirale oko 15°. Veoma dobro zadovoljenje graničnog uslova na svim djelovima antene postignuto je sa trideset članova razvoja.

Na osnovu izloženoga metod se pokazao vrlo tačnim i relativno jednostavnim za korišćenje, što ga preporučuje za još detaljniju analizu svake analizirane antenske strukture, kao i antena još složenijeg oblika.

LITERATURA

[1] Hisamatsu Nakano, Y. Shinma and J. Yamauchi "*A Monofilar Spiral Antenna and Its Array Above a Ground Plane Formation of a Circulary Polarized Tilted Fan Beam*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, No 10, October 1997.

[2] S.K.Khamas and G.G.Cook,"*Moment-Method Analysis of Printed Wire Spirals Using Curved Piecewise Sinusoidal Subdomain Basis and Testing Functions*", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, No 6, Jun 1997

[3] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill Book Company, New York 1961, pp. 264-269.

[4] O.M.Ramahi,"*Near-and Far-Field Calculations in FDTD Simulations Using Kirchoff Surface Integral Representation*", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, No 5, May 1997.

[5] A. Shlivinski, E. Heyman and R. Kastner, "*Antenna Characterization in the Time Domain*", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, No 7, July 1997.

[6] D. Foster, "*Loop antennas with uniform current*," Proc. IRE, vol. 32, pp. 603- 607, Oct. 1944.

[7] J. B. Sherman, "*Circular loop antennas with uniform current*," Proc. IRE, vol. 32, pp. 534-537, Sept. 1944.

[8] LJ.Stanković, S.Jovićević," *Boundary Condition Expansion of Basis Functions Method Implemented by Fast Fourier Transform Algorithms*", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol.38, no.3, march 1990.

[9] LJ.Stanković, S.Jovićević," *Modified least squares method with application to diffraction and eigenvalue problems*", IEEE Procedings, vol.135, Pt.H, no.5, october 1988.

[10]S.Jovićević, Lj. Stanković," *The least-squares boundary residual method in electrostatic and eddy-currents problems*", IEE Trans. on Magnetics, 1988.

[11]Lj. Stanković, S. Jovićević,"*A round-ridge waveguide*", Ann. Telecommun., vol.43, no.5-10, 1988.

[12]S.Jovićević,A.Jovanović,"*Difrakcija talasa sa metalne rešetke sa polusfernim ispupčenjima*", XLI Konferencija ETRAN-a, sveska II, Zlatibor 1997.

[13]S.Jovićević,Lj.Stanković,"*Određivanje sopstvenih brojeva talasovoda složenog poprečnog presjeka* ", XXIX Konferencija ETRAN-a, sveska V, Niš 1985.

[14] Zhongxiang Shen, "*Rigorous Modal Expansion Analysis of Asymmetrical Dipole Antennas*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 49, pp. 1525'1531, November 2001.

[15] S. N. Samaddar and E. L. Mokole, "*Biconical Antennas with Unequal Cone Angles*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 46, pp. 181-193, Feb. 1998.

[16]G. Glivinski, "*Note on the circular loop antennas with nonuniform current distribution*," J.Appl. Phus., vol. 18, pp. 638-644, July 1947.

[17]P. L. Overfelt, "*Near Fields of the Constant Current Thin Circular Loop Antenna of Arbitrary Radius*" IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 44, no. 2, pp. 166-171, Febr. 1996.

[18]H. Douglas, "*An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas*" IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 44, no. 2, pp. 157-165, Febr. 1996.

[19]L. W. Li, M. S. Leong, P. S. Kooi and T. S. Yeo, "*Exact Solutions of Electromagnetic Fields in Both Near and Far Zones Radiated by Thin Circular-Loop Antennas: A General Representation*" IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, no. 12, pp. 1741-1748, Dec. 1997.

[20]R.T. Gloutak, Jr. and N.G. Alexopoulos, "*Two-Arm Eccentric Spiral Antenna*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, No 4, April 1997.

[21]S. M. Prasad and B. N. Das, "*A circular loop antenna with traveling wave current distribution*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-18, pp. 278-280, Mar. 1970.

[22] P. D. P. Smith, "*The conical dipole of wide-angle*," J. Appl. Phys., vol. 19, pp. 11-23, 1948.

[23] C. T. Tai, "*On the theory of biconical antennas*," J. Appl. Phys., vol. 19, pp. 1155-1160, 1948.

[24] ____ , "*A study of the E.M.F. method*," J. Appl. Phys., vol. 20, pp. 717-723, 1949.

[25] ____ , "*Application of variational principle to biconical antennas*," J. Appl. Phys., vol. 20, pp. 1076-1084, 1949.

[26] C. H. Papas and R. W. P. King, "*Input impedance of wide-angle conical antennas fed by a coaxial line*," Proc. IRE, vol. 37, pp. 1269-1271, 1949.

[27] ____ , "*Radiation from wide-angle conical antennas fed by a coaxial line*," Proc. IRE, vol. 39, pp. 49-51, 1951.

[28] S. S. Sandler and R. W. P. King, "*Compact conical antennas for wide-band coverage*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 42, pp. 436-439, Mar. 1994.

[29] F. Demmerle and W. Wiesbeck, "*A Biconical Multibeam Antenna for Space-Division Multiple Acces*," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 46, pp. 782-787, June 1998.

[30] S. A. Schelkunoff, Advanced Antenna Theory. New York: Wiley, 1952

[31] S. A. Schelkunoff, Electromagnetic Waves. New York: Van Nostrand, 1943, ch. XI.

[32]R. W. P. King and G. S. Smith, Antennas in Matter: Fundamentals, Theory and Applications. Cambridge, MA: MIT Pres, 1981.

[33]C. A. Blanis, Antenna theory: Analysis and Design. New York: Wiley, 1982.

[34]R. E. Collin, Antennas and Radiowave Propagation. New York: McGraw-Hill, 1985

PRILOZI

Potprogram za definisanje sferne Besselove funkcije prvog reda

```
function j=bess(n,x)
 j=sqrt(pi*x/2).*besselj(n+1/2,x);
end
```

Potprogram za definisanje izvoda sferne Besselove funkcije prvog reda

```
function s=bessi(n,x)
dx=0.001;
   s=(bess(n,x+dx)-bess(n,x))/dx;
end
```

Potprogram za definisanje Henkelove funkcije drugog reda

```
function h=henk(n,x)
   h=sqrt(pi*x/2).*(besselj(n+1/2,x)-i*bessely(n+1/2,x));
end
```

Potprogram za definisanje Lezandrovih polinoma prvog reda

```
function p=leg(n,x)
   p=legendre(n,cos(x));
end
```

Potprogram za definisanje izvoda Lezandrovih polinoma prvog reda

```
function z=legi(n,x)
dx=0.001;
    z=(leg(n,cos(x+dx))-leg(n,cos(x)))/dx;
end
% definisanje bazne funkcije
function f=Ad(n,x)
      k=2*pi;
   f=n*(n+1)*bess(n,x)./((x/k).^2);
end
```

% Program za nesimetričnu linijsku antenu

```
V=input('unesiV');
lamda=input('unesi lamda');
l=input('unesi l');
lc=input('unesi lc');
kd=0.001;
k=2*pi/lamda;
c=300000000,
E=8.85e-12;
omega=2*pi*c/lamda;
y=1/(i*omega*E);
delta=0.001;
 r=delta:kd:l;
  rc=delta:kd:lc;
d=length(r);
for n=1:V
  eval(['p' int2str(n) '=(-1)^n;']);
end
for n=1:V
  eval(['Ard' int2str(n) '=Ad(n,k*rc)*p' int2str(n) ';']);
end
for n=1:V
 for m=1:V
   eval(['A(n,m)=sum(Ad(n,k*r).*conj(Ad(n,k*r)))*kd+sum(Ard'      int2str(n)      '.*conj(Ard'
int2str(m) '))*kd;']);
 end
end
for n=1:V
   eval(['B(n)=(1/delta)*(sum(conj(Ad(n,k*r)))*kd-sum(conj(Ard' int2str(n) ')*kd=);']);
end
Ck=inv(A)*B';
for n=1:V
   eval(['C' int2str(n) '=Ck(n,1);']);
```

```
end
t=0.001:0.0628:2*pi;
g=lc+(l-lc)*(1+cos(t))/2;
for n=1:V
  eval(['b' int2str(n) '=C' int2str(n) '.*(bess(n,k*g))./exp(-i*k*g);']);
end
for n=1:V
  eval(['f' int2str(n) '=leg(' int2str(n) ',t);']);
end
for n=1:V
  eval(['z' int2str(n) '=f' int2str(n) '(1,:);']);
end
 for n=1:V
   eval(['r' int2str(n) '=f' int2str(n) '(2,:);']);
end
 e=0;
for n=1:V
   eval(['e=e+(i^(n+1))*(b' int2str(n) ').*(r' int2str(n) ');']);
end
w=0;
wc=0;
for n=1:V
   eval(['w=w+C' int2str(n) '*Ad(n,k*r);']);
end
for n=1:V
   eval(['wc=wc+C' int2str(n) '*Ard' int2str(n) ';']);
end
end
```

% Program za bikoničnu antenu

```
alfa1=input('unesi alfa1');
alfa2=input('unesi alfa2');
a=input('unesi a')
delta=input('unesi delta');
```

```
kd=0.001;
k=2*pi/lamda;
c=300000000;
E=8.85e-12;
omega=2*pi*c/lamda;
y=1/(i*omega*E);
r=delta*cos(alfa):kd:a;
teta1=0:kd:alfa1;
teta2=alfa2:kd:pi;
V=input('unesi V');
for n=1:V
  eval(['P' int2str(n) '=legendre(n,cos(alfa1));']);
end
for n=1:V
  eval(['Pa' int2str(n) '=legendre(n,cos(teta1));']);
end
for n=1:V
  eval(['Pd' int2str(n) '=legendre(n,cos(alfa2));']);
end
for n=1:V
  eval(['Pda' int2str(n) '=legendre(n,cos(teta2));']);
end
for n=1:V
  eval(['p' int2str(n) '=P' int2str(n) '(1,1);']);
end
for n=1:V
  eval(['pa' int2str(n) '=Pa' int2str(n) '(1,:);']);
end
for n=1:V
  eval(['pd' int2str(n) '=Pd' int2str(n) '(1,1);']);
end
for n=1:V
  eval(['pda' int2str(n) '=Pda' int2str(n) '(1,:);']);
```

```
end
for n=1:V
  eval(['Ad' int2str(n) '=n*(n+1)*bess(n,k*r)*p' int2str(n) './(r.^2);']);
end
for n=1:V
  eval(['Add' int2str(n) '=n*(n+1)*bess(n,k*r)*pd' int2str(n) './(r.^2);']);
end
for n=1:V
  eval(['Ada' int2str(n) '=(1/a)*bessi(n,k*a)*diff(pa' int2str(n) '))./diff(teta1));']);
end
for n=1:V
  eval(['Adaa' int2str(n) '=(1/a)*bessi(n,k*a)*diff(pda' int2str(n) '))./diff(teta2));']);
end
for n=1:V
 for m=1:V
  eval(['A(n,m)=sum(2*pi*r.*Ad'int2str(n)'.*conj(Ad'int2str(m)).*sin(alfa1).*cos(alfa1)*kd)+
sum(2*pi*r.*Add'int2str(n)'.*conj(Add'int2str(m)).*sin(alfa2).*cos(alfa2)*kd)+sum(2*pi*a^2.
*sin(teta1).*Ada' int2str(n) '.*conj(Ada' int2str(m) '))*kd+sum(2*pi*a^2.*sin(teta2).*Adaa'
int2str(n) '.*conj(Adaa' int2str(m) '))*kd;']);
end
end
for n=1:V
  eval(['B(n)=-sum((delta./(r.*cos(alfa1))).*2*pi*r.*sin(alfa1).*cos(alfa1).*conj(Ad'int2str(n)
'))*kd+sum((delta./(r.*cos(alfa2))).*2*pi*r.*sin(alfa2).*cos(alfa2).*conj(Add'int2str(n) '))*kd-
sum((delta.*sin(alfa1)/(cos(alfa1).*sin(teta1)*a)).*2*pi*a^2.*sin(teta1).*conj(*Ada' int2str(n)
'))*kd+ sum((delta.*sin(alfa2)/(cos(alfa2).*sin(teta2)*a)).*2*pi*a^2.*sin(teta2).*conj(*Adaa'
int2str(n) '))*kd;']);
end
Ck=inv(A)*B';
for n=1:V
  eval(['C' int2str(n) '=Ck(n,1);']);
end
eval(['C' int2str(n) '=Ck(n,1);']);
```

```
end
t=0.001:0.0628:2*pi;
g=a;
for n=1:V
  eval(['b' int2str(n) '=C' int2str(n) '.*(bess(n,k*g))./henk(n,k*g);']);
end
for n=1:V
  eval(['f' int2str(n) '=leg(n,cos(t));']);
end
for n=1:V
  eval(['z' int2str(n) '=f' int2str(n) '(1,:);']);
end
 for n=1:V
   eval(['r' int2str(n) '=f' int2str(n) '(2,:);']);
end
 e=0;
for n=1:V
   eval(['e=e+(i^(n+1))*(b' int2str(n) ').*(r' int2str(n) ');']);
end
```

% Program za kružnu konturu

```
a=input('unesi a')
teta=pi/2;
kfi=0.001;
fi=0:kfi:2*pi;
zc=120*pi;
c=300000000;
E=8.85*10^(-12);
Mi=4*pi*10^(-7);
lamda=input('unesi lamda');
omega=2*pi*c/lamda;
y=i*omega*E;
z=i*omega*Mi;
```

```
N=input('unesi N');
M=N;
kt=2*pi/lamda;
for n=1:N
 for m=0:n
   eval(['P' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,teta);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pi' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,teta);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['d' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*P' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['di' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Pi' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
a0=0;
  eval(['a' int2str(n) '=a' int2str(n-1) '+n-1;']);
end
for n=1:V
  eval(['b(n)=a' int2str(n) ';']);
end

for n=1:V
```

```
 for m=0:n
  eval(['p' int2str(n+m+b(1,n)) '=d' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['pi' int2str(n+m+b(1,n)) '=di' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
for n=1:N
  for m=0:n
   eval(['fa' int2str(n) int2str(m) '=((i*m/y*a)*bessi(n,k*a)*p' int2str(n) int2str(m) ') ';']);
end
end
for n=1:N
  for m=0:n
   eval(['fb' int2str(n) int2str(m) '=((1/a)*bess(n,k*a)*pi' int2str(n) int2str(m) ') ';']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['S(n)=' int2str(n+m+b(1,n)) ';']);
end
end
s=S(1,length(S));
% sumirana bazna f-ja
for k=s+1:2*s
  eval(['fa' int2str(k) '=fb' int2str(k-s) ';']);
end
for k=1:2*s
  for p=1:2*s
    eval(['A(k,p)=sum(fa(k,1:length(fi)).*conj(fa(s,1:length(fi))))*a*kfi;']);
end
```

```
end
for k=1:2*s
  eval(['B(k,1)=sum(conj(fa(k,1:length(fi))))*a*kfi;']);
end
C=inv(A)*(B);
for k=1:2*s
    eval(['Ck' int2str(k) '=C(k,1);']);
end
g=a;
for n=1:N
 for m=0:n
  eval(['D' int2str(n+m+b(1,n)) '=C(n+m+b(1,n),1)*bess(n,k*g)./henk(n,k*g);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['F' int2str(n+m+b(1,n)) '=C(s+n+m+b(1,n),1)*bess(n,k*g)./henk(n,k*g);']);
end
end
end
df=0.001;
T=df:df:2*pi;
f=0*pi/180;
% lezandrovi polinomi
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['Pa' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,T);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['Pai' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,T);']);
end
```

```
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['da' int2str(n) int2str(m) '=(Pa' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['dai' int2str(n) int2str(m) '=(Pai' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
et=0;
for n=1:V
 for m=1:n
  eval(['et=et-((F' int2str(n+m+b(1,n)) '*m.*da' int2str(n) int2str(m) './sin(T))+D' int2str(n+m+b(1,n)) '*k.*dai' int2str(n) int2str(m) '/y).*exp(j*m*f)*j^(n+2);']);
end
end
ef=0;
for n=1:V
 for m=1:n
  eval(['ef=ef+(F' int2str(n+m+b(1,n)) '.*dai' int2str(n) int2str(m) '+D' int2str(n+m+b(1,n)) '.*k*m.*da' int2str(n) int2str(m) './(y*sin(T))).*exp(j*m*f)*j^(n+1);']);
end
end
% Program za Arhimedovu spiralu
lamda=input('unesi lamda');
delta=input('unesi delta');
input('unesi kk');
a=delta/(2*pi);
da=0.01;
fi=da:da:2*kk*pi;
fid=da+pi:da:(2*kk+1)*pi;
```

```
V=input('unesiV');
teta=pi/2+da;
K=input('unesi K');
bb=0.01;
r=a*fi.*(2*K*cos(fi)+1+K^2)+bb;
rd=a*(fid-pi).*(-2*K*cos(fi)+1+K^2)+bb;
k=2*pi/lamda;
c=300000000;
omega=2*pi*c/lamda;
E=8.85*10^(-12);
Mi=7*pi*10^(-7);
y=i*omega*E;
z=i*omega*Mi;
alfa=atan((2*K*cos(fi)-2*K*fi.*sin(fi)+1+K^2)./(fi.*(2*K*cos(fi)+1+K^2)));
alfad=atan((-2*K*cos(fi)+2*K*fi.*sin(fi)+1+K^2)./(fi.*(-2*K*cos(fi)+1+K^2)));
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['P' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,teta);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pi' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,teta);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['d' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*P' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['di' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Pi' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
```

```
end
end
for n=1:V
a0=0;
  eval(['a' int2str(n) '=a' int2str(n-1) '+n-1;']);
end
for n=1:V
  eval(['b(n)=a' int2str(n) ';']);
end

for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['p' int2str(n+m+b(1,n)) '=d' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['pi' int2str(n+m+b(1,n)) '=di' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
% bazne f-je
for n=1:V
  for m=0:n

eval(['fa'int2str(n+m+b(1,n))'=(n*(n+1)*bess(n,k*r).*sin(alfa)./(y*r.^2)+j*m*bessi(n,k*r).*cos
(alfa)./(y*r)).*p' int2str(n+m+b(1,n)) '.*exp(j*m*fi);']);
end
end
for n=1:V
  for m=0:n
   eval(['fb'int2str(n+m+b(1,n))'=bess(n,k*r).*pi'int2str(n+m+b(1,n))'
.*cos(alfa).*exp(j*m*fi)./r;']);
end
```

```
end
for n=1:V
 for m=0:n

eval(['fad'int2str(n+m+b(1,n))'=(n*(n+1)*bess(n,abs(k*rd)).*sin(alfad)./(y*rd.^2)+j*m*bessi(n
,abs(k*rd)).*cos(alfad)./(y*rd)).*p' int2str(n+m+b(1,n)) '.*exp(j*m*fi);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['fbd'int2str(n+m+b(1,n))'=bess(n,abs(k*rd)).*pi'int2str(n+m+b(1,n))
'.*cos(alfad).*exp(j*m*fi)./rd;']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['S(n)=' int2str(n+m+b(1,n)) ';']);
end
end
s=S(1,length(S));
% sumirana bazna f-ja
for k=s+1:2*s
  eval(['fa' int2str(k) '=fb' int2str(k-s) ';']);
end
% sumirana bazna f-ja za donji krak
for k=s+1:2*s
  eval(['fad' int2str(k) '=fbd' int2str(k-s) ';']);
end
% elementi duzine
dl=a*da*sqrt((fi.^2).*(2*K*cos(fi)+1+K^2).^2+(2*K*cos(fi)+1+K-2*K*fi.*sin(fi)).^2);
dld=a*da*sqrt((fi.^2).*(-2*K*cos(fi)+1+K^2).^2+(-2*K*cos(fi)+1+K+2*K*fi.*sin(fi)).^2);
  % elementi matrice a
for k=1:2*s
```

```
 for z=1:2*s
  eval(['A(k,z)=sum(fa' int2str(k) '.*conj(fa' int2str(z) ').*dl)+sum(fad' int2str(k) '.*conj(fad'
int2str(z) ').*dld);']);
end
end
% elementi matrice b
for k=1:2*s
    eval(['B(k)=sum(conj(fa' int2str(k) '(1,1)).*da)-sum(conj(fad' int2str(k) '(1,1)).*da);']);
end
end
C=inv((A))*B';
for k=1:2*s
 eval(['C' int2str(k) '=C(k,1);']);
end
g=max(r);
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['D' int2str(n+m+b(1,n)) '=C(n+m+b(1,n),1)*bess(n,k*g)./henk(n,k*g);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['F' int2str(n+m+b(1,n)) '=C(s+n+m+b(1,n),1)*bess(n,k*g)./henk(n,k*g);']);
end
end
df=2*pi/length(D1);
T=df:df:2*pi;
f=0*pi/180;
%f=df:df:2*pi;
% lezandrovi polinomi
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pa' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,T);']);
```

```
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pai' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,T);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['da' int2str(n) int2str(m) '=(Pa' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['dai' int2str(n) int2str(m) '=(Pai' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
et=0;
for n=1:V
 for m=1:n
  eval(['et=et-((F' int2str(n+m+b(1,n)) '*m.*da' int2str(n) int2str(m) './sin(T))+D'
int2str(n+m+b(1,n)) '*k.*dai' int2str(n) int2str(m) '/y).*exp(j*m*f)*j^(n+2);']);
end
end
ef=0;
for n=1:V
 for m=1:n
  eval(['ef=ef+(F' int2str(n+m+b(1,n)) '.*dai' int2str(n) int2str(m) '+D' int2str(n+m+b(1,n))
'.*k*m.*da' int2str(n) int2str(m) './(y*sin(T))).*exp(j*m*f)*j^(n+1);']);
end
end
Hr=0;
for n=1:V
```

```
 for m=0:n
  eval(['Hr=Hr+n*(n+1)*C'    int2str(s+n+m+b(1,n))    '*bess(n,k*r).*p'    int2str(n+m+b(1,n))
'.*exp(j*m*fi)./(z*r.^2);']);
 end
 end
 Ht=0;
 for n=1:V
  for m=0:n
  eval(['Ht=Ht+j*m*C'        int2str(n+m+b(1,n))        '*bess(n,k*r).*p'        int2str(n+m+b(1,n))
'.*exp(j*m*fi)./(r*sin(teta))+C'  int2str(s+n+m+b(1,n))  '*bessi(n,k*r).*pi'  int2str(n+m+b(1,n))
'.*exp(j*m*fi)./(z*r);']);
 end
 end
 Hf=0;
 for n=1:V
  for m=0:n
  eval(['Hf=Hf-
C'int2str(n+m+b(1,n))'*bess(n,k*r).*pi'int2str(n+m+b(1,n))'.*exp(j*m*fi)./r+j*m*C'
int2str(s+n+m+b(1,n)) '*bessi(n,k*r).*p' int2str(n+m+b(1,n)) '.*exp(j*m*fi)./(z*r.*sin(teta));']);
 end
 end
 faa=0;
 for k=1:2*s
  eval(['faa=faa+C' int2str(k) '*fa' int2str(k) ';']);
 end
 faad=0;
 for k=1:2*s
  eval(['faad=faad+C' int2str(k) '*fad' int2str(k) ';']);
 end
 end
  end
```

```
% Program za spiralu sa reflektorom
lamda=input('unesi lamda');
k=2*pi/lamda;
v=300000000;
omega=2*pi*v/lamda;
E=8.85*10^(-12);
Mi=7*pi*10^(-7);
y=i*omega*E;
z=i*omega*Mi;
V=input('unesi V');
% reflektor
h=input('unesi h');
a=input('unesi a');
bb=input('unesi bb');
c=input('unesi c');
dtetap=0.01;
tetap=pi-atan(c/h):dtetap:pi-atan(a/h);
tetapp=pi-atan(bb/h):dtetap:pi-atan(a/h);
rp=h./cos(pi-tetap);
dfi=2*pi/length(tetap);
fii=0:dfi:2*pi-dfi;
fi=fii';
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pp' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,tetap);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Ppi' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,tetap);']);
end
end
for n=1:V
```

```
 for m=0:n
   eval(['dp' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Pp' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['dpi' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Ppi' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
a0=0;
  eval(['a' int2str(n) '=a' int2str(n-1) '+n-1;']);
end
for n=1:V
  eval(['b(n)=a' int2str(n) ';']);
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['pp' int2str(n+m+b(1,n)) '=dp' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['ppi' int2str(n+m+b(1,n)) '=dpi' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
% bazne fun. za fnm(1)=fa
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['ff' int2str(m) '=exp(j*m*fi);']);
end
end
for n=1:V
```

```
 for m=0:n
  eval(['fa' int2str(n+m+b(1,n)) '=ff' int2str(m) '*((j*m./(y*rp.*sin(tetap))).*bessi(n,k*rp).*pp'
int2str(n+m+b(1,n)) ');']);
end
end
% bazne fun.za fnm(2)=fb
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['fb' int2str(n+m+b(1,n)) '=ff' int2str(m) '*((1./rp).*bess(n,k*rp).*ppi'
int2str(n+m+b(1,n)) ');']);
end
end
% bazne fun.za fnm(11)=faa
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['faa' int2str(n+m+b(1,n)) '=ff' int2str(m) '*(((1./(y*rp.^2)).*n*(n+1).*bess(n,k*rp).*pp'
int2str(n+m+b(1,n)) '.*sin(tetap)))+ff' int2str(m) '*((1./(y*rp)).*bessi(n,k*rp).*ppi'
int2str(n+m+b(1,n)) '.*cos(rp));']);
end
end
% bazne fun.za fnm(22)=fbb
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['fbb' int2str(n+m+b(1,n)) '=ff' int2str(m) '*((-j*m./(rp.*sin(tetap))).*bess(n,k*rp).*pp'
int2str(n+m+b(1,n)) ');']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['S(n)=' int2str(n+m+b(1,n)) ';']);
end
end
s=S(1,length(S));
```

```
for k=s+1:2*s
  eval(['fa' int2str(k) '=fb' int2str(k-s) ';']);
end
for k=s+1:2*s
  eval(['faa' int2str(k) '=fbb' int2str(k-s) ';']);
end
% izvučeni dio kabla
tetaik=pi;
drik=h/length(tetap);
rik=0.001:drik:h;
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pik' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,tetaik);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['dik' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Pik' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['pik' int2str(n+m+b(1,n)) '=dik' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
% bazne fun. za fnm(3)=fik
for n=1:V
  for m=0:n
   eval(['fik' int2str(n+m+b(1,n)) '=ff' int2str(m) '*((1./(y*rik.^2)).*n*(n+1).*bess(n,k*rik).*pik'
int2str(n+m+b(1,n)) ');']);
end
end
for k=s+1:2*s
```

```
  eval(['fik' int2str(k) '=0*fik' int2str(k-s) ';']);
end
% poprečni dio kabla
D=input('unesi D');
tetapk=pi/2;
fpk=0;
drpk=(D/2)/length(tetap);
rpk=0.001:drpk:D/2;
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Ppk' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,tetapk);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['dpk' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Ppk' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['ppk' int2str(n+m+b(1,n)) '=dpk' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
% bazne fun. za fnm(4)=fpk
for n=1:V
  for m=0:n
   eval(['fpk'          int2str(n+m+b(1,n))          '=(1./(y*rpk.^2)).*n*(n+1).*bess(n,k*rpk).*ppk'
int2str(n+m+b(1,n)) '.*exp(j*m*fpk);']);
end
end
for k=s+1:2*s
  eval(['fpk' int2str(k) '=0*fpk' int2str(k-s) ';']);
end
```

```
% spirala
w=pi*D*tan(12*pi/180);%input(' unesi w');% w je s rastojanje izmedju zavijutaka
q=input(' unesi q');
dt=0.01;
t=0:dt:2*pi;
rs=sqrt(((D/2)^2)+(w*q*t/(2*pi)).^2);
fis=q*t;
tetas=acos(w*q*t./(2*pi*rs));
% koeficijenti pravca tangente
mt=((w*q/2*pi)^2)./rs;
nt=(-w*q*D)./(4*pi*rs);
pt=(q*D/2)*ones(1,length(mt));
tt=sqrt(mt.^2+nt.^2+pt.^2);
Mt=mt./tt;
Nt=mt./tt;
Pt=pt./tt;
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Ps' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,tetas);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Psi' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,tetas);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['ds' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Ps' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
```

```
 for m=0:n
   eval(['dsi' int2str(n) int2str(m) '=round(1000*Psi' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['ps' int2str(n+m+b(1,n)) '=ds' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['psi' int2str(n+m+b(1,n)) '=dsi' int2str(n) int2str(m) '/1000;']);
end
end
% bazne fun. za fnm(5)=fs
for n=1:V
  for m=0:n
   eval(['fs'  int2str(n+m+b(1,n))  '=((n*(n+1)./(y*rs.^2)).*bess(n,k*rs).*ps'  int2str(n+m+b(1,n))
'.*Mt.*exp(j*m*fis))+((1./(y*rs)).*bessi(n,k*rs).*psi'                          int2str(n+m+b(1,n))
'.*Nt.*exp(j*m*fis))+(j*m./(y*rs.*sin(tetas))).*bessi(n,k*rs).*ps'              int2str(n+m+b(1,n))
'.*Pt.*exp(j*m*fis);']);
end
end
% bazne fun.za fnm(6)=fss
for n=1:V
  for m=0:n
   eval(['fss'              int2str(n+m+b(1,n))              '=((-j*m./(rs.*sin(tetas))).*bess(n,k*rs).*ps'
int2str(n+m+b(1,n))      '.*Nt.*exp(j*m*fis))+(1./rs).*bess(n,k*rs).*psi'      int2str(n+m+b(1,n))
'.*Pt.*exp(j*m*fis);']);
end
end
for k=s+1:2*s
  eval(['fs' int2str(k) '=fss' int2str(k-s) ';']);
```

```
end
% računanje integrala
for k=1:2*s
  for z=1:2*s
   eval(['Ip(k,z)=sum(sum(fa' int2str(k) '.*conj(fa' int2str(z) '))*dfi)*dtetap;']);
end
end
for k=1:2*s
  for z=1:2*s
   eval(['Ipp(k,z)=sum(sum(faa' int2str(k) '.*conj(faa' int2str(z) '))*dfi)*dtetap;']);
end
end
for k=1:2*s
  for z=1:2*s
   eval(['Iik(k,z)=sum(sum(fik' int2str(k) '.*conj(fik' int2str(z) ')*dfi)*drik);']);
end
end
for k=1:2*s
  for z=1:2*s
   eval(['Ipk(k,z)=sum(fpk' int2str(k) '.*conj(fpk' int2str(z) ')*drpk);']);
end
end
for k=1:2*s
  for z=1:2*s
   eval(['Is(k,z)=sum(fs' int2str(k) '.*conj(fs' int2str(z) ').*dt);']);
end
end
% elementi matrice a
 A=Ip+Ipp+Iik+Ipk+Is;
% elementi matrice b
for k=1:2*s
ts=(1./(rp(1,length(rp)-length(tetapp):length(rp))*log(bb/a)));
```

```
    eval(['B(k)=sum(sum(ts.*conj(faa'                    int2str(k)                    '(1,length(rp)-
length(tetapp):length(rp))))*dfi)*dtetap;']);
end
end
C=inv((A))*B';
for k=1:2*s
  eval(['C' int2str(k) '=C(k,1);']);
end
g=max(r);
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['D' int2str(n+m+b(1,n)) '=C(n+m+b(1,n),1)*bess(n,k*g)./henk(n,k*g);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['F' int2str(n+m+b(1,n)) '=C(s+n+m+b(1,n),1)*bess(n,k*g)./henk(n,k*g);']);
end
end
dT=0.01;
T=dT:dT:2*pi-dT;
dF=0.01;
FF=dF:dF:2*pi-dF;
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pe' int2str(n) int2str(m) '=leg(n,T);']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['Pei' int2str(n) int2str(m) '=legi(n,T);']);
end
end
```

```
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['de' int2str(n) int2str(m) '=(Pe' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
for n=1:V
 for m=0:n
   eval(['dei' int2str(n) int2str(m) '=(Pei' int2str(n) int2str(m) '(m+1,:));']);
end
end
et=0;
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['et=et+(-(F' int2str(n+m+b(1,n)) '*j*m.*de' int2str(n) int2str(m) './sin(T))+D'
int2str(n+m+b(1,n)) '*j*k.*dei' int2str(n) int2str(m) '/y).*exp(j*m*0)*j^(n+1);']);
 end
 end
ef=0;
for n=1:V
 for m=0:n
  eval(['ef=ef+(F' int2str(n+m+b(1,n)) '.*dei' int2str(n) int2str(m) '+D' int2str(n+m+b(1,n))
'.*k*m.*de' int2str(n) int2str(m) './(y*sin(T))).*exp(j*m*0)*j^(n+1);']);
 end
 end
```

PODACI POTREBNI ZA DIGITALIZACIJU DOKTORSKE DISERTACIJE

Ime i prezime autora Ana Jovanović
Godina rođenja 1970.
E-mail anaj@ac.me
Organizaciona jedinica Univerziteta Crne Gore Elektrotehnički fakultet
Naslov doktorske disertacije Analiza složenih antenskih struktura metodom najmanjih kvadrata
Prevod naslova na engleski jezik Analysis of arbitrary shaped antenna by using the Least Square Boundary Method
Datum odbrane 21. 6. 2004.
Signatura u Univerzitetskoj biblioteci1
Naslov, sažeci, ključne riječi (priložiti dokument sa podacima potrebnim za unos doktorske disertacije u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore)
Izjava o korišćenju (priložiti potpisanu izjavu)
Napomena
1 Podatak o signaturi (lokaciji) može ispuniti biblioteka organizacione jedinice/Univerzitetska biblioteka

PODACI POTREBNI ZA UNOS DOKTORSKE DISERTACIJE U DIGITALNI ARHIV
UNIVERZITETA CRNE GORE

Prevod naslova disertacije na engleski jezik
Analysis of arbitrary shaped antenna by using the Least Square Boundary Method
Mentor i članovi komisija (za ocjenu i odbranu)
Mentor – prof. dr Svetozar Jovićević
Komisija za ocjenu
1. Akademik dr Aleksandar Marinčić
2. Prof. dr Svetozar Jovićević
3. Prof. dr Dragan Filipović
Komisija za odbranu
1. Akademik dr Aleksandar Marinčić
2. Prof. dr Svetozar Jovićević
3. Prof. dr Dragan Filipović
4. Akademik dr Ljubiša Stanković
5. Prof. dr Bratislav Milovanović

Sažetak
U ovom radu je za analizu antena proizvoljnog oblika korišćena numerička procedura zasnovana na Metodu najmanjih kvadrata. Polje antene se predstavlja preko talasnih potencijala koji su linearna kombinacija baznih funkcija talasne jednačine. Naime, ovim pristupom talasna jednačina je identično zadovoljena, a jedini izvor greški je djelimično zadovoljenje graničnih uslova. Nepoznati koeficijenti razvoja se traže na osnovu minimizacije kvadratne greške na površini antene. Međutim, poteškoće nastaju kada je prostor u kome se nalazi izvor mali u odnosu na talasnu dužinu, što je najčešći slučaj.

Ovo je prevaziđeno alternativnom formulacijom graničnih uslova: duž metalne površine krakova antene na vremenski zavisno polje dodaje se statičko polje koje ne doprinosi polju zračenja antene. Znači polje u dalekoj zoni zračenja ostaje nepromijenjeno kao i karakterististična funkcija zračenja. Na taj način, iako vještački, granični uslovi su opisani glatkom, a ne impulsnom funkcijom.

Ovom procedurom analizirano je zračenje nesimetrične žičane antene, bikonične antene, kružne antene, Arhimedove spirale i spiralne antene sa reflektorom. U svim analiziranim slučajevima granični uslovi su bili zadovoljavajuće aproksimirani. U slučaju nesimetričnog dipola to je postignuto već sa deset modova, a sa trideset modova kod spiralne antene.

Na osnovu izloženoga može se zaključiti da se LSBM pokazao kao veoma tačan i jednostavan metod za rješavanje problema zračenja. U ovom radu je predstavljena veoma dobra i pouzdana numerička procedura za analizu, pa čak i za sintezu, antena mnogo složenijeg oblika.

Sažetak na engleskom (njemačkom ili francuskom) jeziku

Numerical procedure for analysis of arbitrary shaped antenna by using the Least Square Boundary Method has been developed. The antenna field is derivied from the wave potentials, which are expressed as linear combinations of the wave equation eigenfunctions. Thus, in this approach the wave equation is identically satisfied, and the only source of error is partial fulfilment of the boundary condition. The developing coeficients are found by minimizing the square error on the surface of the antenna. However, difficulties arise whenever the space the source is located in, is small comparing to the wavelength, which is often the case. This was overcome by an alternative formulation of the boundary condition: along the antenna surface, on the time dependent field we add static field which does not contribute to the radiation field. So the far zone field remains unchanged and so does the radiation characteristic. Although it may look artificial, we have the boundary condition as a smooth rather than a pulse function.

By this procedure the radiation of asymmetric wire antenna, biconical antenna, circular loop antenna, Arhimed's spiral antenna and spiral antenna with reflactor have been analyzed. The errors in boundary condition fulfilment were very small in all cases.

This was achieved by employing only ten harmonics for asymmetrical dipole up to thirty harmonics for spiral antenna.

In conclusion, the LSBM was found as highly accurate and simple to use in radiation problems. This work has established a very good and reliable numerical approach to analysis and even synthesis of much more complex antenna.

Ključne riječi antena, dijagram zračenja, metod najmanjih kvadrata
Ključne riječi na engleskom jeziku antenna, radiation pattern, Least Square Boundary Method
Naučna oblast/uža naučna oblast Elektrotehnika/Elektromagnetika
Naučna oblast/uža naučna oblast na engleskom jeziku Electrical Engineering/Electromagnetics

Ostali podaci

IZJAVA O KORIŠĆENJU
Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku da u **Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore** unese doktorsku disertaciju pod naslovom

Analiza složenih antenskih struktura metodom najmanjih kvadrata

koja je moj autorski rad.
Doktorska disertacija, pohranjena u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore, može se koristiti pod uslovima definisanim licencom Kreativne zajednice (Creative Commmons), za koju sam se odlučio/la1.

Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada

U Podgorici,
22. februar 2017.

Potpis doktoranda
prof. dr Ana Jovanović
Jovanović Ana

Autorstvo
Licenca sa najširim obimom prava korišćenja. Dozvoljavaju se prerade, umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio).

Djelo se može koristiti i u komercijalne svrhe.

Autorstvo – bez prerada
Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Djelo se ne može mijenjati, preoblikovati ili koristiti u drugom djelu.

Licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela.

Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima
Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Ukoliko se djelo mijenja, preoblikuje ili koristi u drugom djelu, prerade se moraju distribuirati pod istom ili sličnom licencom.

Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.

Autorstvo – nekomercijalno
Dozvoljavaju se prerade, umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio).

Komercijalna upotreba djela nije dozvoljena.

Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada
Licenca kojom se u najvećoj mjeri ograničavaju prava korišćenja djela. Dozvoljava se umnožavanje, distribucija i javno saopštavanje djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Djelo se ne može mijenjati, preoblikovati ili koristiti u drugom djelu.

Komercijalna upotreba djela nije dozvoljena.

Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima
Dozvoljava se umnožavanje, distribucija, javno saopštavanje i prerada djela, pod uslovom da se navede ime izvornog autora (onako kako je izvorni autor ili davalac licence odredio). Ukoliko se djelo mijenja, preoblikuje ili koristi u drugom djelu, prerada se mora distribuirati pod istom ili sličnom licencom.

Djelo i prerade se ne mogu koristiti u komercijalne svrhe.